

Daria WOTZKA*

ZASTOSOWANIE METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH DO MODELOWANIA ELEKTRYZACJI STRUMIENIOWEJ

Proces elektryzacji strumieniowej polega na kumulacji ładunków elektrycznych w określonych przestrzeniach zbiornika wypełnionego płynnym dielektrykiem m.in. na skutek jego przepływu. Zjawisko elektryzacji strumieniowej jest zagrożeniem w obiektach i instalacjach, w których wykorzystuje się ciecze dielektryczne. W niniejszym artykule opisano model numeryczny układu do badania zjawiska elektryzacji strumieniowej, wyniki przeprowadzonych symulacji i analiz danych obliczeniowych. W szczególności przedstawiono układ płaskiej rurki o średnicy 13 mm i długości 2,5 m wraz z parametrami modelu numerycznego. Ponadto w artykule zawarto rezultaty wykonanych symulacji komputerowych przy przyjęciu różnych wartości parametrów modelu mających wpływ na uzyskiwane wyniki obliczeń w tym prędkości przepływu.

KEYWORDS: model numeryczny, symulacja, model elektryzacji, przepływ oleju, metoda elementów skończonych.

1. WPROWADZENIE

Proces elektryzacji polega akumulacji ładunków w określonych miejscach cieczy o niskiej przewodności, rzędu $3,3 \cdot 10^{-13}$ S/m [1], na skutek przepływu tej cieczy [2, 3]. Elektryzacja stanowi problem m.in. w urządzeniach elektroenergetycznych, których do celów izolacji i chłodzenia stosowany jest olej [4-6]. Zwiększenie przepływu oleju zwiększa efektywność chłodzenia, jednak jednocześnie wzrasta ryzyko elektryzacji [7, 8], a co za tym idzie ryzyko awarii urządzenia [9]. Prąd elektryzacji stanowi sumę prądów konwekcji, przewodnictwa i dyfuzji [10, 11]. Prądy konwekcji wynikają z ruchu cząstek transportowanych wraz z przepływającą cieczą, prądy przewodzenia występują w obecności zewnętrznego pola elektrycznego, natomiast prądy dyfuzyjne wynikają samorzutnego rozprzestrzeniania się cząsteczek.

Niniejszy artykuł dotyczy badań z wykorzystaniem komercyjnego programu COMSOL Multiphysics®, który wykorzystując metodę elementów skończonych (MES), umożliwia przebadanie procesu elektryzacji z wykorzystaniem symula-

* Politechnika Opolska

cji komputerowych. W szczególności możliwe jest uwzględnienie wszystkich rodzajów prądów składających się na elektryzację strumieniową. Zaletą metody symulacyjnej jest możliwość opracowania modeli o różnych parametrach i analizowaniu ich wpływu na uzyskiwane wyniki. Badania symulacyjne w zakresie elektryzacji strumieniowej opisano m.in. w pracach: [12, 13].

W opisanych badaniach nie uwzględniono prądów przewodnictwa, ponieważ badany obiekt nie znajduje się w zewnętrznym polu elektrycznym. W takich warunkach prąd elektryzacji jest proporcjonalny do prędkości przepływu cieczy i koncentracji cząstek znajdujących się w niej [14, 15]. Badaniu poddano wpływ prędkości oleju przepływającego przez płaską metalową rurkę na rozkład koncentracji cząstek i wynikający z niego rozkład prądu konwekcyjno-dyfuzyjnego odpowiadającego elektryzacji strumieniowej.

2. MODEL NUMERYCZNY OBIEKTU BADAŃ

W ramach badań wykonano model układu płaskiej rurki o promieniu 13 mm i długości 2.5 m. Długość rurki określono w taki sposób aby możliwie zredukować złożoność obliczeniową przy zachowaniu stabilnego przepływu. Z jednej strony rury wpływa olej o zadanej prędkości v , a wypływa z jej drugiej strony. W badaniach analizowano prędkości w zakresie przepływu laminarnego, dla liczby Re do 876, obliczonej zgodnie z równaniem (1).

