

**dr inż. Karol SZOSTEK**

Politechnika Rzeszowska, Zakład Mechaniki Płynów i Aerodynamiki  
Rzeszow University of Technology, The Faculty of Mechanical Engineering and Aerodynamics

## **MODELOWANIE I SYMULACJA UKŁADU SYNCHRONIZACJI PRZEPIYU W CZTERECH GAŁĘZIACH UKŁADU PNEUMATYCZNEGO**

### **Streszczenie**

**Wstęp i cele:** W artykule przedstawiono modele matematyczne układu pneumatycznego synchronizacji pracy siłowników pneumatycznych. Przedstawiono wyniki symulacji tego układu w programie *Matlab Simulink*.

**Materiały i metody:** W pracy zastosowano metodę symulacji numerycznej modelu w programie *Matlab Simulink*.

**Wyniki:** W wyniku doboru wybranych parametrów układu można uzyskać znaczną poprawę synchronizacji pracy siłowników. Zaproponowany układ synchronizacji nie działa równie sprawnie jak pojedynczy synchronizator, który daje o dwa rzędy wielkości większą poprawę współczynnika jakości synchronizacji.

**Wniosek:** W wyniku pracy nad układem zostały zaproponowane dwie nowe idee rozwiązania synchronizatora. Pierwsze rozwiązanie polega na zastosowaniu niezależnych synchronizatorów w każdej gałęzi zasilającej siłowniki. Drugie rozwiązanie polega na wprowadzeniu dodatkowego dławienia przepływu na każdej linii zasilającej siłowniki.

**Słowa kluczowe:** Synchronizacja przepływu, model matematyczny, układ pneumatyczny, badania symulacyjne modelu, *Matlab Simulink*.

(Otrzymano: 10.11.2018; Zrecenzowano: 25.11.2018; Zaakceptowano: 28.11.2018)

## **MODELING AND SIMULATION OF A FLOW SYNCHRONIZATION SYSTEM IN THE FOUR LINES OF THE PNEUMATIC SYSTEM**

### **Abstract**

**Introduction and aim:** The article presents mathematical models of the pneumatic system for synchronizing the work of pneumatic cylinders. Simulation results of this system in *Matlab Simulink* was presented.

**Material and methods:** The work uses the method of numerical simulation of a system model in *Matlab Simulink*.

**Results:** As a result of the selection of chosen system parameters, you can achieve a significant improvement in the synchronization of actuators. The proposed synchronization system does not work as efficiently as a single synchronizer, which gave two orders of magnitude greater improvement of the synchronization quality factor.

**Conclusion:** As a result of work on the system, two new ideas for the synchronizer solution were proposed. The first solution is to use independent synchronizers in each lines supplying the pneumatic cylinders. The second solution is to apply additional throttling of flow on each line supplying the pneumatic cylinders.

**Key words:** Flow synchronization, mathematical model, pneumatic system, model simulation tests, *Matlab Simulink*.

(Received: 10.11.2018; Revised: 25.11.2018; Accepted: 28.11.2018)

## 1. Wprowadzenie

Siłowniki pneumatyczne są dobrym rozwiązaniem powszechnie stosowanym w przemyśle, ze względu na ich prostą konstrukcję oraz niski koszt siłowników w porównaniu z innymi rozwiązaniami. Ciężar siłowników jest niewielki, najczęściej nie wymagają one konserwacji, mają bardzo trwałe elementy. Dzięki temu zastosowanie siłowników pneumatycznych jest opłacalne. Dodatkowo układy pneumatyczne w odróżnieniu od hydraulicznych nie wymagają przewodów powrotnych czynnika roboczego co obniża koszty instalacji.

Napędy siłownikowe są powszechnie wykorzystywane w systemach automatyki pracujących w przemyśle, siłowniki stosowane są głównie w chwytakach i urządzeniach pakujących. W wymienionych zastosowaniach siłowników wymaga się od nich jedynie przemieszczania pomiędzy skrajnymi położeniami. System sterowania w takich zastosowaniach ogranicza się do binarnego sterowania otwarciem i zamknięciem zaworów rozdzielających, które zasilają siłownik. Za zastosowaniem siłowników do innych zadań niż przemieszczanie pomiędzy skrajnymi położeniami przemawiają wymienione ich zalety.

