

С.А. Евтюков¹, В.С. Сизиков¹, Я. Райчык²

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ ПО СИТУ ВИБРОУДАРНОГО ГРОХОТА

Одной из проблем, возникающей при грохочении мелкодисперсных материалов на ситах с малыми размерами ячеек, является снижение эффективности классификации вследствие забивки отверстий сит частицами игольчатой формы, а также замазывания сита при наличии в исходном материале глинистых частиц, особенно при грохочении влажных песков. Одним из способов устранения данного недостатка является использование виброударного воздействия на сито для очистки ячеек сита в процессе грохочения [1-3].

В настоящей работе рассматривается процесс взаимодействия четырех-массовой механической системы «корпус грохота - ударник - сито - слой материала» с целью определения параметров и режимов работы виброударного грохота, выполненного с ударником для очистки сита в виде бильной решетки (рис. 1).

Принцип работы виброударного грохота заключается в следующем. На сито 7, закрепленное на корпусе 1 грохота и колеблющееся с одинаковой с ним частотой и амплитудой, подается материал, который вибротранспортируется по нему в режиме с непрерывным подбрасыванием, при котором осуществляется эффективное просеивание мелкого материала через сито. Надрешетный продукт отводится из грохота через патрубок 4, подрешетный - через патрубок 5. Вибрация грохота осуществляется с помощью вибратора б, который сообщает прямолинейно направленные гармонические колебания корпусу 1 и закрепленному на корпусе ситу 7 с помощью устройств для натяжения сита 8 и 9, а также ударнику 10 через опорные пружины 11, вынуждая его колебаться синхронно с корпусом 1, осуществляя при этом удар по нижней поверхности сита в каждом периоде его колебаний. При

¹ Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Санкт-Петербург, Россия (190005, СПб., ул. 2-я Касноармейская, Д. 4), e-mail: evsa@online.ru, sizikovvs@ya.ru

² Politechnika Częstochowska, Wydział Budownictwa, ul. Akademicka 3, 42-200 Częstochowa

ударе по ситам ударник передает ему ударный импульс, что обеспечивает выпадение из ячеек сита застрявших в них частиц материала.

Сито 7 и ударник 10 установлены таким образом, чтобы между их поверхностями был зазор «e» величиной, меньшей относительной амплитуды вынужденных колебаний ударника и сита для обеспечения удара по ситам.

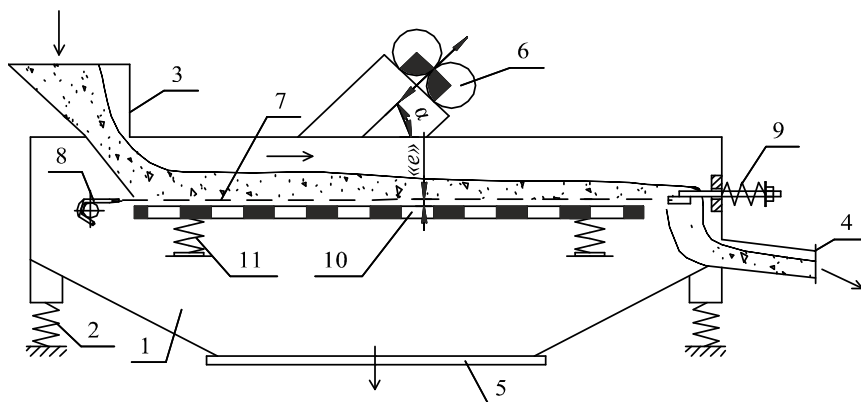


Рис. 1. Схема виброударного грохота: 1 - корпус грохота, 2 - опорные пружины корпуса, 3 - входной патрубок, 4 - патрубок для выхода надрешетного продукта, 5 - патрубок для выхода подрешетного продукта, 6 - вибраторы, 7 - сито, 8, 9 - устройства крепления и натяжения сита, 10 - ударник, 11 - опорные пружины ударника

При вибротранспортировании слоя материала колеблющимся ситом в режиме с непрерывным подбрасыванием существует два основных вида движения слоя: совместное движение с днищем виброоргана (ситом) и свободное движение - микрополет слоя над днищем виброоргана. На этапе совместного движения слоя материала с ситом также может происходить проскальзывание слоя относительно днища виброоргана как в направлении транспортирования, так и в противоположном направлении. В период, когда слой материала совершает полет и не находится в контакте с ситом, по нему производится удар ударником, что обеспечивает его очистку в каждом периоде его колебаний.