$$\text{Re}(x, y, t) = \frac{U(x, y, t)\rho r}{\mu} \quad (1)$$

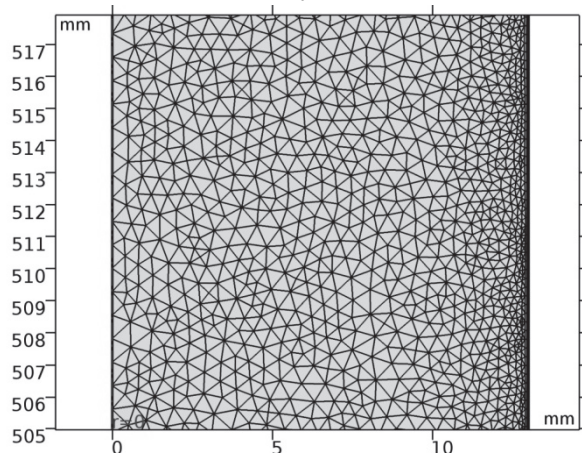
gdzie: $U(x, y, t)$ - średnia prędkość w lokalizacji o współrzędnych x, y w chwili czasowej t , ρ - gęstość oleju, μ - lepkość dynamiczna, $r=10$ mm długość charakterystyczna.

Z uwagi na istnienie symetrii osiowej badaniu poddano płaszczyznę stanowiącą przekrój rurki. Na stalowych ściankach rury przyjęto stałą koncentrację cząstek $c_0 \cdot 10^{-9}$ mol/m³. Olej scharakteryzowano następującymi parametrami: temperatura 293 K, lepkość dynamiczna 0.02 Pa·s, pojemność cieplna 1720 J/(kg·K), gęstość 879 kg/m³, przewodność cieplna 0,1107 W/(m·K), współczynnik dyfuzji molekularnej $5 \cdot 10^{-7}$.

W badaniach zastosowano siatkę dyskretyzacyjną zbudowaną z trójkątów. Na rys. 1 przedstawiono fragment analizowanej przestrzeni obrazujący rozkład i kształt elementów siatki. Do określenia jakości elementów siatki dyskretyzacyjnej zastosowano miarę skośności (2), za pomocą której można określić w jakim stopniu dany element odbiega od kształtu optymalnego, tj. trójkąta równobocznego. Dla elementu o kształcie trójkąta określana jest minimalna wartość dla trzech wierzchołków trójkąta. Wartość Q zbliżona do 1 oznacza bardzo dobrą jakość elementów.

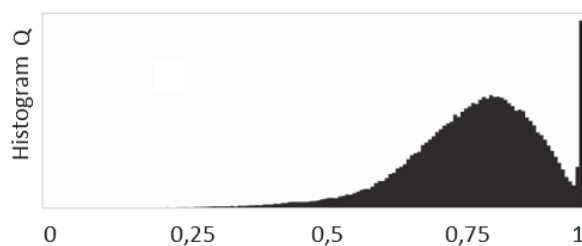
$$Q = 1 - \max\left(\frac{\theta - \theta_e}{180 - \theta_e}, \frac{\theta_e - \theta}{\theta_e}\right) \quad (2)$$

gdzie: θ to kąt wierzchołka elementu, θ_e to kąt odpowiedniego wierzchołka w



Rys. 1. Rozmieszczenie i wielkość elementów siatki zastosowanej podczas obliczeń numerycznych

Na rys. 2 przedstawiono histogram obliczony dla wszystkich elementów siatki dyskretyzacyjnej wykorzystanej do obliczeń z wykorzystaniem metody MES. Przedstawione wartości zawierają się w większości przypadków w okolicy 0,6-0,9, co oznacza dobrą i bardzo dobrą jakość. Podstawowe wartości parametrów siatki zestawiono są w tabelicy 1.



Rys. 2. Histogram wartości Q

Tablica 1. Parametry siatki dyskretyzacyjnej zdefiniowane w modelu numerycznym.

Nazwa parametru	Wartość zdefiniowana w modelu
Liczba elementów siatki	221 960
Średnia wartość Q	0,8016
Minimalna wartość Q	0,1749

Przedstawione w artykule wyniki dotyczą analizy stanu ustalonego. W obliczeniach uwzględniono prawo Ficka dla transportu dyfuzyjnego i równania Naviera-Stokesa dla transportu konwekcyjnego. Zasadę zachowania masy opisuje równanie (3). Przepływ F mol/(m²s) zdefiniowano równaniem (4).

