

**dr hab. inż. Tomasz Kopecki,**  
**dr inż. Przemysław Mazurek**  
**mgr inż. Tomasz Lis**

Department of Mechanical Engineering and Aviation  
Rzeszów University of Technology  
al. Powstańców Warszawy 12, 35-959 Rzeszów, Poland  
E-mail: tkopecki@prz.edu.pl  
pmazurek@prz.edu.pl  
list@prz.edu.pl

## **Wpływ rodzajów usztywnień pokryć cienkościennych struktur nośnych statków powietrznych na ich właściwości eksploatacyjne. Badania eksperymentalne i analiza numeryczna.**

**Słowa kluczowe:** *ustroje cienkościenne, utrata stateczności, lotnicze struktury nośne, metoda elementów skończonych, nieliniowe analizy numeryczne, trwałość eksploatacyjna*

**Streszczenie:** Praca prezentuje wyniki badań ustrojów cienkościennych, stanowiących modele reprezentatywnych fragmentów struktur lotniczych, poddawanych zginaniu oraz skręcaniu. Rodzaj obciążenia oraz deformacji odpowiada stanowi struktury w warunkach eksploatacji. Przedmiotem rozważań były ustroje wykonane z kompozytów. Przyjęto założenie o dopuszczalności deformacji zakrytycznych dla obciążeń eksploatacyjnych. Przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych i nieliniowych analiz numerycznych w ujęciu metody elementów skończonych szeregu wariantów ustrojów, zawierających różne rodzaje usztywnień pokryć. Dokonano porównania właściwości eksploatacyjnych badanych ustrojów, w oparciu o przyjęte kryteria.

### **1. Wprowadzenie**

Badania naukowe, poświęcone zagadnieniu utraty stateczności ustrojów stanowiących elementy struktur nośnych stosowanych w technice, na ogół koncentrują się na problemach związanych z określaniem wartości obciążeń krytycznych. Znacznie rzadziej przedmiotami analiz stają się stany zakrytyczne konstrukcji. Wynika to z faktu, iż w zdecydowanej większości dziedzin techniki moment utraty stateczności przez konstrukcję utożsamiany jest z jej zniszczeniem [1][10][13].

W technice lotniczej, z uwagi na bardzo specyficzny charakter rozważanych obiektów, ukonstytuowały się również specyficzne normy wpływające na procesy projektowania oraz założenia eksploatacyjne. Jedną z zasad, odnoszącą się do najpowszechniej stosowanych w lotnictwie konstrukcji metalowych, pozwala na dopuszczanie deformacji zakrytycznych wybranych rodzajów ustrojów, w zakresach obciążeń eksploatacyjnych [2][11][12].

Należy podkreślić, że podobnie jak w przypadku innych dziedzin techniki, stosowana jest żelazna reguła, w myśl której doznający wybożenia ustrój prętowy uważany jest za zniszczony. Niezawodność konstrukcji jest zatem uwarunkowana odpowiednio rygorystycznym doбором parametrów geometrycznych wszystkich komponentów konstrukcji, które w procesach projektowania modelowane są ustrojami prętowymi. Należą do nich np. podłużnice, elementy ram i kratownic, pasy dźwigarów itp.

Zupełnie odmienna reguła odnosi się do ustrojów powłokowych, stanowiących komponenty struktur półskorupowych, jakkolwiek również tutaj istnieje cały szereg ograniczeń. W ogólnym przypadku, ze względu na konieczność minimalizacji masy obiektu, dopuszczalna jest utrata stateczności powłok w warunkach eksploatacji, o ile zjawisko to posiada charakter sprężysty oraz zachodzi lokalnie, tj. w obrębie segmentu powłoki ograniczonego elementami

szkieletu. Wyjątek stanowią pokrycia np. kesonów skrzydeł oraz innych fragmentów konstrukcji odpowiedzialnych za zapewnienie jej odpowiedniej sztywności skrętnej, jak również fragmenty powłok, których duże deformacje nie są pożądane z uwagi na konieczność zachowania odpowiednich właściwości aerodynamicznych obiektu [8][14][18][19].

Jakkolwiek ustroje wykonywane z metali lekkich wciąż stanowią podstawowe komponenty większości pozostających w eksploatacji lotniczych struktur nośnych, w ostatnich latach zarysowała się wyraźna tendencja do zwiększania zastosowania różnych rodzajów kompozytów. Najczęściej stosowanymi w lotnictwie są kompozyty warstwowe, na bazie tkanin szklanych, węglowych i aramidowych oraz żywic polimerowych.

Z uwagi na niedostateczną wiedzę odnośnie całokształtu zmian właściwości mechanicznych kompozytów spowodowanych ich długotrwałą eksploatacją, oparte na nich struktury nośne przez wiele lat projektowano i realizowano jako skorupowe, przy wykorzystaniu przekładek, zapobiegających utracie stateczności przez powłoki pracujące.

Obecnie, w dążeniu do spełnienia coraz bardziej rygorystycznych kryteriów eksploatacyjnych i ekonomicznych, w szeregu konstrukcji lotniczych przyjęto doktrynę projektowania dopuszczającą lokalną utratę stateczności niektórych fragmentów powłok kompozytowych, podobnie jak w przypadku metalowych [6][7][16].

Pozwoliło to na zastosowanie struktur półskorupowych, charakteryzujących się bardziej korzystnymi właściwościami mechanicznymi w odniesieniu do masy niż struktury skorupowe.

Dopuszczenie do eksploatacji tego rodzaju konstrukcji wymaga przeprowadzenia kompleksowych badań wpływu długotrwałych, cyklicznych obciążeń na stan struktur kompozytowych oraz ich niezawodność.

Dopuszczalność utraty stateczności powłok kompozytowych powoduje pojawianie się podobnych problemów konstrukcyjnych jak w przypadku powłok metalowych. Jednym z nich jest konieczność jak najbardziej efektywnego ograniczenia tego zjawiska, przy możliwie jak najmniejszym przyroście masy konstrukcji. Celowe wydaje się osiągnięcie tego celu poprzez zastosowanie usztywnień o charakterze integralnym. Niewątpliwą zaletą kompozytów jest łatwość nadawania im dowolnych kształtów. W efekcie, usztywnienia integralne powłok kompozytowych posiadają na ogół odmienny geometryczny charakter niż w przypadku powłok metalowych, a ich realizacja podlega innym ograniczeniom technologicznym.

