

OCENA WPŁYWU POJEMNOŚCI I PRĄDU WYŁADOWANIA NA WARTOŚĆ NAPIĘCIA OBCIĄŻONEGO AKUMULATORA

W artykule poddano analizie wpływ pojemności rzeczywistej oraz natężenia prądu wyładowania na wartość napięcia obciążonego akumulatora kwasowo-ołowiowego. W tym celu zaplanowano i przeprowadzono eksperymenty, przy pomocy których w pierwszej kolejności sprawdzono istotność poszczególnych zmiennych, a następnie opracowano liniową strukturę matematycznego modelu opisującego ilościowy wpływ poszczególnych zmiennych niezależnych na zmienną zależną. Opisano tok postępowania podczas wyznaczania współczynników modelu, sprawdzania ich istotności oraz adekwatności równania, a także poddano weryfikacji otrzymaną zależność. Weryfikacja polegała na porównaniu otrzymanego modelu z wyznaczonym na drodze analizy regresji modelem opisującym związki tych samych zmiennych. Wykazano, że poprawnie zaplanowany eksperyment pozwala znacznie ograniczyć pracochłonność badań przy zachowaniu wiarygodności prowadzonej analizy i oceny.

WSTĘP

Głównym zadaniem akumulatora kwasowo-ołowiowego jest dostarczenie energii elektrycznej do rozrusznika za pomocą, którego napędzany jest wał korbowy silnika samochodu w chwili rozruchu. Ponadto akumulator musi dostarczyć energię elektryczną do układów i elementów, które wymagają zasilania w chwili, gdy nie pracuje silnik spalinowy. Aby zadania te mogły być zrealizowane akumulator musi cechować odpowiednią wartość napięcia w warunkach obciążenia prądowego oraz odpowiednią ilość ładunku elektrycznego, jaki można pobrać z niego w danym czasie (podczas rozruchu).

Akumulator, jako rzeczywiste źródło napięcia wykazuje zmienność jego wartości w różnych warunkach.

Napięcie na zaciskach obciążonego akumulatora zależy między innymi od natężenia prądu wyładowania oraz cech konstrukcyjnych i technologicznych wyrażonych przez jego pojemność elektryczną [9].

Podczas rozruchu silnika natężenie prądu wyładowania zależy od temperatury elektrolitu, stanu technicznego akumulatora oraz oporów ruchu silnika. Wzrost wartości natężenia prądu pobieranego z akumulatora (wzrost oporów ruchu wału korbowego) powoduje proporcjonalny spadek napięcia na zaciskach obciążonego akumulatora, wynika to z prawa Ohma, a ponadto wartość natężenia prądu wyładowania, przy stałym obciążeniu, zmniejsza się wraz z kolejnymi cyklami (rozruchami). Spadek ten jest tym większy im gorszy jest stan techniczny akumulatora. Wartość prądu wyładowania wpływa również na pojemność elektryczną akumulatora w ten sposób, że im mniejszy prąd wyładowania tym większa pojemność, związane jest to z procesami prądotwórczymi w akumulatorze.

Cechy konstrukcyjne i technologiczne akumulatora wyrażone są poprzez pojemność znamionową (dwudziestogodzinna), natomiast poprzez iloraz pojemności rzeczywistej i znamionowej może być opisany stan techniczny akumulatora. Pojemność akumulatora zależy od liczby płyt oraz ilości masy czynnej płyty, a także jej porowatości. Mniejsza liczba płyt użytych do budowy akumulatora determinuje mniejszą pojemność akumulatora. Ponadto, im cieńsza płyta, mniejsza ilość masy czynnej oraz większa jej porowatość tym większa pojemność akumulatora. Wynika to z faktu, że przy cienkich płytach po-

wierzchnia styku płyty z elektrolitem jest większa, a ponadto ułatwiona jest dyfuzja jonów elektrolitu w głąb masy czynnej. Pojemność akumulatora zależy również od natężenia prądu wyładowania oraz temperatury i gęstości elektrolitu. Wzrostowi gęstości elektrolitu towarzyszy wzrost pojemności akumulatora. Należy jednak pamiętać, że gęstość elektrolitu nie może przekroczyć wartości granicznych, gdyż spowoduje to intensyfikowanie procesów samowyładowania akumulatora [3]. Na pojemność wpływ ma także temperatura elektrolitu powodując zmianę jego lepkości, a przez to zmianę ruchliwości jonów elektrolitu. Spadek lepkości, spowodowany wzrostem temperatury powoduje wzrost ruchliwości jonów oraz przyspiesza procesy dyfuzji jonów w głąb masy czynnej, przez co wzrasta pojemność akumulatora.

Pojemność rzeczywista akumulatora wyraża ładunek elektryczny, jaki jest zgromadzony w akumulatorze przy określonym jego stanie technicznym. Jest zależna między innymi od czasu eksploatacji akumulatora oraz gęstości elektrolitu, a także czynników wymienionych powyżej.

Wpływ wymienionych czynników (natężenia prądu wyładowania $I_{wył}$ oraz pojemności rzeczywistej Q_{rz}) na wartość napięcia mierzonego na zaciskach obciążonego akumulatora można opisać za pomocą funkcji regresji, należy jednak w pierwszej kolejności sprawdzić istotność wpływu poszczególnych zmiennych niezależnych na zmienną zależną.