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (-D\nabla \mathbf{c}) + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{c} = 0 \quad (3)$$

$$F = -D\nabla \mathbf{c} + \mathbf{u}c \quad (4)$$

gdzie: c - koncentracja cząstek [mol/m³], D - współczynnik dyfuzji molekularnej [m²/s], \mathbf{u} - wektor prędkości cieczy [m/s], obliczany z równania (5-6).

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \nabla \cdot \left(-\rho \mathbf{I} + \mu(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \right) \quad (5)$$

$$\rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (6)$$

W równaniach pominięto składnik odpowiedzialny za migrację cząstek: $-\rho\gamma/\varepsilon$, który zwykle stanowi składową prądu elektryzacji. Wynika to z faktu, że w rozpatrywanym modelu nie występują pola elektryczne działające z zewnątrz; związek między prądem a przewodnością elektryczną został tutaj pominięty. Ponadto należy dodać, że dla przyjętych wartości parametrów oleju, szerokość warstwy podwójnej (EDL) jest niewielka, a jej wpływ może zostać pominięty.

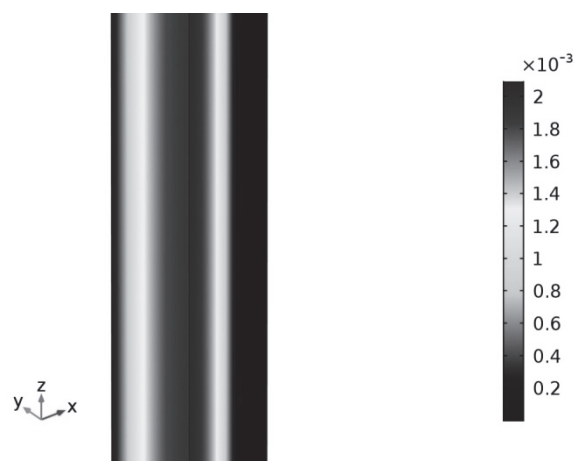
Z uwagi na laminarny charakter badanych przepływów, na podstawie [14, 15] przyjmuje się, że prąd elektryzacji I_{el} jest proporcjonalny do prędkości przepływu cieczy U i koncentracji znajdujących się w niej cząstek N , zgodnie z równaniem (7), gdzie α to stały współczynnik proporcjonalności.

$$I_{el} = \alpha NU \quad (7)$$

Ponadto, w modelu przyjęto następujące warunki początkowe: $\mathbf{u}=[0, 0]$ m/s, $p=0$ Pa, $c=0$ mol/m³.