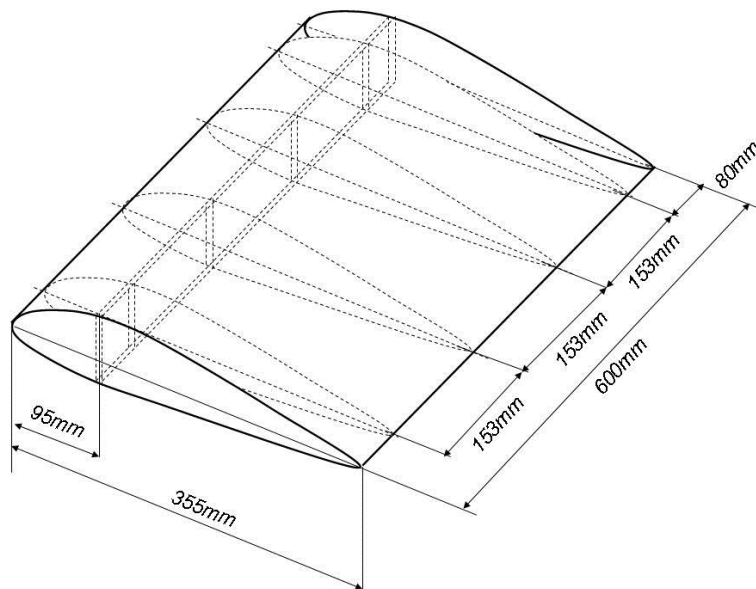
W procesach projektowania tego rodzaju struktur powszechnie wykorzystywane są narzędzia numeryczne, między innymi różne rodzaje oprogramowania opartego na metodzie elementów skończonych. Określenie rozkładów przemieszczeń w przypadku występowania deformacji zakrytycznych, wiąże się z koniecznością realizacji nieliniowych analiz numerycznych, przy uwzględnieniu nieliniowości geometrycznych. Z uwagi na ograniczoną doskonałość narzędzi numerycznych, uzyskiwane na tej drodze wyniki bardzo często obarczone są znaczącymi błędami [5][9]. Jedynym sposobem ich wyeliminowania jest uściślenie modeli numerycznych poprzez stosowne weryfikacje eksperymentalne. Weryfikacja taka może być w większości przypadków oparta na uproszczonych badaniach modelowych, podczas których dokonuje się pomiarów przemieszczeń określonych punktów referencyjnych. Uzyskanie zgodności pomiędzy postaciami i wielkościami deformacji wyznaczonymi w wyniku analiz numerycznych oraz badań eksperymentalnych, pozwala uzyskać wiarygodne rozkłady naprężeń zredukowanych, według wybranej hipotezy wytrzymałościowej. Podstawę owej wiarygodności stanowi zasada jednoznaczności rozwiązań, w myśl której określonemu stanowi deformacji odpowiadać może jeden i tylko jeden rozkład naprężeń [3].

## **2. Cel i zakres badań**

Celem badań przedstawionych w niniejszym opracowaniu było dokonanie analizy porównawczej kilku rodzajów rozwiązań konstrukcyjnych fragmentu skrzydła samolotu, o kompozytowej powłoce, ulegającej deformacjom zakrytycznym w warunkach obciążeń eksploatacyjnych. Przedmiot badań stanowiły ustroje o jednakowych wymiarach (rys.1), różniące się rozwiązaniami konstrukcyjnymi szkieletu. We wszystkich przypadkach przedniej części powłoki, odpowiadającej kesonowi, nadano większą grubość, zabezpieczając ją przed utratą stateczności. Podczas analiz skoncentrowano się na obszarach pomiędzy dźwigarem oraz krawędzią spływu.

We wszystkich przypadkach zastosowano taką samą technologię wykonania i jednakową grubość powłok. W wyniku badań eksperymentalnych uzyskano rozkłady deformacji oraz określono reprezentatywne ścieżki równowagi. Pozyskane rezultaty stanowiły podstawę uściślenia i weryfikacji modeli numerycznych, poddawanych analizom nieliniowym przy użyciu oprogramowania opartego na metodzie elementów skończonych.

W efekcie uzyskano potwierdzenie adekwatności modeli numerycznych, które mogą stanowić podstawę określenia przydatności kolejnych modyfikacji analizowanych rozwiązań konstrukcyjnych.



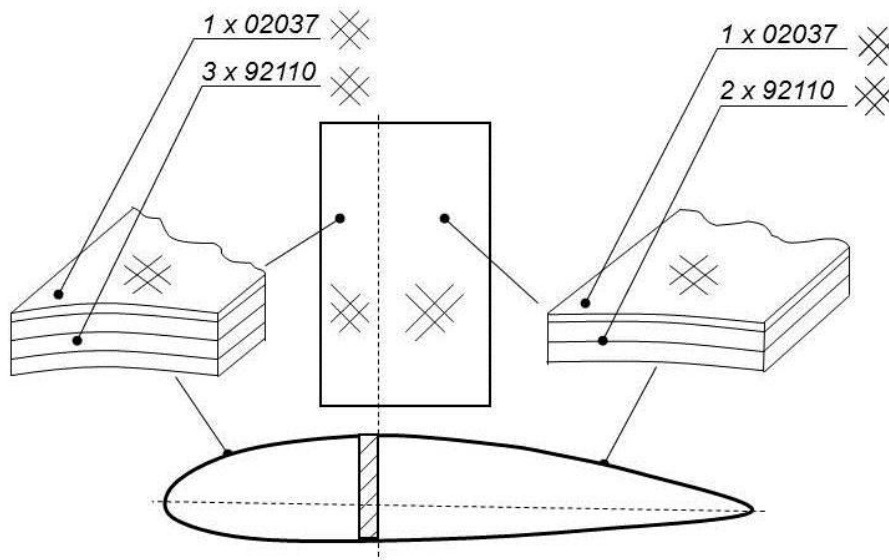
Rys.1 Schemat i wymiary badanych struktur

### 3. Badania eksperymentalne

Modele do badań eksperymentalnych w części szkieletowej wykonano ze sklejk i listew drewnianych, o znanych właściwościach mechanicznych. Pokrycie stanowił kompozyt epoksydowy zbrojony włóknem szklanym (GFRP).

Zbrojenie kompozytu tworzyły tkaniny szklane Interglass 02037 i 92110 o gramaturach 50 oraz 163 g/m<sup>2</sup>. Matrycę stanowiła mieszanka sycąca na bazie żywicy epoksydowej MGS L285/H286 o znanych właściwościach mechanicznych, którym odpowiadały zmierzone stałe dla kompozytu:  $E_{11}=22000$  MPa,  $E_{22}=22000$  MPa,  $\nu_{12}=0.11$ ,  $G_{12}=4600$ . Powłoka modelu wykonana została w strefie kesonu jako struktura zawierająca cztery warstwy tkaniny symetrycznej, o współczynniku zbrojenia 50/50. Kierunki główne ortotropii kompozytu zorientowano pod kątem 45 stopni do kierunku pasów dźwigara.