Sam siłownik jest urządzeniem, które służy do przetwarzania energii sprężonego gazu na energię mechaniczną. Proces ten charakteryzuje się zmienną dynamiką i słabym tłumieniem, wyrazistą nieliniowością, czasową i parametryczną wariantowością oraz eksploatacyjną niestacjonarnością [2], [3]. Ze względu na tak złożony charakter tego procesu przetwarzania energii w procesie modelowania konieczne jest uwzględnienie wszystkich czynników zmiennych mogących wprowadzać znaczące różnice pomiędzy modelem, a obiektem rzeczywistym.

Układy wielu siłowników działających synchronicznie mogą być zastosowane w przypadku przemieszczania przedmiotów o dużych gabarytach, których sztywność nie jest wystarczająca, żeby można je przemieszczać przez przyłożenie siły w jednym miejscu. W przypadku takiego zastosowania ze względu na charakterystykę pracy siłowników konieczna jest synchronizacja ruchu poszczególnych siłowników układu [4], [5]. Istnieją metody synchronizacji bazujące na pomiarze przemieszczenia, ale niestety rozwiązania te komplikują układ ze względu na koniczność zastosowania pomiaru przemieszczenie oraz skomplikowanych układów sterowania oraz zastosowanie kosztownych zaworów proporcjonalnych.

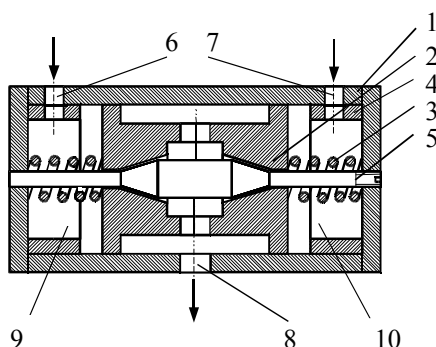
Do synchronizacji pracy dwóch siłowników można zastosować synchronizator przepływu w dwóch gałęziach układu pneumatycznego. Dwa synchronizatory tego typu zostały opatentowane w patentach P-386544 [6] oraz P-259073 [7]. Obecnie prowadzone są prace nad ich wdrożeniem i wykonaniem prototypu. Zaletą zastosowania synchronizatora jest jego prosta budowa oraz to, że w takiej konfiguracji nie ma potrzeby pomiaru położenia siłowników. Układ pomiarowy został przeniesiony do synchronizatora, w którym na ustawienie zaworów dławiących przepływ powietrza ma wpływ ciśnienie zasilające siłowniki. W tym układzie mechanicznym, pomimo, że nie ma bezpośredniego pomiaru położenia siłowników możliwe jest pośrednie odtworzenie pozycji siłowników przez całkowanie natężenia przepływu powietrza oraz pomiar ciśnienia jakim są zasilane.

## 2. Synchronizator przepływu

Synchronizator przepływu przedstawiony na rysunku 1 patent P-386544 jest to rozwiązanie konstrukcyjne, które można zastosować do synchronizacji ruchu dwóch siłowników, dzięki temu, że umożliwia wyrównywanie natężenia przepływu powietrza w dwóch przewodach.

Synchronizator zbudowany jest z korpusu w którym przemieszcza się kształtowy suwak 2. Pozycja środkowa suwaka ustalona jest za pomocą dwóch sprężyn 3 natomiast pozycje krańcowe ograniczone są dwoma pierścieniami oporowymi 4. We wnętrzu suwaka jest otwór, w którym ruchomo osadzony jest trzpień 5. Trzpień 5 połączony jest gwintowo z jedną z pokryw korpusu 1. Dzięki połączeniu gwintowemu z pokrywą położenie trzpienia 5 może być

regulowane w stosunku do korpusu oraz suwaka. Wewnętrzne powierzchnie stożkowe suwaka 2 oraz zewnętrzne powierzchnie stożkowe trzpienia 5 tworzą dwa zawory dławiące. Powietrze pod ciśnieniem doprowadzany jest do przyłączy 6 i 7, a odprowadzane przez przyłącze 8.