Celem artykułu jest przedstawienie funkcji opisującej ilościowy wpływ poszczególnych zmiennych niezależnych na wartość napięcia mierzonego na zaciskach obciążonego akumulatora. Jako zmienne niezależne przyjęto pojemność rzeczywistą Q_{rz} oraz natężenie prądu wyładowania $I_{wył}$. W celu znalezienia funkcji opracowano eksperyment wieloczynnikowy, dwupoziomowy, co oznacza, że każda ze zmiennych przyjmuje dwa poziomy zmienności. Założono, że zależność opisująca związki między zmiennymi będzie miała charakter liniowy. Opracowaną funkcję poddano weryfikacji poprzez porównanie z modelem wyznaczonym metodą analizy regresji przy większej liczbie danych niż w planowanym eksperymencie.

1. OBIEKT I STANOWISKO BADAŃ

Badania przeprowadzono na grupie akumulatorów, których parametry zestawiono w tabeli nr 1.

Tab.1. Parametry badanych akumulatorów

Oznaczenie akum. Parametr	1	2	3
U_{Zn} [V]	12	12	12
Q_{20} [Ah]	50	54	110
Q_{rz} [Ah]	21,4	54	62,9

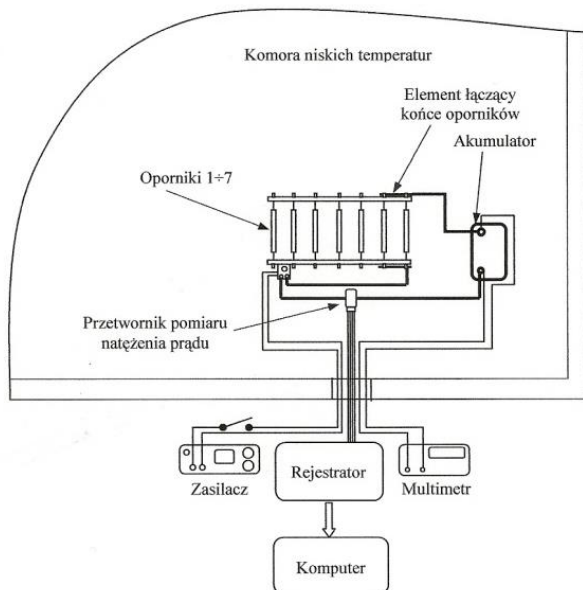
Akumulator o pojemności 54 Ah był nowy, dlatego jego pojemność rzeczywista jest równa pojemności znamionowej. Pozostałe akumulatory były eksploatowane, więc ich pojemność rzeczywista wynika z czasu i warunków eksploatacji.

Pojemność rzeczywistą określono na podstawie liczby cykli wyładowania poszczególnych akumulatorów. Do obciążania akumulatorów wykorzystano opornicę rezystorową zbudowaną z siedmiu drutów oporowych, którą umieszczono w komorze niskiej temperatury. Kolejne stopnie obciążenia prądowego realizowano poprzez równoległe połączenie rezystorów. Do badań wykorzystano cztery stopnie obciążenia prądowego, odpowiednio łącząc 2, 4, 6 i 7 oporników [8]. Średnie wartości prądu wyładowania dla poszczególnych stopni podano w tabeli 2.

Tab.2. Parametry prądu wyładowania

Liczba oporników	2	4	6	7
Prąd obciążenia	59,89 A	114,04 A	160,01 A	186,57 A

Schemat stanowiska wykorzystywanego do badań akumulatorów przedstawia rysunek nr 1.



Rys. 1. Stanowisko badań akumulatorów [8]

Stanowisko znajduje się w komorze niskiej temperatury, która umożliwia utrzymanie stałej wartości $T = +15$ °C podczas całego cyklu badań. Ponadto stanowisko zostało wyposażone w aparaturę kontrolno-pomiarową do rejestracji wartości mierzonych wielkości fizycznych. Tak zbudowane stanowisko pozwoliło na wykonanie badań grupy akumulatorów według opracowanego planu eksperymentu.

2. PLAN EKSPERYMENTU

Celem prowadzenia badań doświadczalnych jest zazwyczaj poznanie związków między zmiennymi. Badania te należy prowadzić w

taki sposób, aby osiągnąć zamierzony cel, przy możliwie najmniejszym nakładzie pracy. Można do tego wykorzystać eksperyment planowany, według którego będą realizowane poszczególne doświadczenia.

Planowanie eksperymentu ma na celu opracowanie struktury modelu regresyjnego, sprawdzenie istotności zmiennych lub optymalizację przyjętego modelu. Niezależnie od celu, każdy plan powinien być tak opracowany, aby spełniał podstawowe kryteria tj.: informatywności, realizowalności oraz ekonomiczności. Plan eksperymentu swym zakresem obejmuje takie etapy jak [1, 2, 5, 6]:

- matematyczne modelowanie obiektów badań;
- planowanie eksperymentów;
- przeprowadzenie pomiarów (doświadczeń);
- analizę otrzymanych wyników badań.