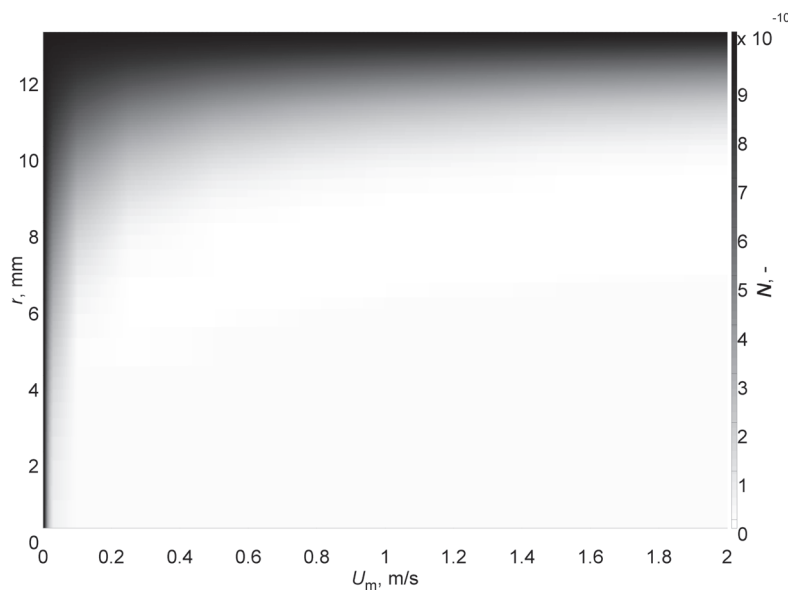
3. WYNIKI OBLICZEŃ I WNIOSKI

Na rys. 3 przedstawiono rozkład średniej prędkości we fragmencie rurki przy prędkości cieczy 2 m/s. Z uwagi na to, że analizowane są wyniki obliczeń w stanie ustalonym przy ustabilizowanym rozkładzie prędkości, można przyjąć, że wyniki obliczone wzdłuż promienia są reprezentatywne dla całego obszaru rurki. W centrum rurki prędkość jest najwyższa a przy jej ściankach zerowa. Rozkład prędkości wzdłuż promienia posiada rozkład o kształcie przepływu laminarnego.



Rys. 3. Przykładowy rozkład prędkości średniej wewnątrz rurki

Na rys. 4 przedstawiono rozkład koncentracji cząstek N wzdłuż promienia rurki obliczone dla rozpatrywanych prędkości przepływającego oleju.

Rys. 4. Rozkład koncentracji cząstek biorących udział w prądzie elektryzacji N wzdłuż promienia rurki dla analizowanych prędkości przepływającego oleju

Przy braku ruchu, t. j. przy zerowym przepływie, w stanie ustalonym koncentracja wyrównuje się w całym obszarze rurki. W warunkach braku prądów dyfuzyjnych uwidacznia się prąd dyfuzyjny, który w stanie ustalonym powoduje

wyrównanie koncentracji zgodnie z warunkami brzegowymi zdefiniowanymi w modelu. Zwiększenie prędkości przepływającego oleju sprawia, że cząstki w trakcie dyfuzji od ścianki rurki do jej centrum, ulegają zjawisku konwekcji i przenoszone są wraz z olejem do wylotu rurki.

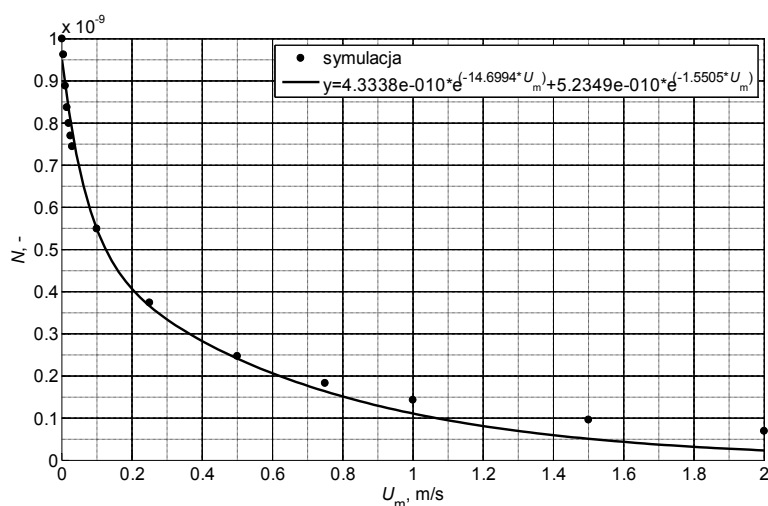
Na rys. 5 przedstawiono zależność koncentracji cząstek od prędkości przepływającego oleju obliczona na odległości 2,6 mm ($r=10,4$ mm) od ścianki. Otrzymaną zależność aproksymowano funkcją złożoną z dwóch funkcji wykładniczych zgodnie z równaniem (8). W tabelicy 2 zestawiono obliczone wartości parametrów wraz z granicami ufności, które wyznaczono dla poziomu 95%.

$$f_1(U_m) = ae^{bU_m} + ce^{dU_m} \quad (8)$$

gdzie: a, b, c, d - parametry funkcji f_1 , U_m - zmienna niezależna-prędkość przepływu.

Tabela 2. Wartości parametrów funkcji f_1 obliczone w procesie regresji.