W pozostałej części konstrukcji powłoka zawierała trzy warstwy tkaniny (rys.2). Zróżnicowanie liczby warstw miało na celu zabezpieczenie powłoki kesonu przed utratą stateczności oraz stworzenie warunków sprzyjających powstaniu deformacji zakrytycznych w części pokrycia pomiędzy dźwigarem a krawędzią spływu.

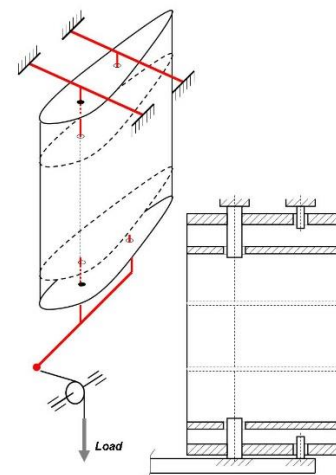


Rys.2 Schemat laminowania struktury

Badania eksperymentalne przeprowadzono przy użyciu specjalnie zaprojektowanego stanowiska badawczego (rys.3a). Badane modele poddawane były skręcaniu oraz zginaniu, co odpowiadało rzeczywistemu charakterowi obciążeń działających na skrzydło w warunkach eksploatacji (rys.3b). Obciążenia realizowano metodą grawitacyjną.



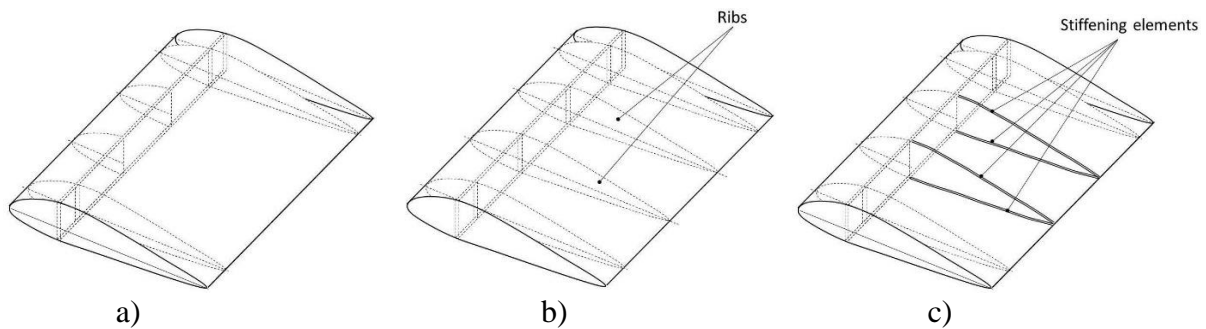
a)



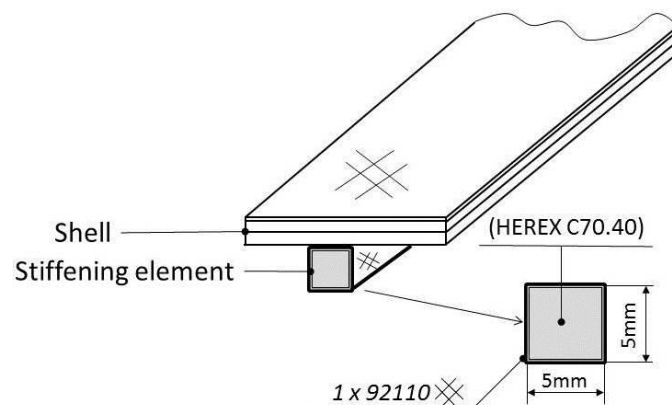
b)

Rys.3 a): stanowisko do badań eksperymentalnych, b): schemat mocowania i obciążenia struktury

Badaniom poddano trzy warianty modelu (rys.4). W pierwszym z nich, badany fragment powłoki pozbawiony był usztywnień. W drugim zastosowano pełny szkielet, zawierający środkowe żebra. Trzeci wariant zawierał usztywnienia wykonane jako obwody zamknięte, wypełnione pianką polimerową. (rys.5). Tego rodzaju ustrój nie stanowi usztywnienia integralnego z punktu widzenia powszechnie przyjętego znaczenia tego określenia, jednakże pełni dokładnie taką samą funkcję jak obwód zamknięty, utworzony poprzez odpowiednie uformowanie zewnętrznej warstwy powłoki. Rozwiązanie to jest przy tym znacznie prostsze w realizacji. W dalszej części opracowania ten rodzaj usztywnienia określany jest zatem mianem integralnego.

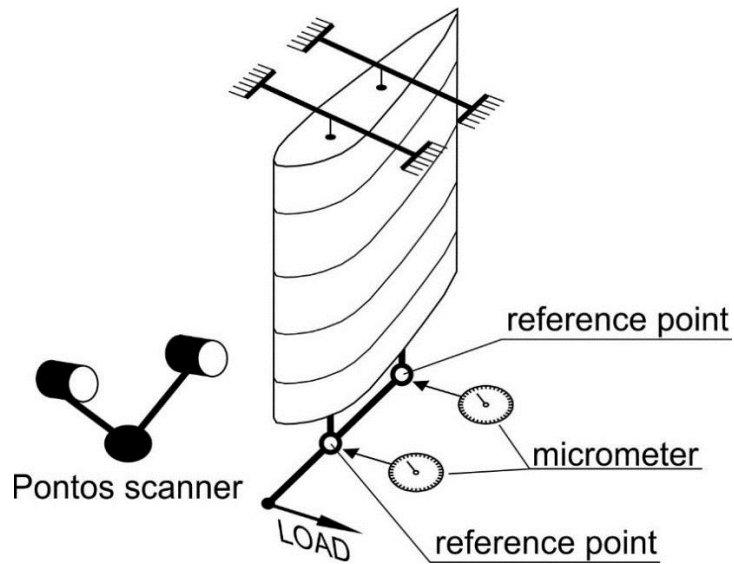


Rys.4 Schematy badanych wersji modelu: a) bez usztywnień, b) z żebrami, c) z usztywnieniami