W badaniach doświadczalnych najczęściej wykorzystuje się liniowy opis związku między zmiennymi, a obliczenie współczynników określających ilościowy wpływ poszczególnych zmiennych realizowane jest w ten sposób, aby odchylenie wyznaczonego modelu od wartości empirycznych było jak najmniejsze.

Mając na uwadze powyższe wymagania opracowano jakościowy model obiektu badań (1), a następnie poddano go analizie.

$$U = f(Q_{rz}, I_{wył}) \quad (1)$$

Dla przyjętego modelu dokonano sprawdzenia istotności wpływu zmiennych niezależnych na zmienną zależną, a następnie opracowano plan eksperymentu pozwalający wyznaczyć parametry struktury modelu. Sprawdzenie istotności wpływu zrealizowano z wykorzystaniem eksperymentu statycznego, randomizowanego kompletnego, natomiast wyznaczenie parametrów struktury zrealizowano przy pomocy planu wieloczynnikowego, dwupoziomowego.

2.1. Sprawdzenie istotności wpływu zmiennych niezależnych na zmienną zależną

Sprawdzenie istotności wpływu zmiennych wykonano wykorzystując eksperyment statyczny randomizowany kompletny. W planie tym zakłada się losowość wykonywanych doświadczeń oraz dowolną liczbę poziomów zmienności obu zmiennych, przy czym liczba doświadczeń musi być równa iloczynowi poziomów obu zmiennych. Ograniczeniem jest tu liczba zmiennych niezależnych – max. 4, które można poddać weryfikacji [2, 5]. Zwiększenie liczby zmiennych niezależnych spowoduje wzrost liczby doświadczeń, które należy wykonać, aby osiągnąć założony cel badań.

Eksperyment przygotowano dla zmiennych niezależnych: pojemności rzeczywistej Q_{rz} , która przyjmuje wartości z przedziału $Q_{rz} = [21,4 \div 62,9]$ Ah oraz natężenia prądu wyładowania $I_{wył}$ z przedziału $I_{wył} = [59,89 \div 186,57]$ A. Na podstawie powyższych danych utworzono tablicę planu – tabela 3, w której zapisano wyniki pomiarów napięcia na obciążonym akumulatorze oraz wartości średnie dla kolumn i wierszy. Umieszczono w niej również wartość średnią napięcia wyliczoną z otrzymanych wyników pomiarów (dla kolumn i wierszy). Każde doświadczenie powtarzano pięciokrotnie w celu oceny dokładności oraz powtarzalności prowadzonych pomiarów.

Tab. 3. Tablica planu eksperymentu

Poziom wartości dla zmiennej x_2 (natężenie prądu wyładowania $I_{wył}$ [A])	Poziom wartości dla zmiennej x_1 (pojemność rzeczywista Q_{rz} [Ah])			
	21,4	54	62,9	\bar{y}_w
59,89	10,93	11,56	11,70	11,40
114,04	10,25	11,09	11,18	10,84
160,01	10,05	10,73	10,91	10,56
186,57	9,69	10,62	10,61	10,31
\bar{y}_k	10,23	11,00	11,10	-
-	-	-	$\bar{y} =$	10,78

W celu stwierdzenia istotności wpływu zmiennych niezależnych (pojemności rzeczywistej oraz natężenia prądu wyładowania) na zmienną zależną (napięcie na obciążonym akumulatorze) konieczne jest wyznaczenie sum kwadratów z zależności (2), (3), (4), [2, 5], a następnie obliczenie statystyk (dla każdej zmiennej) z zależności (5) [2, 5]:

$$S_{x1} = p_{x2} \sum_{k=1}^{p_{x1}} \bar{y}_k^2 - p_{x1} p_{x2} \bar{y}^2 \quad (1)$$

$$S_{x2} = p_{x1} \sum_{w=1}^{p_{x2}} \bar{y}_w^2 - p_{x1} p_{x2} \bar{y}^2 \quad (2)$$

$$S_R = \sum_{w=1}^{p_{x2}} \sum_{k=1}^{p_{x1}} y_{kw}^2 - p_{x1} \sum_{w=1}^{p_{x2}} \bar{y}_w^2 - p_{x2} \sum_{k=1}^{p_{x1}} \bar{y}_k^2 + p_{x1} p_{x2} \bar{y}^2 \quad (3)$$

gdzie:

p_{x1} i p_{x2} – liczby poziomów zmiennych x_1 oraz x_2 .

S_{x1} , S_{x2} , S_R – sumy kwadratów niezbędne do wyznaczenia statystyki F_{xi}

$$F_{x1} = \frac{S_{x1}}{S_R} \cdot \frac{(p_{x1}-1)(p_{x2}-1)}{(p_{x1}-1)}, \quad (4)$$

$$F_{x2} = \frac{S_{x2}}{S_R} \cdot \frac{(p_{x1}-1)(p_{x2}-1)}{(p_{x1}-1)}$$

Wyniki obliczeń poszczególnych składników zależności (2), (3), (4) oraz (5) zapisano w tabeli 4.

Tab. 4. Wyniki obliczeń sum kwadratów i statystyk F_{xi}

p_{x1}	p_{x2}	S_{x1}	S_{x2}	S_R	F_{x1}	F_{x2}
3	4	1,81	1,96	0,03	172,49	186,89

Następnie wyznaczono liczby stopni swobody dla licznika i mianownika wyrażeń (5), które wynoszą odpowiednio:

– $u_{x1} = 2$,

– $u_{x2} = 3$,

– $u_2 = 6$.