Полная четырехмассовая модель исследуемой механической системы взаимодействия элементов конструкции виброударного грохота и слоя материала (рис. 2) включает в себя трехмассовую модель элементов конструкции грохота, представленную в виде сосредоточенных масс и податливых вязких и упругих связей, и одномассовую модель слоя. При этом на этапе совместного движения с ситом слой представлен в виде упруго-вязко-инерционной модели, отображающей его деформационные свойства, а на этапе полета слой отображен вязко-инерционной моделью для учета сопротивления от деформации прослойки воздушной среды между ситом и слоем при его перемещении [4, 5].

На схеме модели (рис. 2) обозначено: m_1, m_2, m_3, m_4 - соответственно масса корпуса грохота, ударника, сита и слоя материала, находящегося на нем; $c_{1x}, c_{1y}, c_{2x}, c_{2y}$ - коэффициенты жесткости упругих опор (пружин) корпуса и ударника в направлениях осей x и y ; c_{3x}, c_{3y} - коэффициенты жесткости сита в направлениях осей x и y ; $b_{1x}, b_{1y}, b_{2x}, b_{2y}, b_{3x}, b_{3y}$ - соответствующие коэффициенты вязкости, присутствующей в упругих связях и элементах конструкции грохота, в направлениях осей x и y ; $c_{4x}, c_{4y}, b_{4x}, b_{4y}$ - коэффициенты, моделирующие упругие и вязкие свойства слоя материала в направлениях осей x и y и действующие только на этапе совместного движения слоя и сита; b_y^* - коэффициент вязкости, моделирующий сопротивление от деформации прослойки воздушной среды между ситом и слоем при его перемещении и действующий только на этапе его полета; $F(t) = P \sin(\omega t)$ - вынуждающая гармоническая сила, передаваемая основанию грохота m_1 от вибратора; P - амплитудное значение вынуждающей силы; ω - частота вынуждающей силы; t - время; α - угол вибрации; x_i^j, y_i^j - абсолютные координаты i -й массы ($i = 1, 2, \dots, 4$), отсчитываемые от положения ее статического равновесия; j - номер этапа ($j = 1, 2, \dots, 4$).

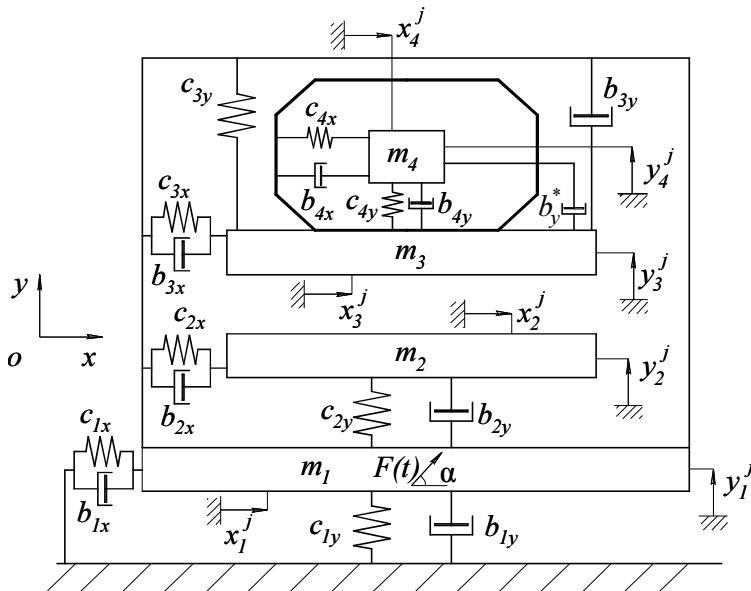


Рис. 2. Схема модели взаимодействия элементов механической системы «корпус грохота - ударник - сито - слой материала»

При моделировании взаимодействия между ударником и ситом принята гипотеза об абсолютно неупругом ударе [6], т.е.

$$m_2 V_2 + m_3 V_3 = (m_2 + m_3) V_{23} \quad (1)$$

где: V_2 и V_3 - векторы абсолютных скоростей ударника и сита до удара, V_{23} - вектор общей скорости ударника и сита после удара. После удара ударник движется совместно (в контакте) с ситом до момента их разъединения.