Nazwa parametru	Wartość estymowana	Dolna gr. ufności	Górna gr. ufności
a	4,334e-10	2,263e-10	6,404e-10
b	-14,7	-26,78	-2,621
c	5,235e-10	3,054e-10	7,416e-10
d	-1,55	-2,289	-0,8122



Rys. 5. Zależność koncentracji cząstek od prędkości przepływającego oleju obliczona w odległości $r=2,6$ mm od ścianki. Dokładność aproksymacji $R^{\text{square}} = 0,991$

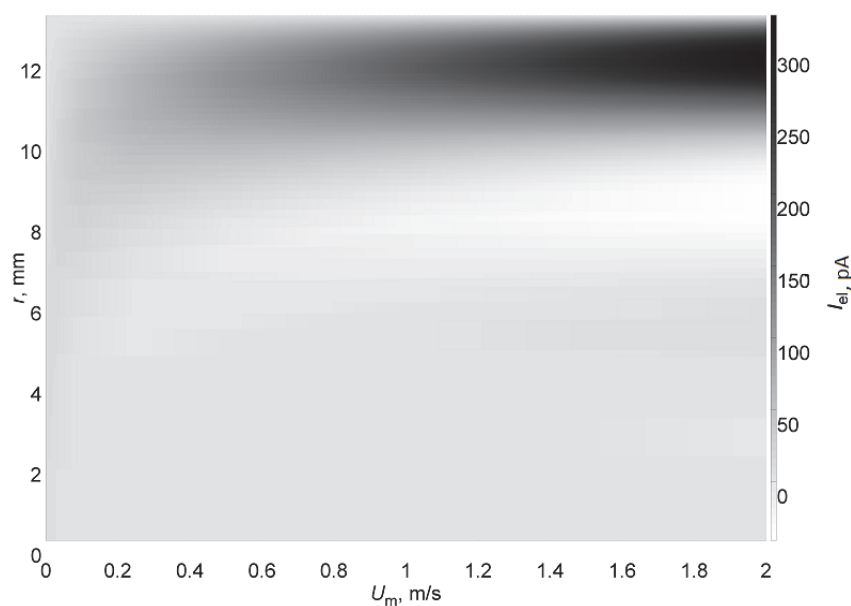
Z przedstawionych wyników wywnioskowano, że koncentracja spada z poziomu, który określa warunek brzegowy na ścianie rurki wykładniczo wraz ze

wzrostem prędkości. Dokładność aproksymacji obliczono z wykorzystaniem współczynnika R^{square} , (9), który określa zmienność danych jako kwadrat korelacji między wartościami obliczeniowymi i poszukiwanymi. Wartości w pobliżu jedności wskazują, że większa część wariancji jest zawarta w modelu.

$$R^{square} = 1 - \frac{\sum_{\forall i} (y_i - \tilde{y}_i)^2}{\sum_{\forall i} (y_i - \mu)^2} \quad (9)$$

gdzie: y_i - i -ta wartość zmiennej empirycznej, \tilde{y}_i - i -ta wartość zmiennej teoretycznej (estymowanej), μ - średnia arytmetyczna z danych empirycznych.

Na rys. 6 przedstawiono rozkład prądu elektryzacji I_{el} wzdłuż promienia rurki obliczone dla rozpatrywanych prędkości przepływającego oleju. Dla mniejszych prędkości wartości prądu są zrównoważone, natomiast zwiększenie prędkości przepływającego oleju powoduje wzrost jego wartości w pobliżu ścianki, przy czym w jej bezpośredniej okolicy wartości są ujemne.



Rys. 6. Rozkład prądu elektryzacji I_{el} wzdłuż promienia rurki dla analizowanych prędkości przepływającego oleju

Na rys. 7 przedstawiono zależność prądu elektryzacji I_{el} od prędkości przepływającego oleju obliczona na odległości 2,6 mm ($r=10,4$ mm) od ścianki. Zależność prądu elektryzacji od prędkości przepływającej cieczy aproksymowano funkcją sigmoidalną (10). W tabelicy 3 zestawiono wartości parametrów wraz z granicami ufności, które wyznaczono dla poziomu 95%.