Na podstawie wyznaczonych liczb stopni swobody oraz przyjętego poziomu ufności $\alpha = 0,05$ z rozkładu Fishera-Snedecora obliczono wartość krytyczną obu statystyk, które wynoszą:

– $F_{kx1} = F(0,05; 2; 6) = 5,14$

– $F_{kx2} = F(0,05; 3; 6) = 4,76$

Z porównania statystyk F_{x1} oraz F_{x2} z odpowiednimi wartościami krytycznymi wynika, że obie zmienne niezależne tj. pojemność rzeczywista Q_{rz} oraz natężenie prądu wyładowania $I_{wył}$ mają istotny wpływ na wartość napięcia obciążonego akumulatora.

Aby ocenić ilościowy wpływ zmiennych niezależnych na zmienną zależną należy zaplanować eksperyment, a następnie według tego planu przeprowadzić badania, pozwalające wyznaczyć współczynniki dla obu zmiennych. Dla pojemności rzeczywistej oraz natężenia prądu wyładowania opracowano eksperyment wieloczynnikowy dwupoziomowy, który umożliwił wyznaczenie współczynników liniowego modelu matematycznego opisującego wpływ poszczególnych zmiennych niezależnych na zmienną zależną.

2.2. Oszacowanie współczynników liniowego modelu matematycznego $U = f(Q_{rz}, I_{wył})$

Opracowany na podstawie [1, 2, 4, 5, 7] eksperyment umożliwił poznanie „stopnia wpływu” poszczególnych zmiennych niezależnych na wartość napięcia obciążonego akumulatora. W eksperymencie tym zakłada się, że każda ze zmiennych niezależnych przyjmuje dwie

wartości: **górną**, oznaczoną jako +1 oraz **dolną**, oznaczoną jako -1. Dla pojemności rzeczywistej wartość górna (+1) wynosi $Q_{rz,g} = 62,9$ Ah, a dolna (-1) $Q_{rz,d} = 21,4$ Ah. Wartość górna (+1) natężenia prądu wyładowania wynosi $I_{wył,g} = 186,57$ A, natomiast dolna (-1) $I_{wył,d} = 59,89$ A. Całkowitą liczbę doświadczeń niezbędnych do przeprowadzenia, pozwalającą na opracowanie struktury modelu, oblicza się z zależności (6), która dla przyjętych zmiennych i ich poziomów przyjmuje postać:

$$N = 2^2 = 4 \quad (5)$$

Wyznaczenie współczynników modelu i jego ocena według zaplanowanego eksperymentu wymaga wykonania kolejno wymienionych niżej czynności:

- wyznaczenia jednostek zmienności każdej zmiennej niezależnej,
- obliczenia momentów centralnych dla obu zmiennych,
- kodowania zmiennych,
- utworzenia tablicy planu,
- wykonania pomiarów zgodnie z tablicą planu,
- wyznaczenia współczynników modelu,
- sprawdzenia powtarzalności pomiarów,
- sprawdzenia istotności współczynników,
- sprawdzenie adekwatności równania,
- odkodowanie zmiennych i zapisanie modelu opisującego zależności między zmiennymi.

W celu wyznaczenia współczynników obliczono z zależności (7) [1, 2, 5,] jednostki zmienności dla obu czynników, następnie wyznaczono momenty centralne z (8) [1, 2, 5,] i dokonano kodowania zmiennych według (9) [1, 2, 5,].

$$\Delta x_i = \frac{x_{i \max} - x_{i \min}}{2}; \quad (6)$$

$$x_{io} = \frac{x_{i \max} + x_{i \min}}{2}; \quad (7)$$

$$x_{ik} = \frac{x_i - x_{io}}{\Delta x_i}; \quad (8)$$

Kodowanie zmiennych przekształca wartość zmiennych na bezwymiarowe liczby, które zawierają się w zbiorze $\{-1; +1\}$. Ma to na celu uniezależnienie planu od wartości rzeczywistych, zmienia sens fizyczny zmiennych niezależnych zastępując je wartościami bezwymiarowymi. Sprawia to, że plan eksperymentu staje się uniwersalny, niezależny od zmiennych opisujących obiekt badań [1, 7].

Dane i zależności do przekształcenia zmiennych w postać zakodowaną zapisano w tabeli 5.

Tab. 5. Dane do kodowania zmiennych

Operacja zmienna	Jednostki zmienności	Momenty centralne	Zakodowane zmienne
Pojemność rzeczywista Q_{rz}	20,75	42,15	$x_1 = \frac{Q_{rz} - 42,15}{20,75}$
Natężenie prądu wyładowania $I_{wył}$	63,34	123,23	$x_2 = \frac{I_{wył} - 123,23}{63,34}$
Napięcie U	-	-	$y = U$

Po zakodowaniu zmiennych utworzono tablicę planu, która określa zbiór niezbędnych do wykonania doświadczeń (pomiarów) dla różnych wartości zmiennych w postaci zakodowanej. Dla rozpatrywanych zmiennych zbiór układów przedstawia tabela 6.