С учетом принятых допущений можно выделить четыре характерных этапа взаимодействия между элементами конструкции грохота и слоем материала:

1 этап - слой материала m_4 перемещается относительно сита m_3 только за счет своих упруго-вязких деформаций (отсутствует проскальзывание по транспортирующей поверхности), между ударником m_2 и ситом m_3 нет контактного взаимодействия;

2 этап - слой материала m_4 скользит по ситу m_3 вдоль оси x , одновременно испытывая упруго-вязкие деформации, между ударником m_2 и ситом m_3 нет контактного взаимодействия;

3 этап - слой материала m_4 совершает полет над ситом m_3 , между ударником m_2 и ситом m_3 нет контактного взаимодействия;

4 этап - слой материала m_4 совершает полет над ситом m_3 , ударник m_2 и сито m_3 движутся совместно в контакте (после удара).

Этапы 1 и 2 входят в период совместного движения слоя и сита, а этапы 3 и 4 - в период полета слоя.

Уравнения движения рассматриваемой четырехмассовой динамической системы на этапе 1 по осям x и y (рис. 5) имеют вид:

$$m_1\ddot{y}_1^I + c_{1y}\dot{y}_1^I + b_{1y}\dot{y}_1^I - c_{2y}(y_2^I - y_1^I) - b_{2y}(\dot{y}_2^I - \dot{y}_1^I) + c_{3y}(y_1^I - y_3^I) + b_{3y}(\dot{y}_1^I - \dot{y}_3^I) = P \sin(\omega t) \sin \alpha \quad (2)$$

$$m_2\ddot{y}_2^I + c_{2y}(y_2^I - y_1^I) + b_{2y}(\dot{y}_2^I - \dot{y}_1^I) = 0 \quad (3)$$

$$m_3\ddot{y}_3^I - c_{3y}(y_1^I - y_3^I) - b_{3y}(\dot{y}_1^I - \dot{y}_3^I) - c_{4y}(y_4^I - y_3^I) - b_{4y}(\dot{y}_4^I - \dot{y}_3^I) = 0 \quad (4)$$

$$m_4\ddot{y}_4^I + c_{4y}(y_4^I - y_3^I) + b_{4y}(\dot{y}_4^I - \dot{y}_3^I) = 0 \quad (5)$$

$$m_1\ddot{x}_1^I + c_{1x}\dot{x}_1^I + b_{1x}\dot{x}_1^I - c_{2x}(x_2^I - x_1^I) - b_{2x}(\dot{x}_2^I - \dot{x}_1^I) - c_{3x}(x_3^I - x_1^I) - b_{3x}(\dot{x}_3^I - \dot{x}_1^I) = P \sin(\omega t) \cos \alpha \quad (6)$$

$$m_2\ddot{x}_2^I + c_{2x}(x_2^I - x_1^I) + b_{2x}(\dot{x}_2^I - \dot{x}_1^I) = 0 \quad (7)$$

$$m_3\ddot{x}_3^I + c_{3x}(x_3^I - x_1^I) + b_{3x}(\dot{x}_3^I - \dot{x}_1^I) - c_{4x}(x_4^I - x_3^I) - b_{4x}(\dot{x}_4^I - \dot{x}_3^I) = -c_{4x}f \quad (8)$$

$$m_4\ddot{x}_4^I + c_{4x}(x_4^I - x_3^I) + b_{4x}(\dot{x}_4^I - \dot{x}_3^I) = c_{4x}f \quad (9)$$

где: $f = x_4^I(t_0) - x_3^I(t_0)$ - константа, t_0 - момент начала этапа 1.