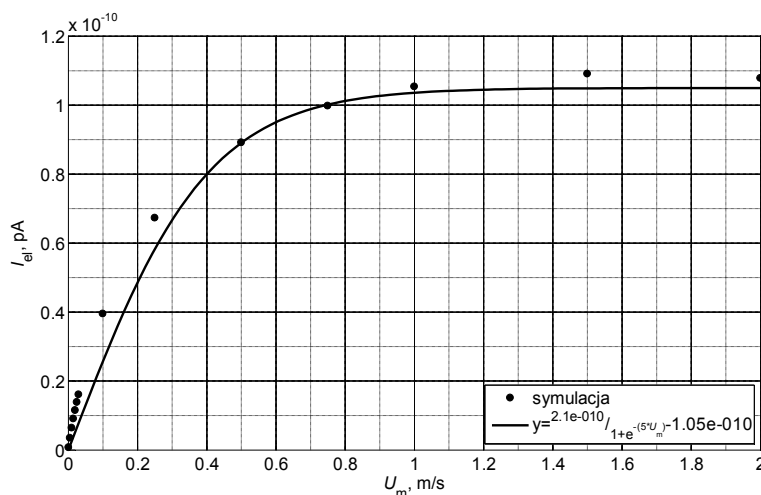
$$f_2(U_m) = \frac{a}{1 + e^{-bU_m}} - a/2 \quad (10)$$

gdzie: a, b - parametry funkcji f_2 .

Tablica 3. Wartości parametrów funkcji f_2 obliczone w procesie regresji.

Nazwa parametru	Wartość estymowana	Dolna granica ufności	Górna granica ufności
a	2,1e-10	1,924e-10	2,276e-10
b	5	3,546	6.454

Z rys. 7 wynika, że wartość prądu gwałtownie rośnie, następnie jego przyrost zmniejsza się, a po przekroczeniu pewnej wartości, wartość ta stabilizuje się. Przyczyna tego może leżeć w tym, że przy dużych prędkościach przepływu cząstki które dyfundują ze ścianki rurki zabierane przez przepływający olej nie wnikają do jej centrum i stąd nie uczestniczą w elektryzacji. Uzyskane wartości obliczeniowe zależą również od warunków brzegowych, t. j. stałej koncentracji cząstek na granicy cieczy i stali oraz stały współczynnik dyfuzji molekularnej.



Rys. 7. Zależność prądu elektryzacji od prędkości cieczy przepływającej przez rurkę obliczona w odległości 2,6 mm od ścianki. Dokładność aproksymacji $R^{\text{square}} = 0,976$

4. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono budowę komputerowego modelu układu płaskiej rurki, przez którą przepływa olej elektroizolacyjny, na skutek czego przemieszczane są jony, uwalniane z ośrodka stałego (rurki) do ciekłego (oleju) co z kolei powoduje w nim procesy elektryzacji. W szczególności zobrazowano wpływ prędkości oleju na koncentrację jonów i na wielkość prądu elektryzacji, a zależ-

ności te aproksymowano odpowiednio złożeniem funkcji wykładniczych i funkcją sigmoidalną.

Wyniki obliczeń wskazują, że dla małych prędkości przeważają ruchy dyfuzyjne i koncentracja jest wyrównana w całym obszarze rurki. Dla większych prędkości rozkład cząstek zmienia się i jest bardziej zależny od ruchów konwekcyjnych. Natomiast po przekroczeniu pewnej prędkości nie następuje dalsze rozszerzanie się warstwy wpływu konwekcyjnego w kierunku ściany rurki. Można zatem stwierdzić, że im większa prędkość przepływu tym mniej cząstek jest w stanie przeniknąć do wnętrza obszaru, co skutkuje mniejszą koncentracją cząstek w dalszej odległości od ścianki rurki. Zależności, o których wspomniano a artykuły mają bezpośredni wpływ na rozkład prądów elektryzacji. W przedstawionym modelu numerycznym przyjęto stałą wartość koncentracji cząstek na ścianie, t.j. na granicy obszaru, warunkuje to stałą wartość prądu elektryzacji. Natomiast już w niewielkim oddaleniu od ściany obserwuje się wzrost prądu konwekcyjnego, który dla najmniejszych prędkości badanych przepływów równoważony jest prądem dyfuzyjnym. Otrzymane zależności korespondują z wynikami prac eksperymentalnych przedstawionych m.in. w [16–18]. W dalszych badaniach planuje się wykonanie modeli symulacyjnych z uwzględnieniem różnych parametrów cieczy elektroizolacyjnej i różnych geometrii obiektu przez który ona przepływa.