Tab. 6. Tablica planu eksperymentu

L.p.	x_0	x_1	x_2	\bar{y}	$D^2(y)_i$
1	+1	+1	+1	10,61	0,0001
2	+1	+1	-1	11,70	0,0001
3	+1	-1	+1	9,69	0,0001
4	+1	-1	-1	10,93	0,0001

W tabeli zapisano, w postaci średniej arytmetycznej obliczonej z pięciu powtórzeń każdego doświadczenia, wyniki pomiarów. Umieszczono w niej także wartość wariancji $D^2(y)_i$ obliczonej na podstawie otrzymanych wyników pomiarów. Stosunkowo mała jej wartość wynika z dużej powtarzalności prowadzonych pomiarów. W tabeli zapisano także wyraz wolny modelu (x_0), który zostanie wykorzystany wyłącznie do wyznaczenia współczynników liniowego modelu matematycznego opisującego związku między zmiennymi. Współczynniki struktury modelu obliczono z zależności (10) [1, 2, 5] podstawiając odpowiednie dane z tabeli 6.

$$a_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \cdot \bar{y} \quad (9)$$

gdzie:

- a_i – wartość i -tego współczynnika równania,
- x_i – poziom zmiennej niezależnej w doświadczeniu,
- \bar{y} – wartość średnia napięcia.

Wyznaczenie współczynników umożliwia zapisanie liniowego równania opisującego zależności między zmiennymi. Dla zmiennych unormowanych (zakodowanych) przyjmuje ono postać wyrażenia (11).

$$y = 0,42x_1 - 0,58x_2 + 10,73 \quad (10)$$

W celu upewnienia się, że powtarzalność wyników pomiarów jest zadowalająca obliczono z zależności (12) [1, 2, 5, 7] wartość współczynnika Cochran'a i porównano go z wartością krytyczną wyznaczoną na podstawie liczby stopni swobody oraz przyjętego poziomu ufności $\alpha = 0,05$.

$$G = \frac{D^2(y)_{i \max}}{\sum_{i=1}^N D^2(y)_i} \quad (11)$$

Wykonane obliczenia poszczególnych składników zapisano w tabeli 7.

Tab. 7. Wyniki oceny powtarzalności pomiarów

G	v_1	v_2	G_{kr}
0,25	4	4	0,6287

Na podstawie wyników zapisanych w tabeli 7 widać, że pomiary wykonano z dostatecznie dobrą powtarzalnością, gdyż wartość krytyczna współczynnika Cochran'a wyznaczona z tablic znacznie przewyższa wartość wyznaczoną z zależności (12).

Kolejnym etapem oceny wyznaczonego modelu jest weryfikacja istotności współczynników obliczonych z zależności (10). W tym celu z zależności (13) [1, 2, 5] obliczono wartość krytyczną współczynników, a następnie porównano ją z wartością bezwzględną każdego współczynnika. Jeżeli wartość bezwzględna współczynnika jest większa od wartości krytycznej zmienną wyrażoną przez współczynnik uznaje się za istotną, w przeciwnym wypadku zmienna nie powinna być uwzględniana w dalszej analizie wyznaczonego modelu.

$$a_{kr} = t_{(\alpha;v)} \cdot \sqrt{\frac{D^2(y)}{N \cdot r}} \quad (12)$$

gdzie:

- a_{kr} – wartość krytyczna współczynników równania,
- $t_{(\alpha;v)}$ – wartość współczynnika t rozkładu t -studenta wyznaczona na podstawie wartości stopni swobody oraz poziomu istotności,
- $D^2(y)$ – wartość średnia wariancji błędów pomiaru zapisanych w tabeli 4,
- N – liczba doświadczeń w planie,
- r – liczba powtórzeń każdego doświadczenia.

Wyznaczona z (13) wartość krytyczna współczynników wynosi $a_{kr} = 0,0044$. Porównując współczynniki modelu (11) z wartością krytyczną stwierdzono, że wszystkie zmienne niezależne mają istotny wpływ na wartość napięcia mierzonego na zaciskach obciążonego akumulatora i brak jest podstaw do odrzucenia którejkolwiek z nich.

Adekwatność modelu (11) sprawdzono wyznaczając statystykę F z zależności (14) [1, 2, 4, 5, 7] i przyrównując jej wartość do wartości krytycznej wyznaczonej na podstawie liczby stopni swobody oraz przyjętego poziomu ufności. Wartość krytyczną odczytano z tablic rozkładu Fishera-Snedecora.

$$F = \frac{D_{ad}^2(y)}{D^2(y)} \quad (13)$$

gdzie:

- $D_{ad}^2(y)$ – wariancja adekwatności równania,
- $D^2(y)$ – wartość średnia wariancji w punktach planu eksperymentu zapisanych w tabeli 6

Jeżeli wyznaczona wartość statystyki F przyjmie wartość mniejszą od wartości krytycznej F_{kr} , równanie uznaje się za adekwatne i można poddać je dekodowaniu, w przeciwnym razie otrzymany model jest nieadekwatny, wówczas należy przeanalizować ponownie poszczególne kroki obliczeń i wyeliminować przyczyny nieadekwatności.