Сдвигающая сила, стремящаяся сдвинуть слой материала относительно грузонесущей поверхности вдоль оси x , определяется следующим выражением:

$$F_{\text{сдв}} = c_{4x}(x_4^I - x_3^I - f) + b_{4x}(\dot{x}_4^I - \dot{x}_3^I) \quad (10)$$

Момент времени $t_{\text{н.ск.}}$, когда сдвигающая сила превзойдет по абсолютной величине предельное значение силы статического трения и груз начнет скользить по грузонесущей поверхности, т.е. начнет действовать этап 2, находится в результате решения трансцендентного уравнения:

$$|F_{\text{сдв}}| = \mu_{\text{ст}} N_{43}(t) \quad (11)$$

где $\mu_{\text{ст}}$ - коэффициент трения покоя слоя материала о грузонесущий орган.

Уравнения движения для этапа 2 остаются такими же, как и на этапе 1 (меняются только верхние индексы, обозначающие номер этапа), за исключением уравнений (8) и (9), которые принимают следующий вид:

$$m_3 \ddot{x}_3^{II} + c_{3x}(x_3^{II} - x_1^{II}) + b_{3x}(\dot{x}_3^{II} - \dot{x}_1^{II}) = \text{sign}(F_{\text{сдв}}(t_{\text{н.ск.}})) \mu N_{43} \quad (12)$$

$$m_4 \ddot{x}_4^{II} = -\text{sign}(F_{\text{сдв}}(t_{\text{н.ск.}})) \mu N_{43} \quad (13)$$

где: μ - коэффициент трения скольжения слоя материала о грузонесущий орган, $\text{sign}(F_{\text{сдв}}(t_{\text{н.ск.}}))$ - знак сдвигающей силы в момент начала скольжения, определяющий направление действия скольжения, N_{43} - сила нормальной реакции, действующая со стороны слоя материала на грузонесущую поверхность по оси y :

$$N_{43} = -c_{4y}(y_4^{II} - y_3^{II}) - b_{4y}(\dot{y}_4^{II} - \dot{y}_3^{II}) + m_4 g \quad (14)$$

Момент $t_{\text{к.ск.}}$ перехода от скольжения к остановке и наступления этапа 1 находится решением уравнения, полученного приравниванием нулю относительной скорости слоя:

$$\dot{x}_4^{II}(t) - \dot{x}_3^{II}(t) = 0 \quad (15)$$

Момент $t_{\text{н.пол.}}$ начала действия этапа 3 после действия этапов 1 или 2 определяется из условия равенства нулю силы нормальной реакции (14):

$$N_{43}(t) = 0 \quad (16)$$

По сравнению с этапом 1 на этапе 3 изменяются только уравнения движения (4), (5), (8), (9) для масс m_3 и m_4 :

$$m_3 \ddot{y}_3^{III} - c_{3y}(y_1^{III} - y_3^{III}) - b_{3y}(\dot{y}_1^{III} - \dot{y}_3^{III}) - b_y^*(\dot{y}_4^{III} - \dot{y}_3^{III}) = 0 \quad (17)$$

$$m_4\ddot{y}_4^{III} + b_y^*(\dot{y}_4^{III} - \dot{y}_3^{III}) = -m_4g \quad (18)$$

$$m_3\ddot{x}_3^{III} + c_{3x}(x_3^{III} - x_1^{III}) + b_{3x}(\dot{x}_3^{III} - \dot{x}_1^{III}) = 0 \quad (19)$$

$$m_3\ddot{x}_4^{III} = 0 \quad (20)$$

Момент соприкосновения слоя с грузонесущей поверхностью $t_{к.пол.}$, определяющий начало действия этапа 1, находится решением уравнения, полученного приравниванием нулю относительной координаты слоя:

$$\ddot{y}_4^{III}(t) - \ddot{y}_3^{III}(t) = 0 \quad (21)$$

Момент соприкосновения ударника с ситом $t_{к.конт.}$, соответствующий началу действия этапа 4, определяется из следующего уравнения:

$$\ddot{y}_2^{III}(t) - \ddot{y}_3^{III}(t) = e \quad (22)$$

где e - зазор между поверхностями ударника и сита в статическом положении (рис. 1).