Rys. 1. Synchronizator przepływu w dwóch gałęziach układu pneumatycznego

*Źródło: Opracowanie własne Autora*

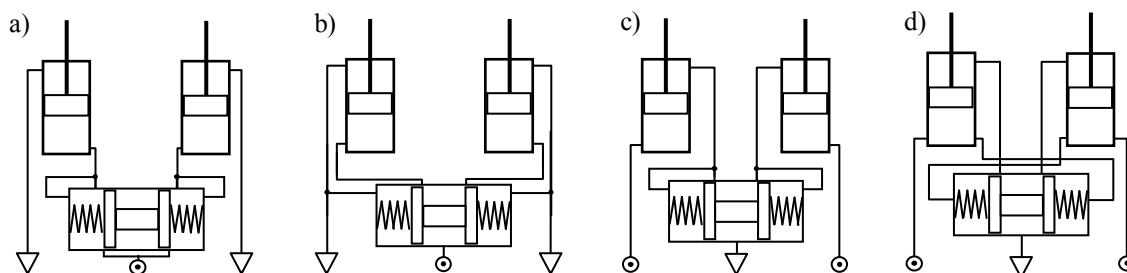
Fig. 1. Flow synchronizer in two lines of the pneumatic system

*Source: Elaboration of the Author*

W warunkach ustalonych w komorach 9 i 10 ustala się ciśnienie, które powoduje ustawienie pozycji suwaka 2, a co za tym idzie wartości natężenia przepływu w przewodach 6 oraz 7.

W patencie P-259073 omówiono inne rozwiązanie synchronizatora, który umożliwia dławienie przepływu medium na dopływie do siłowników.

Zawór synchronizujący można zastosować w kilku konfiguracjach jak na rysunku 2. Zawór może dławić przepływ na zasilaniu lub wypływie z siłowników. Sterowanie suwakiem synchronizatora można realizować wykorzystując różnicę ciśnień na zasilaniu lub na wypływie z siłowników.



Rys. 2. Układy synchronizacji pracy dwóch siłowników

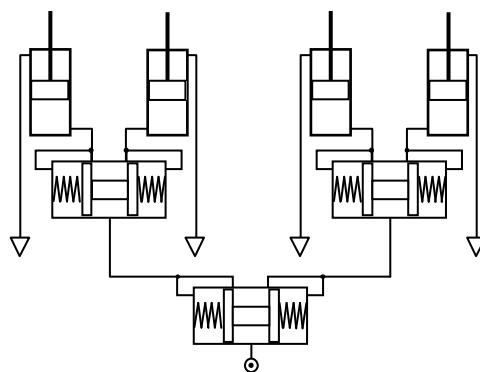
*Źródło: Opracowanie własne Autora*

Fig. 2. Synchronization systems for two cylinders

*Source: Elaboration of the Author*

Synchronizator z rysunku 1 może zostać zastosowany do synchronizacji w układzie z rysunku 2 c). W przypadku pozostałych konfiguracji konieczne jest zastosowanie synchronizatora o innej budowie omówionego w patencie P-259073.

W artykule omówiono rozwiązanie umożliwiające synchronizację 4 siłowników. Wykorzystano konstrukcje powstałą przez połączenie synchronizatorem dwóch układów z rysunku 2 a) tj. układów z dławieniem na wejściu oraz sterowanie suwakiem poprzez ciśnienie na zasilaniu, w wyniku takiego połączeni powstaje układ, którego schemat przedstawia rysunek 3.



Rys. 3. Układy synchronizacji pracy czterech siłowników  
*Źródło: Opracowanie własne Autora*

Fig. 3. Synchronization systems for four cylinders  
*Source: Elaboration of the Author*

### 3. Model napędu słownikowego

W modelu matematycznym układu została uwzględniona dynamika elementów ruchomych, zmienne obciążenia, występujące siły tarcia statycznego i dynamicznego, pola przekroju dysz dławiących oraz zmiany temperatury powietrza w układzie wynikające z przemian termodynamicznych.

Ponieważ do komór siłownika napływa i wypływa powietrze, dlatego w pełnym modelu matematycznym konieczne jest uwzględnienie w bilansie energii entalpii, tj. zmiany energii wewnętrznej związanej ze zmianą masą gazu w komorze.

### 4. Entalpia

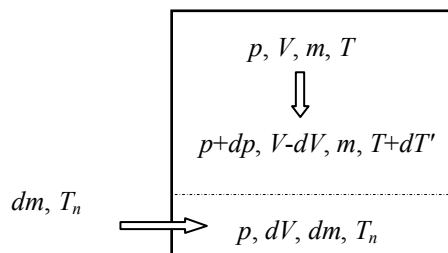
W układach termodynamicznych w których nie ma wymiany zmiany masy gazu wykorzystuje się równanie bilansu energii opisane równaniem (1), czyli

$$dU = dQ - dW . \tag{1}$$

gdzie:  $dU$  energia wewnętrzna,  $dQ$  ciepło  $dW$  praca.