Niezbędnym do sprawdzenia adekwatności równania (11) jest wyznaczenie wariancji adekwatności $D_{ad}^2(y)$ z zależności (15) [1, 2, 5]

$$D_{ad}^2(y) = \frac{r \cdot \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{N - w - 1} \quad (14)$$

gdzie:

- w – liczba wyrazów w równaniu (11) po opuszczeniu członów nieistotnych i wyrazu wolnego,
- \hat{y}_i – wartość zmiennej zależnej przewidywana na podstawie równania (11).

Wyniki sprawdzenia adekwatności równania przedstawiono w tabeli 8.

Tab. 8. Wyniki obliczeń oceny adekwatności równania

$D_{ad}^2(y)$	$D^2(y)$	F	F_{kr}
0,0281	0,0001	330,43	4,4940

Porównując statystykę F i F_{kr} należy stwierdzić, że równanie (11) opisujące związku między zmienną zależną i zmiennymi niezależnymi jest nieadekwatne przy założonym poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Oznacza to, że formalna zależność (11) nie jest najlepszym przybliżeniem zależności wyników pomiarów, co nie znaczy, że brak jest związku przyczynowo-skutkowego między rozpatrywanymi zmiennymi. Związek taki wg [6] może istnieć przy innym poziomie ufności.

Autor w pracy [6] jako jedną z możliwych przyczyn nieadekwatności modelu wskazał bardzo małą wartość wariancji $D^2(y)$ wyznaczoną na podstawie wyników pomiarów (tabela 6), co stwierdzono także w pracy [2]. Potwierdzeniem zaistniałej sytuacji może być wartość błędów względnych wyznaczonych na podstawie wyników pomiarów oraz wartości y -przewidywanego obliczonego z równania (11). Wyznaczone błędy względne dla rozpatrywanego przypadku zawierają się w przedziale $\delta_w = [-0,3870\% \div 0,3534\%]$, co jest wartością bardzo małą.

Autor, w pracy [6] jako jedną z przyczyn braku adekwatności wskazuje również to, że struktura liniowa modelu aproksymacji może nie być najlepszym odwzorowaniem wartości empirycznych i należa-

łoby podjąć próbę opracowania modelu drugiego stopnia oraz powtórzyć etap sprawdzenia adekwatności modelu dla nowej struktury. Dla przeprowadzonego eksperymentu uznano, że przyczyną formalnego braku adekwatności modelu jest przyjęcie liniowej struktury zależności między zmiennymi.

Dlatego, niezależnie od wyniku warunku adekwatności, dokonano odkodowania modelu (11) w celu określenia ilościowego wpływu zmiennych niezależnych na wartość zmiennej zależnej. Odkodowaną zależność przedstawia równanie (16).

$$U = 0,42 \frac{Q_{rz} - 42,15}{20,75} - 0,58 \frac{I_{wył} - 123,23}{63,34} + 10,73; [V] \quad (15)$$

Po wykonaniu niezbędnych obliczeń i uporządkowaniu danych model opisujący związek między wartością napięcia na zaciskach akumulatora, a jego pojemnością rzeczywistą Q_{rz} , i natężeniem prądu wyładowania $I_{wył}$ przyjmuje postać wyrażenia (17):

$$U = 0,0202 \cdot Q_{rz} - 0,0092 \cdot I_{wył} + 11,0052; [V] \quad (16)$$

Powyższą zależność porównano z modelem otrzymanym przy zastosowaniu metod analizy regresji opracowanym na podstawie 43 obserwacji.

2.3. Opis zależności między zmiennymi na podstawie analizy regresji

Opisu zależności między zmiennymi z wykorzystaniem analizy regresji dokonano w celu weryfikacji parametrów modelu (17) otrzymanego na drodze eksperymentu planowanego. Analizę regresji przeprowadzono dla tych samych zmiennych co opracowany eksperyment z tym tylko, że liczba doświadczeń według planu wyniosła $N = 4$, natomiast analiza regresji została przeprowadzona na $N = 43$ doświadczeniach. Wyniki przeprowadzonej analizy zapisano w tabeli 9. Otrzymany, w wyniku analizy regresji, model zapisano w postaci wyrażenia (18).

$$U = 0,0238 \cdot Q_{rz} - 0,0078 \cdot I_{wył} + 10,6946; [V] \quad (17)$$

Wartość współczynników modelu (18) porównano z wartością krytyczną t_{kr} współczynników wyznaczoną przez arkusz w celu oceny ich istotności. Z porównania tego wyniku, że wszystkie zmienne mają istotny wpływ na wartość napięcia obciążonego akumulatora i brak jest podstaw do odrzucenia którejkolwiek ze zmiennych. Ponadto wyznaczono także wartość krytyczną statystyki F_{kr} , którą porównano do wartości statystyki F w celu oceny adekwatności otrzymanego modelu. Porównując obie statystyki stwierdzono, że $F > F_{kr}$, co oznacza brak adekwatności otrzymanego modelu. Trudno jest wytłumaczyć

brak adekwatności modelu (18), zwłaszcza biorąc pod uwagę wartość współczynnika determinacji $R^2 = 0,82$, który informuje o stopniu odwzorowania danych empirycznych przez opracowany model matematyczny. Być może należałoby w tym wypadku zrezygnować z liniowej struktury modelu opisującego związku między pojemnością rzeczywistą, natężeniem prądu wyładowania, a napięciem obciążonego akumulatora i zastąpić ją modelem drugiego stopnia.