На этапе 4 по сравнению с этапом 3 изменяются только уравнения движения для ударника и сита (3), (7), (17), (18), которые на данном этапе движутся совместно в контакте друг с другом:

$$(m_2 + m_3)\ddot{y}_2^{IV} + c_{2y}(y_2^{IV} - y_1^{IV}) + b_{2y}(\dot{y}_2^{IV} - \dot{y}_1^{IV}) - c_{3y}(y_1^{IV} - y_3^{IV}) - b_{3y}(\dot{y}_1^{IV} - \dot{y}_3^{IV}) - b_y^*(\dot{y}_4^{IV} - \dot{y}_3^{IV}) = 0 \quad (23)$$

$$y_3^{IV} = y_2^{IV} \quad (24)$$

$$(m_2 + m_3)\ddot{x}_2^{IV} + c_{2x}(x_2^{IV} - x_1^{IV}) + b_{2x}(\dot{x}_2^{IV} - \dot{x}_1^{IV}) + c_{3x}(x_3^{IV} - x_1^{IV}) + b_{3x}(\dot{x}_3^{IV} - \dot{x}_1^{IV}) = -c_{2x}d \quad (25)$$

$$x_2^{IV} - x_3^{IV} = d \quad (26)$$

где $d = x_2^{IV}(t_{н.конт.}) - x_3^{IV}(t_{н.конт.})$ - константа, которая определяется в момент $t_{н.конт.}$ начала данного этапа.

Сила нормальной реакции, действующая на этапе 4 на сито со стороны ударника по оси y , определяется по формуле:

$$N_{23} = m_3\ddot{y}_3^{IV} - c_{3y}(y_1^{IV} - y_3^{IV} + \Delta_3^{IV}) - b_{3y}(\dot{y}_1^{IV} - \dot{y}_3^{IV}) - b_y^*(\dot{y}_4^{IV} - \dot{y}_3^{IV}) + m_3g \quad (27)$$

где Δ_3^{IV} - константа, учитывающая начальную деформацию пружин c_{2y} и c_{3y} в момент начала данного этапа. В момент времени $t_{к.конт.}$, когда эта сила станет равной нулю, ударник и сито выйдут из контакта и снова начнет действовать этап 3.

Средняя скорость транспортирования слоя материала по грузонесущему органу определяется следующим выражением:

$$V_{\text{тр}} = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^{N-1} \int_{\omega t_i}^{\omega t_{i+1}} \dot{x}_i d\omega t \quad (28)$$

где: Δ - продолжительность периода движения слоя в угловых единицах, N - количество характерных этапов его движения на этом периоде (этап полета, этапы совместного движения слоя и сита со скольжением и без такового), \dot{x}_i - абсолютная скорость движения слоя на соответствующем i -м этапе движения.

На основе приведенных уравнений с использованием пакета прикладных программ Matlab была разработана программа для анализа динамики процесса взаимодействия элементов грохота и слоя транспортируемого материала, позволяющая на стадии предварительной проработки конструкции грохота осуществлять поиск и выбор рациональных конструктивных параметров виброударного грохота и определение эффективных режимов его работы, включая определение скорости транспортирования слоя по сити.

В качестве иллюстрации возможностей применения разработанной программы для расчета режимов работы виброударного грохота с поверхностью сита размерами $1 \times 2,2$ м с ячейками $1,25$ мм ниже приводится пример (рис. 3), характеризующий процесс взаимодействия элементов грохота, колеблющегося с частотой $125,7$ рад/с и амплитудой $1,7$ мм, и транспортируемого слоя песка высотой 50 мм, с исходными параметрами, приведенными в таблице 1.

ТАБЛИЦА 1

Значения исходных параметров для расчета режимов работы грохота

Параметр	α °	m_1 кг	c_{1y} Н/М	c_{1x} Н/М	b_{1y} Н·с/М	b_{1x} Н·с/М	m_2 кг	c_{2y} Н/М	c_{2x} Н/М	b_{2y} Н·с/М	b_{2x} Н·с/М	m_3 кг
Значение	45	880	$304 \cdot 10^3$	$160 \cdot 10^3$	$3,6 \cdot 10^3$	$2,6 \cdot 10^3$	180	$1215 \cdot 10^3$	$640 \cdot 10^3$	3,0	2,2	20,5