LITERATURA

- [1] Zdanowski M., Wolny S., Zmarzły D., Kedzia J., The analysis and selection of the spinning disk system parameters for the measurement of static electrification of insulation oils, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 14, no. 2, pp. 480–486, Apr. 2007.
- [2] Egan S., Learning lessons from five electrostatic incidents, *J. Electrostat.*, vol. 88, pp. 183–189, 2017.
- [3] Talhi M., Fofana I., Flazi S., Impact of various stresses on the streaming electrification of transformer oil, *J. Electrostat.*, vol. 79, pp. 25–32, 2016.
- [4] Liu D., Du B., Yan M., Wang S., Liu X., Investigation of electrification and breakdown strength about transformer oil/pressboard, *IET Electr. Power Appl.*, vol. 11, no. 3, pp. 386–392, 2017.
- [5] Zhou Y. X., Jin F. B., Huang M., Huang J. W., Liu Z. H., Lu L. C., Effects of DC prestressing on partial discharge in oil-impregnated pressboard insulation, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 23, no. 1, pp. 460–468, 2016.
- [6] Wei Y., Mu H., Deng J., Zhang G., Effect of space charge on breakdown characteristics of aged oil-paper insulation under DC voltage, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 23, no. 5, pp. 3143–3150, 2016.
- [7] Touchard G., Streaming currents developed in laminar and turbulent flows through a pipe, *J. Electrostat.*, vol. 5, no. C, pp. 463–476, 1978.
- [8] Chen Q., Lin L., Gao Y., Li J., Flow electrification characteristics of oil-pressboard insulation under ac superimposed on DC electric field, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 22, no. 5, pp. 2915–2922, 2015.

- [9] Paillat T., Zelu Y., Morin G., Perrier C., Ester oils and flow electrification hazards in power transformers, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 19, no. 5, pp. 1537–1543, 2012.
- [10] Jansen E. W., Zahn M., Drift / diffusion conduction model for flow electrification, in *Proceedings of the 3rd International Conference on Properties and Applications of Dielectric Materials*, 1991, pp. 672–677.
- [11] Gibbings J. C., On the charging current and conductivity of dielectric liquids, *J. Electrostat.*, vol. 19, pp. 115–119, 1987.
- [12] El-Adawy M., Paillat T., Cabaleiro J. M., Touchard G., Numerical simulation of the electrical double layer development at the solid and dielectric liquid interface for flow electrification phenomenon, in *IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, 2010, pp. 1–8.
- [13] El-Adawy M., Paillat T., Bertrand Y., Moreau O., Touchard G., Physicochemical analysis at the interface between conductive solid and dielectric liquid for flow electrification phenomenon, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 46, no. 4, pp. 1593–1600, 2010.
- [14] Metwally I. A., Characterization of static electrification in power transformers, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 3, no. 2, pp. 307–315, 1996.
- [15] Miyamoto T., Miura Y., Effect of electrical conductivity on streaming electrification,” *Electr. Eng. Japan*, vol. 109, no. 6, pp. 119–124, 1989.
- [16] Zmarzly D., Fracz P., Nonlinear modeling of streaming electrification measured in swinging cylinder system, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 23, no. 1, pp. 174–182, 2016.
- [17] Zmarzly D., Streaming electrification current density distribution inside pipes assuming overcharged boundary layer, *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 16, no. 2, pp. 372–376, 2009.
- [18] Zmarzly D., Boczar T., Lorenc M., Distribution measurement of streaming electrification current in pipes, in *Proceedings of the International Symposium on Electrical Insulating Materials*, 2008.

APPLICATION OF FINITE ELEMENT METHOD FOR STREAMING ELECTRIFICATION MODELING

Streaming electrification process involves accumulation of electrical charges in certain areas of a tank filled with liquid dielectric, among others, due to its flow. The phenomenon of streaming electrification is a threat in facilities and installations in which dielectric fluids are used. This article describes numerical model of a system for testing the phenomenon of streaming electrification and results of simulations and analyzes of the computational data. In particular, the arrangement of a flat tube with diameter of 13 mm and length of 2.5 m together with the parameters of the numerical model are presented. In addition, the article contains the results of computer simulations performed with the assumption of different values of the model parameters having impact on the obtained results of calculations, in particular the speed of the flow.

(Received: 08.02.2018, revised: 12.03.2018)