W przypadku zmian masy gazu w bilansie energii (1) konieczne jest dodanie dodatkowego czynnika nazywanego entalpią.

Do wyznaczenia szukanego czynnika rozpatrzmy układ odizolowany zbiornik o objętości  $V$  w którym znajduje się masa gazu  $m$  o temperaturze  $T$  i ciśnieniu  $p$ . Do zbiornika dopływa gazu o masie  $dm$  o temperaturze  $T_n$  w czasie  $dt$  jak na rysunku 4.



Rys. 4. Dopływ gazu o temperaturze  $T_n$  do zbiornika  
*Źródło: Opracowanie własne Autora*

Fig. 4. Gas supply with temperature  $T_n$  to the tank  
*Source: Elaboration of the Author*

Dla odizolowanego układu z rysunku 4, nad którym nie wykonywana jest praca oraz nie ma wymiany ciepła z otoczeniem mamy  $dQ = dW = 0$ .

Całkowitą zmianę energii gazu w zbiorniku można wyznaczyć na dwa sposoby. Zmianę energii można zapisać w postaci różnicy pomiędzy energią początkową  $U_p$  i końcowej  $U_k$ , jak w równaniach (2), czyli:

$$\begin{aligned} U_p &= mc_v T, \\ U_k &= (m + dm)c_v(T + dT), \\ dU &= U_k - U_p = mc_v T + mc_v dT + dmc_v T + dmc_v dT - mc_v T = mc_v dT + dmc_v T. \end{aligned} \quad (2)$$

Zmianę energii wewnętrznej można również zapisać jako sumę pracy wykonanej przez dopływający gaz nad tym znajdujący się w zbiorniku  $pdV$  oraz energii wewnętrznej napływającego gazu, którego znamy masę  $dm$  i temperaturę  $T_n$ , stąd otrzymano równanie (3) czyli

$$dU = pdV + dmc_v T_n. \quad (3)$$

Równanie stanu gazu doskonałego dla gazu w zbiorniku można zapisać jak w równaniu (4), czyli

$$pdV = dmrT_n. \quad (4)$$

Po podstawieniu (4) do (3) zmianę energii wewnętrznej możemy zapisać jak w równaniu (5), czyli

$$dU = dmrT_n + dmc_v T_n = dmc_p T_n. \quad (5)$$

Wyznaczony czynnik  $dmc_p T_n$  jest to zmiana energii wewnętrznej nazywana entalpią. Po uwzględnieniu entalpii (5) w bilansie energii (1) otrzymano bilans energii ze zmianą masy gazu jak w równaniu (6), czyli

$$dU = dQ - dW + dmc_p T_n. \quad (6)$$

## 5. Bilansu energii w komorach siłownika

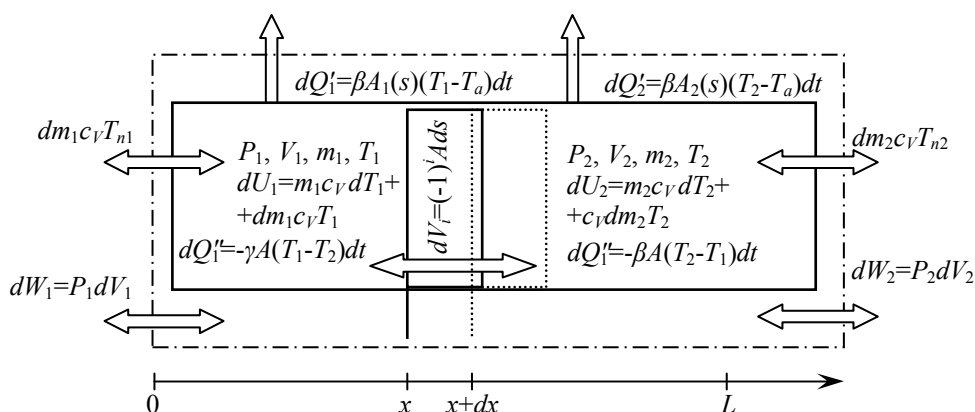
Przy wyprowadzeniu równań modelu siłownika zostaną wykorzystane następujące stałe, zmienne oraz oznaczenia:

- $p$  - ciśnienie [ $N \cdot m^{-2}$ ],
- $V$  - objętość [ $m^3$ ],
- $m$  - masa [kg],
- $T$  - temperatura [K],
- $R$  - uniwersalna stała gazowa [ $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$ ], dla powietrza  $R = 8.13447215$ ,
- $r$  - indywidualna stała gazowa [ $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ ], dla powietrza  $r = 280.7915$ ,
- $\eta$  - masa molowa [ $kg \cdot mol^{-1}$ ], dla powietrza  $\eta = 0.02896979$ ,
- $k$  - wykładnik adiabaty, dla powietrza  $k = 7/5$ ,
- $\alpha$  - liczba stopni swobody cząstki gazu równa: 2 - jednoatomowe, 5 - dwuatomowe, 6 - wieloatomowe,
- $\beta, \gamma$  - współczynnik przewodności cieplnej przez ścianki siłownika [ $W/m \cdot K$ ].

Zostały również wykorzystane zależności pomiędzy indywidualną i uniwersalną stałą gazową, związku pomiędzy współczynnikami ciepła właściwego  $c_p, c_v$  a indywidualną stałą gazową  $r$  i wykładnikiem adiabaty  $k$ , związek pomiędzy liczbą stopni swobody cząstki  $\alpha$ , oraz stałą adiabaty równania (7), czyli:

$$\begin{aligned}
 r &= R/\eta, \\
 \begin{cases} c_p - c_v = r \\ \frac{c_p}{c_v} = k \end{cases} &\Rightarrow c_v = \frac{r}{k-1}, \\
 k &= \frac{\alpha + 2}{\alpha}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Bilans energii w dwóch komorach silownika można przedstawić jak na rysunku 5. W komorach o objętości  $V_1$ ,  $V_2$  znajduje się gaz o temperaturach  $T_1$ ,  $T_2$  ciśnieniu  $P_1$ ,  $P_2$ , i masie  $m_1$ ,  $m_2$ . W pełnym modelu przyjęto, że występuje wymiana ciepła pomiędzy komorami silownika oraz pomiędzy otoczeniem z współczynnikami przewodności  $\beta$ ,  $\gamma$ . Na rysunku tłok w czasie  $dt$  zmienia pozycję z  $x$  na  $x+dx$ .



Rys. 5. Bilans przepływu energii w komorach silownika

Źródło: Opracowanie własne Autora

Fig. 5. Balance of energy flow in the cylinder chambers

Source: Elaboration of the Author

Bilans energii (6) można zapisać dla dwóch komór silownika po wprowadzeniu oznaczeń z rysunku 5 jak w równaniu (8), czyli:

$$dU_i(t) = dQ_i(t) - dW_i(t) + dm_i(t)c_p T_{ni}(t) \quad i = 1, 2. \tag{8}$$

W bilansie uwzględnia się wymianę ciepła  $dQ$  z otoczeniem oraz pomiędzy komorami silownika, pracę  $dW$  wykonaną przez poruszający się tłok, oraz entalpię tj. energię związaną z dopływem gazu do komór. Zgodnie z oznaczeniami z rysunku 5 poszczególne składowe równania bilansu energii (8) można zapisać jak w równaniach (9), czyli:

$$\begin{aligned}
 dU_i(t) &= \frac{d}{dt} m_i(t)c_v T_i(t) = m_i(t)c_v dT_i(t) + dm_i(t)c_v T_{ni}(t), \\
 dQ_i(t) &= \{-\beta A_i(s)[T_i(t) - T_a(t)] - \gamma A[T_i(t) - T_{3-i}(t)]\}dt \quad i = 1, 2, \\
 dW_i(t) &= P_i(t)dV_i(t).
 \end{aligned} \tag{9}$$

Po podstawieniu składowych (9) do równania (8) uzyskano równanie bilansu energii (10), czyli

$$\begin{aligned}
 m_i(t)c_v dT_i(t) + dm_i(t)c_v T_{ni}(t) &= \{-\beta A_i(s)[T_i(t) - T_a(t)] - \gamma A[T_i(t) - T_{3-i}(t)]\}dt - \\
 &\quad - P_i(t)dV_i(t) + dm_i(t)c_p T_{ni}(t). \quad i = 1, 2
 \end{aligned} \tag{10}$$