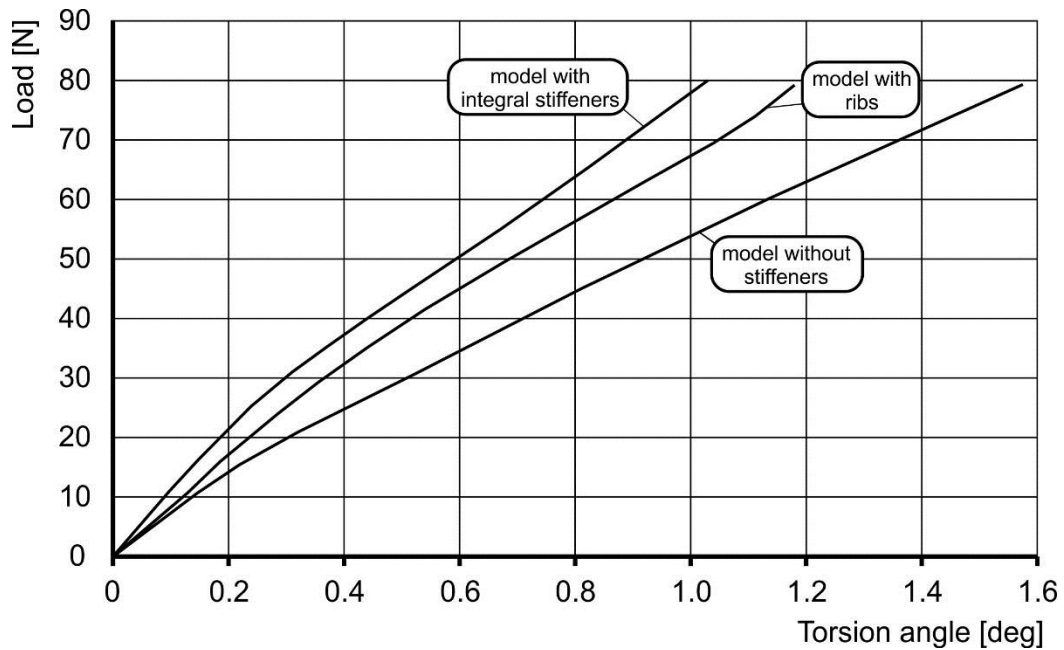


Rys.5 Schemat usztywnień powłoki.

W trakcie eksperymentu dokonywano pomiarów przemieszczeń wybranych punktów referencyjnych, dla kolejnych ustalonych stanów deformacji struktury. Do pomiaru przemieszczeń wykorzystano układ czujników mikrometrycznych oraz skaner optyczny Pontos GOM Measuring Techniques (rys.6). W wyniku uzyskano reprezentatywne ścieżki równowagi, stanowiące zależność pomiędzy całkowitym kątem skręcenia struktury oraz wartością obciążenia (rys.7).