Продолжение табл. 1

Параметр	c_{3y} Н/М	c_{3x} Н/М	b_{3y} Н·с/М	b_{3x} Н·с/М	m_4 кг	c_{4y} Н/М	b_{4y} Н·с/М	b_{4x} Н·с/М	b_{y^*} Н/М	μ_{cm}	μ	P кН	e мм
Значение	$807,5 \cdot 10^3$	$1620 \cdot 10^3$	$4,8 \cdot 10^3$	$6,9 \cdot 10^3$	155	$15 \cdot 10^6$	$140 \cdot 10^3$	$80 \cdot 10^3$	$4,4 \cdot 10^3$	0,5	0,42	79	3,1

На графике (рис. 3а) показаны перемещения элементов механической системы грохота и слоя песка по оси y , а также моменты начала i -го полета слоя $t'_{\text{н.пол.}}$ и его окончания $t'_{\text{к.пол.}}$ и моменты начала i -го контакта ударника с ситом $t'_{\text{н.конт.}}$ и его окончания $t'_{\text{к.конт.}}$. На графике (рис. 3б) показана зависимость перемещения слоя по оси x .

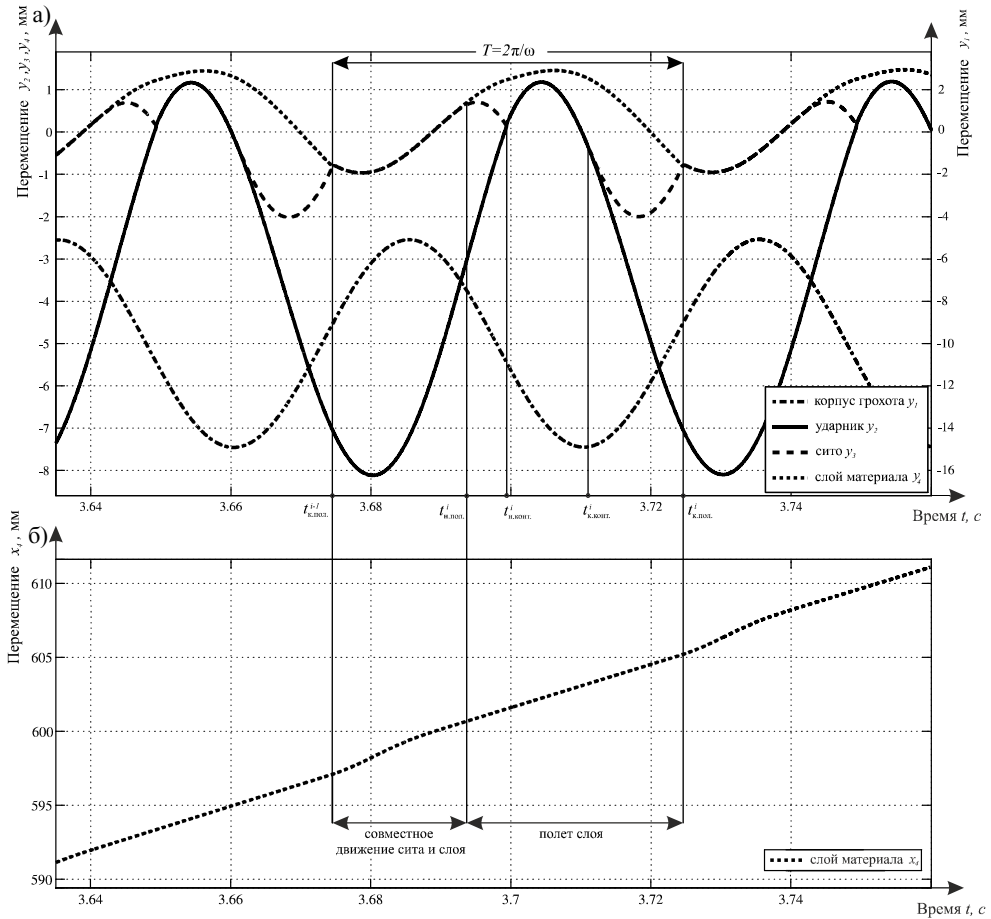


Рис. 3. Графики параметров перемещений элементов грохота и слоя материала:
 а) график перемещения элементов грохота и слоя материала по оси y ,
 б) график перемещения слоя материала по оси x

Кривым, обозначенным как «корпус грохота», «ударник» и «сито», соответствуют перемещения масс m_1 , m_2 и m_3 , а кривой «слой материала» обозначено перемещение нижней границы слоя массой m_4 , которая по оси y на этапе совместного движения повторяет закон движения сита, а на этапе полета движется над плоскостью сита по указанной на графике кривой.