Po przeniesieniu czynnika z temperaturą gazu w komorze  $T_i(t)$  na prawo równania

otrzymano równanie (11), czyli

$$\begin{aligned} m_i(t)c_v dT_i(t) &= \\ &= \{-\beta A_i(s)[T_i(t) - T_a(t)] - \gamma A_i[T_i(t) - T_{3-i}(t)]\} dt - \\ &- P_i(t)dV_i(t) - dm_i(t)[c_v T_i(t) - c_p T_{ni}(t)]. \end{aligned} \quad i=1, 2 \quad (11)$$

Równanie (11) podzielono przez  $c_v$ ,  $dt$ , oraz  $m_i$  oraz wykorzystano zależność opisującą zależność zmiany objętości  $dV$  w funkcji zmiany położenia tłoka  $dx$  opisane równaniem (12), czyli

$$dV_i(t) = (-1)^{i+1} A_i dx_i(t). \quad (12)$$

Po przekształceniach równania (11) otrzymano równanie (13), czyli

$$\begin{aligned} \frac{dT_i(t)}{dt} &= \frac{1}{m_i c_v} \{-\beta A_i(s)[T_i(t) - T_a(t)] - \gamma A_i[T_i(t) - T_{3-i}(t)] - \\ &- (-1)^{i+1} P_i(t) A_i v_i(t) - q_i(t)[c_v T_i(t) - c_p T_{ni}(t)]\}. \end{aligned} \quad i=1, 2 \quad (13)$$

Równanie (13) pozwala w modelu matematycznym siłownika całkować temperaturę. W równaniu pochodną masy po czasie  $dm/dt$  oznaczono przez symbol wydatku masowego  $q$ .

Można również wyznaczyć równanie pozwalające całkować ciśnienie. W celu wyznaczenia tego równania wyznaczono dwa równania pomocnicze.

Pierwsze równanie pomocnicze uzyskano przekształcając różniczkę równania energii wewnętrznej  $U = mc_v T$  gazu o masie  $m$  i temperaturze  $T$ . W przekształceniach najpierw korzysta się z zależności (7), następnie wykorzystuje równanie stanu gazu doskonałego i ostatecznie różniczkuje iloczyn  $PV$  jak w równaniu (14), czyli

$$\frac{d}{dt} U_i(t) = \frac{d}{dt} mc_v T = \frac{1}{k-1} \frac{d}{dt} mrT = \frac{1}{k-1} \frac{d}{dt} PV = \frac{1}{k-1} \left( \frac{dP}{dt} V + P \frac{dV}{dt} \right). \quad (14)$$

Drugie równanie pomocnicze wyznaczamy różniczkując bez przekształceń równanie energii wewnętrznej, jak w równaniu (15), czyli

$$\frac{d}{dt} U_i(t) = \frac{d}{dt} mc_v T = c_v \left( \frac{dm}{dt} T + m \frac{dT}{dt} \right). \quad (15)$$

Po przyrównaniu ostatnich czynników z równań (14) oraz (15) oraz pomnożeniu przez  $dt$  otrzymano równanie (16), czyli

$$\frac{1}{k-1} (dPV + PdV) = dmc_v T + mc_v dT. \quad (16)$$

Po podstawieniu (16) w równaniu (10) oraz przeniesieniu na prawą stronę wyrażenia z  $dV_i(t)$  i pogrupowaniu otrzymano równanie (17), czyli

$$\begin{aligned} \frac{1}{k-1} \frac{dP_i(t)}{dt} V_i &= \\ &= \left\{ -\beta A_i(s)[T_i(t) - T_a(t)] - \gamma A_i[T_i(t) - T_{3-i}(t)] - \frac{k}{k-1} \frac{1}{dt} P_i(t) dV_i(t) + q_i(t) c_p T_{ni}(t) \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

$i=1, 2.$

W równaniu zastąpiono  $dm/dt$  przez symbol wydatku  $q$ . Po pomnożeniu stronami przez  $(k-1)/V_i$  oraz wyłączeniu przed nawias czynnika  $k/V_i$  otrzymano równanie (18), czyli

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \frac{k}{V_i} \left\{ -\frac{k-1}{k} \beta A_i(s) [T_i(t) - T_a(t)] - \frac{k-1}{k} \gamma A [T_i(t) - T_{3-i}(t)] - \right. \\ \left. - \frac{1}{dt} P_i(t) dV_i(t) + \frac{k-1}{k} q_i(t) c_p T_{ni}(t) \right\} \quad i = 1, 2. \quad (18)$$