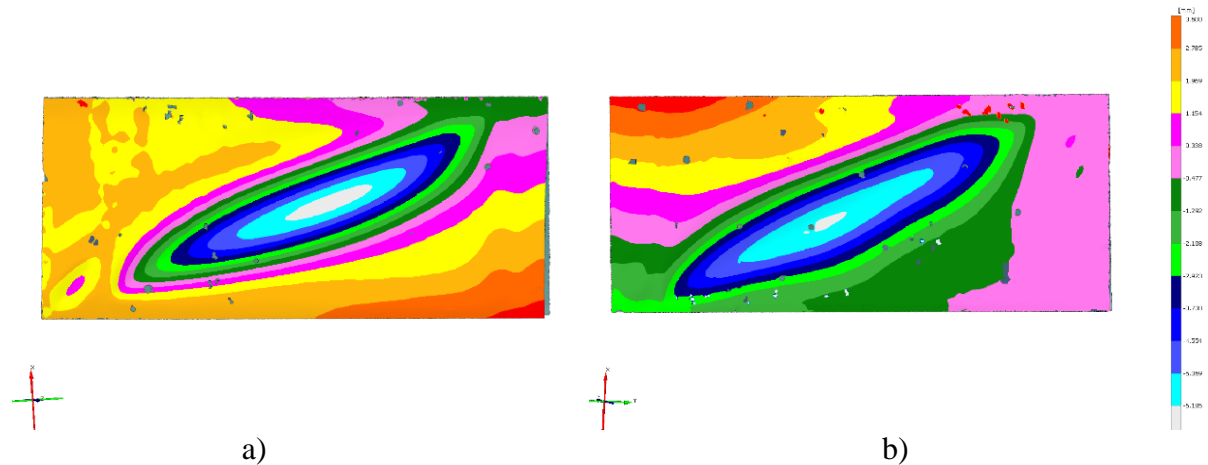


Rys.6 Technika pomiaru przemieszczeń punktów referencyjnych

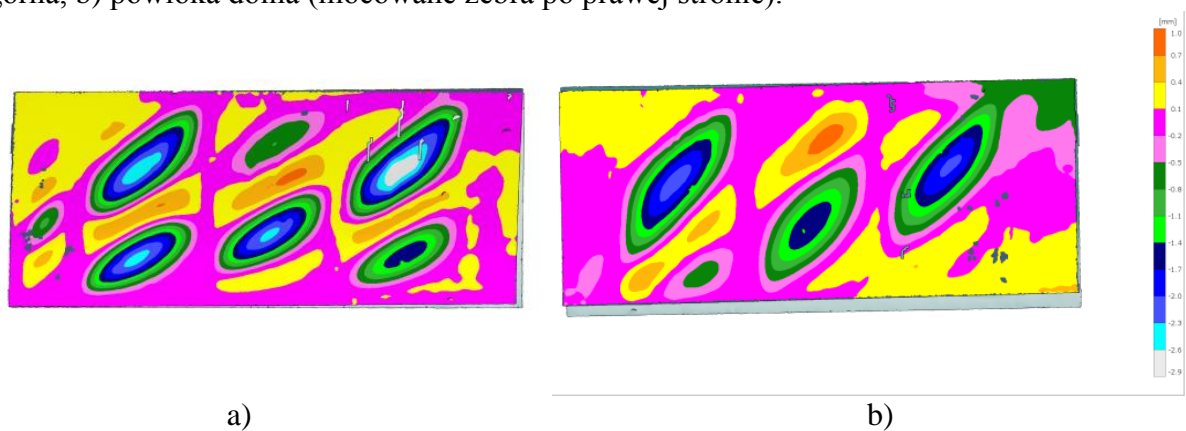


Rys. 7 Zestawienie reprezentatywnych ścieżek równowagi

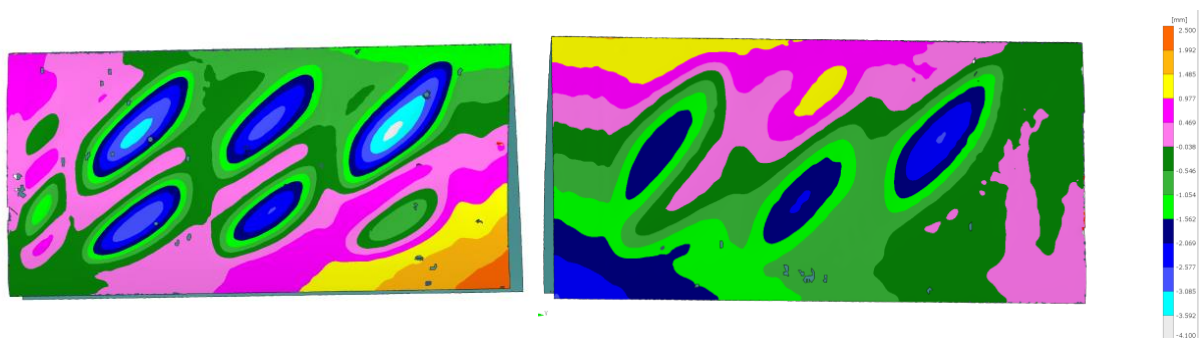
Dla docelowej wartości obciążenia przeprowadzono ponadto skanowanie badanego obszaru zdeformowanego modelu przy użyciu skanera Atos. W rezultacie otrzymano pola deformacji (rys.8-10) stanowiące podstawę jakościowej weryfikacji wyników obliczeń numerycznych.



Rys.8 Rozkład przemieszczeń wypadkowych [mm] – model bez usztywnień: a) powłoka górna, b) powłoka dolna (mocowane żebra po prawej stronie).



Rys.9 Rozkład przemieszczeń wypadkowych [mm] – model z żebrami: a) powłoka górna, b) powłoka dolna (mocowane żebra po prawej stronie).



Rys.10 Rozkład przemieszczeń wypadkowych [mm] – model z usztywnieniami a) powłoka górna, b) powłoka dolna (mocowane żebra po prawej stronie).

#### 4) Analizy numeryczne

Niezbędnym uzupełnieniem fazy eksperymentalnej pozwalającym na uzyskanie informacji o rozkładach naprężeń w badanych powłokach jest opracowanie efektywnych, adekwatnych modeli obliczeniowych w ujęciu metody elementów skończonych.

Modelowanie numeryczne badanych struktur zrealizowano przy użyciu komercyjnego oprogramowania MSC PATRAN/MARC, które dowiodło swojej efektywności w przypadku analiz deformacji zakrytycznych powłok z materiałów izotropowych [11][12]. W przypadku

kompozytów warstwowych, decydującą fazą tworzenia modelu jest użycie algorytmu, którego zadaniem jest wyznaczenie właściwości laminatu, w oparciu o zestawy stałych, odpowiadających poszczególnym warstwom. Algorytm ten stanowi integralny podprogram preprocesora i nie pozwala użytkownikowi na jakąkolwiek ingerencję.

Cechą struktur kompozytowych, bardzo utrudniającą tworzenie numerycznych odwzorowań, jest ich niejednorodność, wynikająca nie tylko z warunków laminowania poszczególnych warstw, ale również będących skutkiem czynności montażowych, tj. obecności lokalnych naddatków żywicy oraz zróżnicowanej grubości sklein. Czynniki te mogą skutkować lokalnymi zmianami sztywności powłoki i wpływają na postać deformacji zakrytycznych. Nawet niewielkie błędy w doborze parametrów geometrycznych modelu numerycznego, wprowadzające odstępstwo od rzeczywistych warunków brzegowych segmentu powłoki, generuje znaczące błędy podczas analizy nieliniowej.

Podstawową relacją w problemie nieliniowym, określającą związek pomiędzy stanem struktury oraz obciążeniem jest tzw. ścieżka równowagi układu, w ogólnym przypadku stanowiąca hiperpowierzchnię w hiperprzestrzeni stanu [4][9]. Jest to zależność spełniająca macierzowe równanie sił rezydualnych:

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}, \mathbf{\Lambda}) = \mathbf{0}, \quad (1)$$

w którym  $\mathbf{u}$  jest wektorem stanu, zawierającym składowe przemieszczeń węzłów struktury odpowiadających jej aktualnej konfiguracji geometrycznej,  $\mathbf{\Lambda}$  jest macierzą zawierającą parametry kontrolne odpowiadające aktualnemu poziomowi obciążenia, natomiast  $\mathbf{r}$  jest *wektorem rezydualnym*, zawierającym niezrównoważone składowe siły, związane z aktualnym stanem deformacji układu. Zbiór parametrów kontrolnych może być wyrażony poprzez pojedynczy parametr, będący funkcją obciążenia. Równanie (1) przyjmuje wówczas postać:

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}, \lambda) = \mathbf{0}, \quad (2)$$

nazywaną monoparametrycznym równaniem sił rezydualnych.

Stosowane w nowoczesnych programach prognostyczno-korekcyjne metody określania kolejnych punktów ścieżki równowagi zawierają również fazę korekcyjną, opartą na spełnieniu przez układ dodatkowego równania, nazywanego równaniem kontroli przyrostu lub równaniem więzów []:

$$c(\Delta \mathbf{u}_n, \Delta \lambda_n) = \mathbf{0}, \quad (3)$$

gdzie przyrosty:

$$\Delta \mathbf{u}_n = \mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n \quad \text{oraz} \quad \Delta \lambda_n = \lambda_{n+1} - \lambda_n \quad (4)$$

odpowiadają przejściu ze stanu  $n$  do stanu  $n+1$ .