Значения вычисленных характеристик для данного примера: скорость транспортирования слоя материала $V_{\text{тр}} = 0,15$ м/с, максимальный вертикальный прогиб сита ударником - 1,0 мм, продолжительность полета слоя $t_{\text{к.пол.}}^j - t_{\text{н.пол.}}^j = 0,033$ с и его совместного движения с ситом $t_{\text{н.пол.}}^j - t_{\text{к.пол.}}^i = 0,017$ с.

На основе результатов приведенной работы в ЗАО НИПКБ «Стройтехника» был создан виброударный грохот с площадью просеивающей поверхности $2,2 \text{ м}^2$ для классификации песков, который внедрен на ряде предприятий по производству строительных материалов.

Литература

- [1] Пат. 2256515 Российская Федерация. Многочастотная вибрационная сепараторная система, вибрационный сепаратор, содержащий эту систему, и способ вибрационной сепарации твердых частиц / Круш И., Ободан Ю. № 2001129167/03, заявл. 28.03.2000; опубл. 20.07.2005; Бюл. № 20.
- [2] Пат. 2345847 Российская Федерация. Грохот / Вайсберг Л. А., Зарогатский Л.П., Трофимов В.А. № 2007122240/03, заявл. 13.06.2007; опубл. 10.02.2009; Бюл. № 4.
- [3] Пат. 2424067 Российская Федерация. Двухмассный виброударный грохот / Сизиков С.А., Сизиков В.С., Скрипилов А.П., Вяткин Г.М. № 2010111988/03, заявл. 29.03.2010; опубл. 20.07.2011; Бюл. № 20.
- [4] Сизиков С.А., Вяткин Г.М., Скрипилов А.П., Шуляков А.Д., Определение параметров установок виброкипящего слоя для классификации и обеспылевания отсевов дробления щебня, Обогащение руд. 2012. № 6, с. 43-46.
- [5] Сизиков С.А., Вяткин Г.М., Сизиков В.С., Шуляков А.Д., Расчет производительности установок для сушки и обеспылевания отсевов производства щебня в аэровиброкипящем слое, Обогащение руд. 2013, № 5, с. 25-29.
- [6] Сизиков В.С., Расчет параметров грохота с виброударным режимом колебаний сита, Деп. В ВИНТИ 25.11.13, № 329-В2013.
- [7] Sizikov S.A., Evtuykov S.A., Rajczyk J., Organizacja kompleksno-mechanizированных работ, Учебник, St. Petersburg 1999.
- [8] Evtuykov S.A., Rajczyk J., Ryss Berezark S.A., Stroitelno dorozhnye mashiny, Учебник, St. Petersburg 2001.
- [9] Rajczyk J., Podstawy naukowe doboru parametrów geometrycznych i kinematycznych elementów roboczych maszyn do obróbki powierzchni betonowych, Wyd. PCz, Częstochowa 2004.

Резюме

Выполнено математическое моделирование процесса взаимодействия рабочих элементов виброударного грохота и транспортируемого по его ситы слоя сыпучего материала. Приведен пример расчета основных характеристик динамики взаимодействия элементов грохота и скорости транспортирования слоя по ситы, колеблющемуся в виброударном режиме.

Ключевые слова: динамика взаимодействия, сыпучий материал, виброударный грохот, элементы грохота, ударник, сито

Modelling of the process of flowing media moving on vibroimpact screen sieve

Abstract

The mathematical modelling of the interaction process of vibroimpact screen working elements and being transported on its sieve layer of bulk material has been performed. The specific example of the calculation of basic parameters of screen elements interaction dynamics and sieve oscillating in vibroimpact regime is submitted.

Keywords: interaction dynamics, bulk material, vibroimpact screen, screen elements, striker, sieve