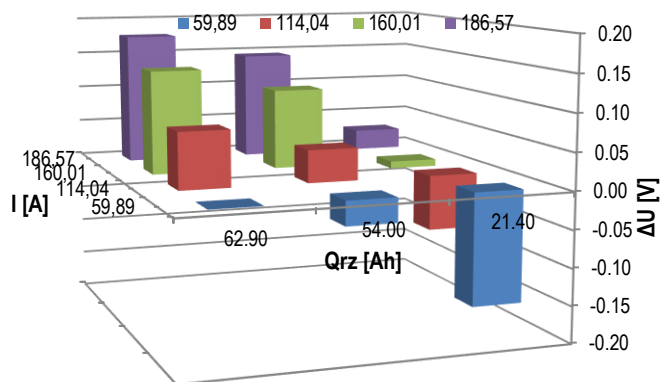
2.4. Analiza porównawcza otrzymanych modeli

Porównując współczynniki opisujące ilościowy wpływ poszczególnych zmiennych na wartość napięcia stwierdzono, że wartość współczynnika przypisanego do pojemności rzeczywistej Q_{rz} wyznaczonego za pomocą analizy regresji jest nieco większa w stosunku do współczynnika wyznaczonego na drodze eksperymentu planowanego.

Pozostałe współczynniki tj. opisujący natężenie prądu wyładowania $I_{wył}$ oraz wyraz wolny przyjmują wartości nieznacznie mniejsze w stosunku do modelu (17).

Niewielka różnica wartości poszczególnych współczynników oraz wyrazu wolnego może wynikać z liczby doświadczeń wykonanych w celu opracowania struktury obu zależności i rozkładu ich wyników. Wynika z tego, że za pomocą obu modeli tj.: (17) oraz (18) można opisać wpływ zmiennych niezależnych na wartość napięcia obciążonego akumulatora.

Wykorzystując zależności (17) i (18) obliczono wartość napięcia na obciążonym akumulatorze, co pozwoliło na porównanie obu modeli matematycznych. Porównanie opisanych zależności przedstawiono na rysunku 2 jako różnicę między obliczonymi według powyższych równań wartościami napięcia.



Rys.2. Odchylenie wartości napięcia otrzymanych modeli

Tab.9. Wyniki analizy regresji

Statystyki regresji								
Wielokrotność R	0,9095							
R kwadrat	0,8272		t_{kryt}	F_{kr}				
Dopasowany R kwadrat	0,8186		2,0211	3,2317				
Błąd standardowy	0,2384							
Obserwacje	43							
ANALIZA WARIANCJI								
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Istotność F</i>			
Regresja	2	10,8836	5,4418	95,7628	0,0000			
Resztkowy	40	2,2730	0,0568					
Razem	42	13,1567						
	<i>Współczynniki</i>	<i>Błąd standardowy</i>	<i>t Stat</i>	<i>Wartość-p</i>	<i>Dolne 95%</i>	<i>Górne 95%</i>	<i>Dolne 95,0%</i>	<i>Górne 95,0%</i>
Przecięcie	10,6946	0,1513	70,6921	0,0000	10,3888	11,0003	10,3888	11,0003
I	-0,0078	0,0007	-10,4061	0,0000	-0,0093	-0,0063	-0,0093	-0,0063
Qrz	0,0238	0,0024	10,0392	0,0000	0,0190	0,0286	0,0190	0,0286

Wyznaczone odchylenia wartości napięcia przedstawione na rysunku są bardzo małe, nie przekraczają $\Delta U = \pm 0,2$ V. Największe wartości odchylenia zanotowano dla największej pojemności rzeczywistej oraz największego natężenia prądu wyładowania, dość duże odchylenia są także widoczne dla najmniejszych wartości pojemności rzeczywistej i natężenia prądu wyładowania.

Jako miarę oceny otrzymanych modeli przyjęto błąd standardowy. Wyznaczono jego wartość na podstawie wyników oszacowania wartości napięcia za pomocą modelu (17) i porównano z błędem standardowym wyznaczonym dla modelu regresyjnego. Liczba przyjętych danych (obserwacji) w obu przypadkach wynosiła 43.

Błąd standardowy dla modelu opisanego wyrażeniem (17) wynosi $\delta_{st} = 0,2525$, a dla modelu opisanego zależnością (18) – $0,2384$. Ponieważ błąd standardowy jest miarą nienormowaną, porównanie otrzymanych modeli za jego pomocą jest możliwe dopiero, gdy zostanie on odniesiony do skali badanego zjawiska. Aby otrzymać argumenty pozwalające ocenić otrzymane modele odniesiono wartość błędów standardowych do średniej arytmetycznej wartości napięcia przewidywanego na podstawie modeli matematycznych.

Wartość błędów standardowych dla modelu (17) opracowanego za pomocą eksperymentu planowanego odniesiona do średniej wartości napięcia przewidywanego wynosi $\delta_{st} = 2,33$ %, natomiast wartość błędów dla modelu (18) wyznaczonego na drodze analizy regresji odniesiona do średniej wartości napięcia przewidywanego wynosi $\delta_{st} = 2,19$ %.