Z uwagi na brak możliwości interpretacji ścieżki równowagi dla układów o liczbie stopni swobody większej niż 2, w czytelnej formie wykresu, w praktyce, do celów porównawczych, stosuje się tzw. reprezentatywne ścieżki równowagi, stanowiące zależności pomiędzy wybranym parametrem, charakteryzującym deformację układu oraz pojedynczym parametrem kontrolnym, związanym z obciążeniem. Jako potwierdzenie wiarygodności wyników nieliniowych analiz numerycznych w ujęciu MES uważa się stwierdzenie zadowolającej zbieżności pomiędzy reprezentatywnymi ścieżkami równowagi: rzeczywistą – określoną podczas eksperymentu oraz uzyskaną na drodze numerycznej. Niezbędna jest również zbieżność postaci deformacji stanowiących efekt obliczeń [4][9][17] z wynikiem



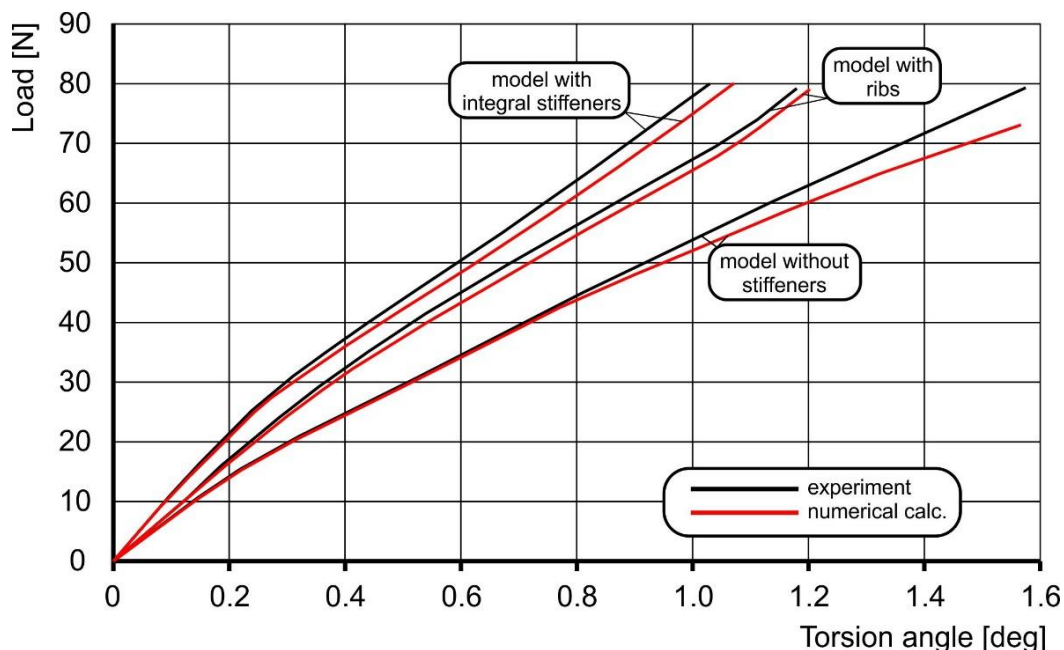
eksperymentu. Opierając się na wspomnianej zasadzie jednoznaczności rozwiązań, za wiarygodne można wówczas uznać również rozkłady naprężenia zredukowanego w zdeformowanej powłoce [3].

Ponieważ nieliniowa analiza numeryczna jest procesem iteracyjnym, zmierzającym do wyznaczenia kolejnych stanów równowagi, o jej poprawności w znaczącej mierze decyduje właściwy dobór metody prognostycznej, strategii korekcyjnej oraz całego szeregu parametrów sterujących. W opisywanym przypadku posłużono się metodą Newtona-Raphsona powiązaną z hipersferyczną korekcją Crisfielda [4][15].

W przeciwieństwie do analiz liniowych, gdzie dąży się do uzyskania możliwie dużej liczby elementów skończonych, zastosowanie zbyt gęstej siatki elementów podczas analiz nieliniowych prowadzi często do błędnych wyników, przy jednoczesnym, znacznym wydłużeniu czasu obliczeń. Po wykonaniu serii testów numerycznych w zakresie doboru topologii modelu, zdecydowano się na modele złożone z około 5000 bilinearnych, czterowęzłowych elementów powłokowych. Konieczność zastosowania takiego elementu wynikała z faktu, iż pozostałe ich typy, zawarte w bibliotece oprogramowania MSC MARC, którym można przyporządkować właściwości kompozytów warstwowych, nie posiadają możliwości odwzorowania złożonych geometrycznie obiektów, z uwagi na rodzaj i liczbę stopni swobody.

Modele materiałów sporządzono uwzględniając właściwości mechaniczne kompozytów tworzonych w oparciu o komponenty zastosowane podczas fazy eksperymentalnej, o stałych przytoczonych powyżej.

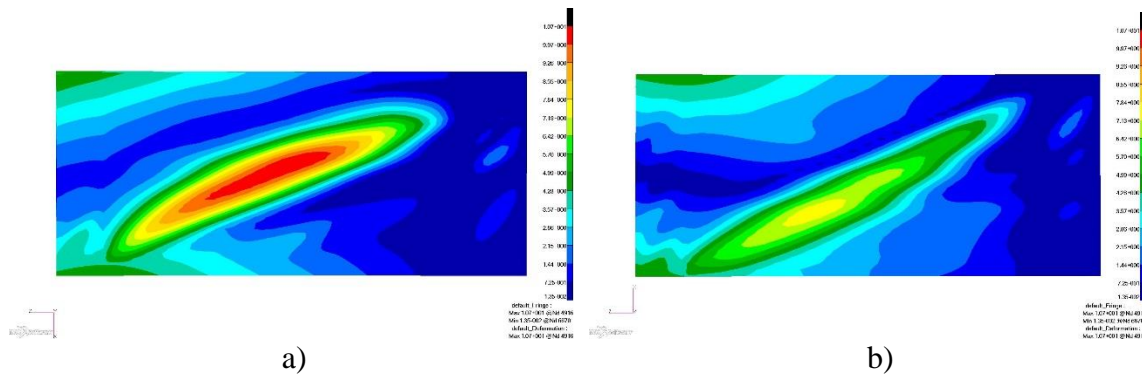
W efekcie przeprowadzonych nieliniowych analiz numerycznych, wyznaczono reprezentatywne ścieżki równowagi oraz dokonano ich porównania z odpowiednimi charakterystykami uzyskanymi na drodze eksperymentu (rys.11)



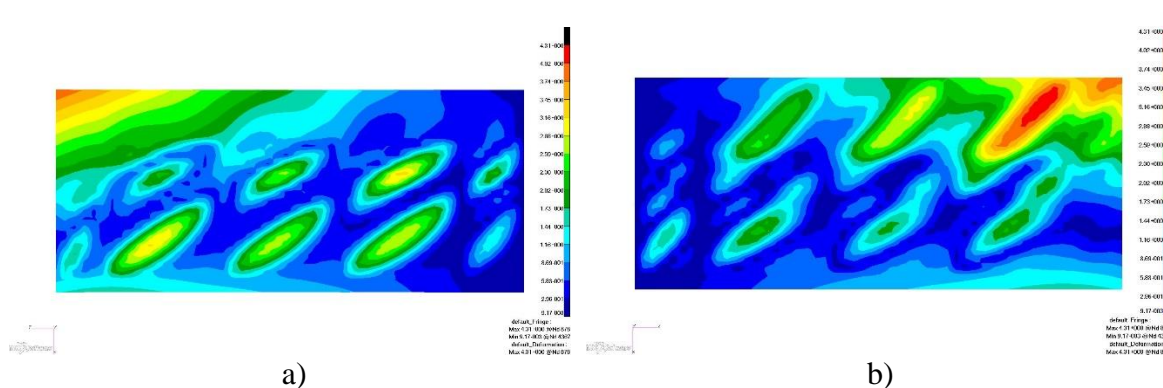
Rys.11 Zestawienie reprezentatywnych ścieżek równowagi.

We wszystkich analizowanych przypadkach stwierdzono bardzo niewielkie rozbieżności pomiędzy odpowiednimi krzywymi reprezentatywnymi, co potwierdziło prawidłowość doboru metod numerycznych oraz parametrów sterujących procedurami nieliniowymi.

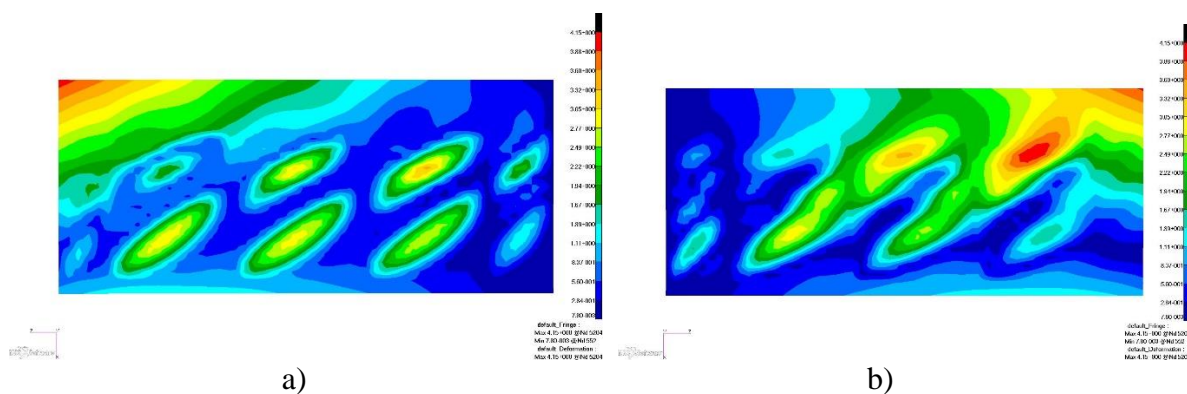
W wyniku analiz otrzymano również rozkłady wypadkowych przemieszczeń węzłów siatek elementów skończonych tworzących modele powłok (rys.12-14).



Rys. 12 Rozkłady przemieszczeń wypadkowych analizowanych fragmentów powłok (mm) – model bez usztywnień: a) powłoka górna, b) powłoka dolna



Rys. 13 Rozkłady przemieszczeń wypadkowych analizowanych fragmentów powłok (mm) – model z żebrami: a) powłoka górna, b) powłoka dolna



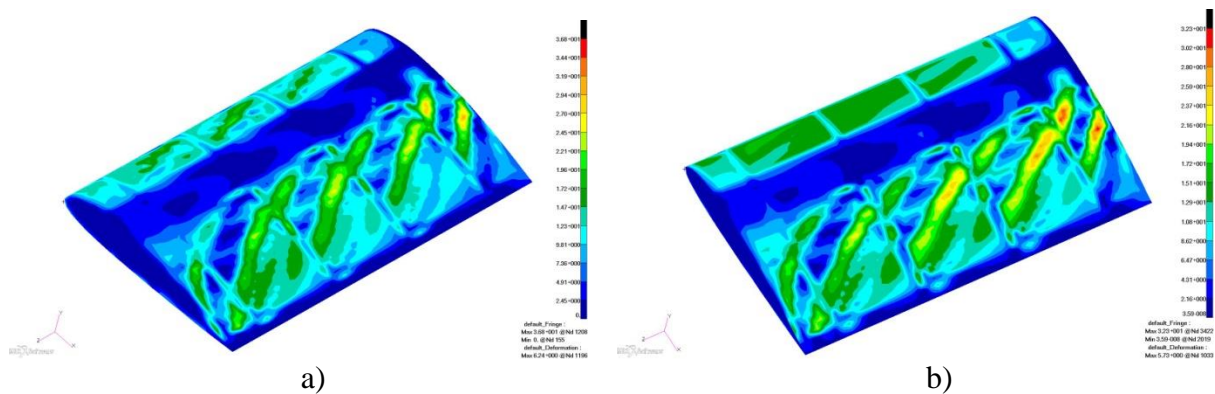
Rys. 14 Rozkłady przemieszczeń wypadkowych analizowanych fragmentów powłok (mm) – model z usztywnieniami integralnymi: a) powłoka górna, b) powłoka dolna

Biorąc pod uwagę zadowalające podobieństwo pomiędzy wynikami analiz i eksperymentu, zarówno w zakresie reprezentatywnych ścieżek równowagi, jak również przemieszczeń wypadkowych, można stwierdzić, że właściwości kompozytów przyporządkowywane elementom skończonym przez oprogramowanie PATRAN, wyznaczone przez program na podstawie danych dla poszczególnych warstw kompozytu, można uznać za poprawne, odpowiadające charakterystykom rzeczywistym. Należy jednak podkreślić, iż w przypadku wystąpienia wszelkiego rodzaju defektów struktury rzeczywistej, powstałych w procesie laminowania, konieczne jest wprowadzenie stosownych poprawek w modelu numerycznym, uwzględniających wpływ tych wad na lokalną sztywność powłoki.

Przebiegi reprezentatywnych ścieżek równowagi pozwalają stwierdzić, że usztywnienia powłoki skrzydła stanowią element konieczny struktury. W pozbawionym ich modelu utrata stateczności pokrycia następowała przy bardzo niskiej wartości obciążenia, w następstwie pojawienia się pola ciągnięć w obrębie obserwowanego segmentu.

Z kolei porównanie rozwiązań zawierających żebra oraz usztywnienia integralne, wykazało korzystniejsze właściwości tych ostatnich, przy jednoczesnym spadku masy.