Stosunkowo mała wartość błędów standardowych w obu przypadkach świadczy o poprawnie opracowanych modelach opisujących zależności między napięciem obciążonego akumulatora, a pojemnością rzeczywistą i natężeniem prądu wyładowania. Nieznacznie większa jego wartość dla napięcia przewidywanego wyznaczonego na podstawie modelu opracowanego na drodze eksperymentu w porównaniu z wartością napięcia przewidywaną na podstawie modelu regresyjnego potwierdza, że szukanie ilościowej zależności między zmiennymi poprzez zaplanowanie doświadczeń i ich realizację według planu jest celowe i znacznie skraca czas niezbędny na przeprowadzenie eksperymentów, na podstawie których wyznaczone są współczynniki modelu.

PODSUMOWANIE

Planowanie eksperymentu pozwala na znaczne ograniczenie czasu potrzebnego na zrealizowanie pomiarów prowadzących do osiągnięcia założonego celu badań, głównie poprzez ograniczenie do minimum liczby wykonywanych doświadczeń.

Celem badań opisanych w niniejszej publikacji było sprawdzenie istotności zmiennych niezależnych oraz opracowanie zależności opisującej ilościowy wpływ poszczególnych zmiennych niezależnych na zmienną zależną. Cel ten osiągnięto na drodze planu eksperymentu, w wyniku którego opracowano model opisujący zależności między zmiennymi. Model ten poddano weryfikacji poprzez porównanie go z zależnością otrzymaną za pomocą analizy regresji wykonanej w arkuszu kalkulacyjnym. Z porównania otrzymanych równań wynika, że oba modele z dobrym przybliżeniem odwzorowują dane empiryczne, a ograniczona do minimum liczba doświadczeń w eksperymencie planowanym nie wpływa istotnie na wartość współczynników modelu.

Opracowany matematyczny model napięcia obciążonego akumulatora w funkcji pojemności rzeczywistej oraz natężenia prądu wyładowania zostanie wykorzystany podczas prac dotyczących opracowania metody wyznaczania wartości ciśnienia sprężania w komorze

silnika tłokowego na podstawie sygnałów rozruchu dla celów diagnostyki silnika.

BIBLIOGRAFIA

1. Dyga G., Pszczółkowski J. *Plan eksperymentu identyfikacji modelu napięcia obciążonego akumulatora kwasowego*. Transcomp 2015. TTS Technika Transportu Szynowego nr 12/2015.
2. Dyga G., Pszczółkowski J. *Weryfikacja planu badań napięcia akumulatora kwasowego*. Transcomp 2015. TTS Technika Transportu Szynowego nr 12/2015.
3. Gomółka J, Kowalczyk F., Franke A.: *Współczesne chemiczne źródła prądu*. Wydawnictwo MON, Warszawa 1977
4. Kacprzyński B., *Planowanie eksperymentów. Podstawy matematyczne*. Wydawnictwo WNT, Warszawa 1974.
5. Korzyński M. *Metodyka eksperymentu. Planowanie, realizacja i statystyczne opracowanie wyników eksperymentów technologicznych*. Wydawnictwo WNT, Warszawa 2013.
6. Polański Z. *Współczesne metody badań doświadczalnych*. Wydawnictwo „Wiedza Powszechna”, Warszawa 1978.
7. Polański Z., *Planowanie doświadczeń w technice*. PWN, Warszawa 1984.
8. Pszczółkowski J., Dyga G. *Badanie cech i charakterystyk akumulatora kwasowego*. Transcomp 2013. Technika Transportu Szynowego TTS, Koleje Tramwaje, Metro nr 10/2013.
9. Pszczółkowski J., Dyga G.: *Funkcja napięcia akumulatora kwasowego*: Logistyka nr 3/2014

The capacity and discharge current impact on voltage value of loaded battery

In the article the impact of the capacity and the actual intensity of the discharge current on the loaded lead-acid battery voltage is analysed. For this purpose, there were planned and carried out experiments at which were tested the significance of individual variables, and then there was developed a linear structure of a mathematical model describing the quantitative effect of each independent variable on the dependent variable. There is described the course of action during determining the coefficients of the model, checking their relevance and adequacy of the equation, and the received dependence was verified. The model verification consisted on the comparison of the obtained model to the regression analysis model describing compounds of the same variables. It has been shown that properly planned experiment can significantly reduce the workload tests without affecting the results.

Autorzy:

dr hab. inż. **Józef Pszczółkowski**, prof. WAT - Wojskowa Akademia Techniczna im. Jarosława Dąbrowskiego, Wydział Mechaniczny: 00-908 Warszawa: ul. Gen. S. Kaliskiego 2. Tel 261 837 206, email: jozef.pszczolkowski@wat.edu.pl

mgr inż. **Grzegorz Dyga** - Wojskowa Akademia Techniczna im. Jarosława Dąbrowskiego, Wydział Mechaniczny: 00-908 Warszawa: ul. Gen. S. Kaliskiego 2. Tel 261 837 102, email: grzegorz.dyga@wat.edu.pl