Przyrost sztywności całego ustroju daje się uzasadnić faktem, iż w przypadku zastosowania żeber, w miejscach ich połączeń z powłoką ograniczane są wielkości przemieszczeń na kierunkach wyznaczanych przez styczne do powłoki. Skutkuje to powstawaniem odmiennych, bardziej niekorzystnych z punktu widzenia efektywności rozwiązania rozkładów naprężeń w segmentach powłoki (rys.15).



Rys. 15 Rozkłady naprężenia zredukowanego wg hipotezy  $\sigma_{\max}$  (MPa): a) model z żebrami, b) model z usztywnieniami integralnymi

## 5) Podsumowanie i wnioski

Eksperymentalno-numeryczna analiza szeregu wariantów rozwiązań konstrukcyjnych typowego fragmentu cienkościennej struktury lotniczej miała dwa zasadnicze cele. Pierwszym z nich było możliwie precyzyjne określenie oraz porównanie właściwości eksploatacyjnych badanych ustrojów. Badania dowiodły, że integralne usztywnienia powłoki, zastosowane w jednym z rozpatrywanych modeli, jakkolwiek oparte na bardzo prostym rozwiązaniu technologicznym, okazały się bardziej efektywne od wariantu tradycyjnego, zawierającego podział pokrycia za pomocą żeber. Pozwala to wytyczyć kierunek dalszych badań, zmierzających do określenia wariantu usztywnień integralnych o właściwościach możliwie najbardziej pożądanym w warunkach eksploatacji ustroju. Kryterium wyboru rozwiązania docelowego może być największa wartość obciążenia krytycznego bądź najmniejsza wartość deformacji uznanej za reprezentatywną, przy jednoczesnym uwzględnieniu zmian masy struktury.

Przedstawione wyniki badań eksperymetalnych oraz nieliniowych analiz numerycznych, jak również sformułowane na ich podstawie spostrzeżenia, należy zatem rozpatrywać w kontekście szerszego programu badań, zmierzającego do określenia właściwości szeregu rodzajów usztywnień lotniczych powłok kompozytowych, doznających deformacji zakrytycznych w warunkach obciążeń eksploatacyjnych.

Kolejnym celem badań, stanowiącym niezbędne uzupełnienie fazy eksperymetalnej, pozwalające na uzyskanie informacji o rozkładach naprężeń w badanych powłokach, było opracowanie efektywnych, adekwatnych modeli obliczeniowych w ujęciu MES. Zweryfikowane modele numeryczne stanowiąc mogą bardzo efektywne narzędzie, pozwalające poszukiwać kolejnych rozwiązań konstrukcyjnych, związanych z zastosowaniem

różnych wariantów usztywnień. Należy jednak podkreślić, iż ostatnim krokiem musi być wykonanie eksperymentu z wykorzystaniem modelu odpowiadającemu wybranemu wariantowi. Wynika to z bezwzględnej konieczności weryfikacji modelu numerycznego. Tego rodzaju postępowanie pozwala jednak wyeliminować fazę eksperymentalną w odniesieniu do rozwiązań pośrednich, uznanych za niespełniające wybrane kryteria.

W świetle powyższych wniosków, można stwierdzić, iż zaprezentowana metodyka badań może w efekcie końcowym pozwolić na opracowanie możliwie najbardziej korzystnych, z punktu widzenia kryteriów masowych i sztywnościowych, wariantów usztywnień powłok. Spełnienie tych kryteriów stanowi podstawę uzyskania pożądanych właściwości eksploatacyjnych badanych ustrojów.

## Literatura:

1. Arborcz J.: *Post-buckling behavior of structures. Numerical techniques for more complicated structures.*, Lecture Notes In Physics, 1985.
2. Arborcz J., Hol J.M.A.: *Recent development in shell stability analysis*, Report LR-633 Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, 1990.
3. Brzoska Z.: *Statyka i stateczność konstrukcji*, PWN, 1965
4. Crisfield M. A.: *Non-linear finite element analysis of solid and structures*, J. Wiley & Sons, 1997.
5. Doyle J.F.: *Nonlinear analysis of thin-walled structures*, Springer-Verlag, 2001.
6. Dębski H., Kubiak T., Teter A.: *Experimental investigation of channel-section composite profiles' behavior with various sequences of plies subjected to static compression*, Thin-Walled Structures, 2013: 71: 147–154.
7. Dębski H.: *Experimental investigation of post-buckling behavior of composite column with top-hat cross-section*, Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability, 2013: 16 (2): 1056-109.
8. Dobrzański P., Czarnocki P., Lorenz Z.: *Shell structures – theory and application*, CRC Press, 2013, ISSN/ISBN 978-1-138-000-82-7, Vol.3.
9. Felippa C. A., Crivelli L. A., Haugen B.: *A survey of the core-congruent formulation for nonlinear finite element*, Archive of Computer Methods in Engineering, 1994.
10. Jachimowicz J., Szymczyk E., Słowiński G., Derewońko A., Wronicz W.: *Modele globalne i lokalne MES w analizie struktur lotniczych na przykładzie fragmentu skrzydła samolotu M-28 Skytruck*, Wyd. WAT, 2010, Biuletyn WAT Nr1/2010.
11. Kopecki T., Mazurek P.: *Problems of numerical bifurcation reproducing in post-critical deformation states of aircraft structures*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2013: 51: 4: 969–977.

12. Kopecki T., Mazurek P.: *Numerical representation of post-critical deformations in the processes of determining stress distributions in closed multi-segment thin-walled aircraft load-bearing structures*, *Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability*, 2014: 16: 1: 164–169.
13. Lynch C. A.: *Finite element study of the post buckling behavior of a typical aircraft fuselage panel*, PhD Thesis, Queen's University Belfast, 2000.
14. Mielczarek G.: *Optimization of the structure of a multilayer cylindrical shell under stability loss conditions*, *Engineering Transaction*, 1995, 43: 4: 495-504
15. Rakowski G., Kacprzyk Z.: *The finite elements method in mechanics of structures*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 1993.
16. Rudawska A., Dębski: *Experimental and numerical analysis of adhesively bonded aluminium alloy sheets joints*, *Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability*, 2011: 49: 1: 4-10.
17. Riks E.: *An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems*, *International Journal of Solid and Structures*, 1979: 15: 529–551.
18. Szymczyk E., Niezgoda T.: *Numeryczna analiza wyboczenia lokalnego uźebrowanej powłoki cylindrycznej*, *Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej : budowa i eksploatacja maszyn* Nr 1 [605], 2003, s. 137-154
19. Wiśniowski W.: *Sztywność i rozsztywnienie konstrukcji lotniczych*, *Prace Instytutu Lotnictwa* Nr214, 2011, ISSN 0509-6669.