Korzystając z zależności (7) można napisać równanie (19), czyli

$$\frac{k-1}{k} c_p = \frac{k-1}{r} r \frac{1}{k} c_p = \frac{1}{c_v} r \frac{c_v}{c_p} c_p = r. \quad (19)$$

Po uwzględnieniu (19) w (18) oraz zależności (12) możemy ostatecznie napisać drugie równanie bilansu energii (20), czyli

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \frac{k}{V_i} \left\{ -\frac{k-1}{k} \beta A_i(s) [T_i(t) - T_a(t)] - \frac{k-1}{k} \gamma A [T_i(t) - T_{3-i}(t)] - \right. \\ \left. - (-1)^{i+1} P_i(t) A_i v_i(t) + q_i(t) r T_{ni}(t) \right\} \quad i = 1, 2. \quad (20)$$

Równanie (20) pozwala na całkowanie w modelu matematycznym ciśnienia i może ono być stosowane zamiennie z równaniem (13) pozwalającym całkować temperaturę.

## 6. Równanie ruchu bilans sił

Równania ruchu tłoczyska siłownika opisane są za pomocą równań różniczkowych (21), czyli

$$\frac{ds}{dt} = v, \quad \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = a. \quad (21)$$

Bilans sił wpływających na ruch siłownika został zapisany w zależnościach (22), czyli:

$$a = F / m, \\ dla \ v = 0 \quad F = sign(F_n) \max(0, |F_n| - F_v(v=0)), \\ dla \ v \neq 0 \quad F = F_n - sign(v) F_v, \\ F_n = P_1 A - P_2 A_t + F_z, \\ F_v = F_{tp} + \gamma \frac{F_{tp}}{v_{gr} + |v|} + f_{tp} |v|. \quad (22)$$

W bilansie sił uwzględniono siły bezwładności wywołane przyspieszeniem masy tłoka, siły oddziaływania ciśnienia gazu na tłok, oraz siły tarcia zgodnie z modelem z pracy

[1]. W równaniach (21) oraz (22) wprowadzono oznaczenia:

- $a$  - przyspieszenie ruchu siłownika wynikające z bilansu sił [ $m \cdot s^{-2}$ ],
- $m$  - sumaryczna masa tłoka oraz części ruchomych siłownika [kg],
- $F$  - siła powodująca przyspieszenie ruchu tłoka siłownika [N],
- $F_n$  - sumaryczna siła wywołana różnicą ciśnień w komorach siłownika oraz zewnętrzną siłą obciążenia [N],
- $F_z(t)$  - zewnętrzna siła obciążenia [N],
- $F_v$  - siła tarcia [N],
- $F_{tp}$  - siła tarcia suchego [N],
- $\gamma$  - współczynnik tarcia mieszanego [ $m \cdot s^{-1}$ ],
- $f_{tp}$  - współczynnik proporcjonalności [ $N \cdot s \cdot m^{-1}$ ],



- $v_{gr}$  - prędkość graniczna [ $m \cdot s^{-1}$ ],  
 $v$  - prędkość ruchu [ $m \cdot s^{-1}$ ],  
 $s$  - położenie tłoczyska [m].

## 7. Bilans masy gazu w komorach siłownika model przepływu przez dysze dławiące

Poza równaniami różniczkowymi (13) lub (20) wykorzystanymi do całkowania energii, równaniami ruchu oraz bilansem sił, konieczne jest całkowanie masy powietrza dopływającego do komór siłownika do czego wykorzystano równania (23) opisane w pracy [4], [5], czyli.

$$\frac{dm_i}{dt} = q_i, \quad i = 1, 2. \quad (23)$$

W modelu przepływu przez dyszę przyjęto, że wydatek masowy powietrza  $q_i$   $i = 1, 2$  dla pierwszej i drugiej komory siłownika jest w głównej mierze zależny: od temperatury i ciśnienia po stronie dyszy o większym ciśnieniu, od ciśnienia panującego po stronie dyszy o mniejszym ciśnieniu oraz od powierzchni przepływu dyszy. Do wyznaczania wydatku masowego zostały wykorzystane zależności podane w równaniach (24), czyli:

$$\begin{aligned}
 \text{dla } \frac{P_{\min}}{P_{\max}} < 0.527833: \quad q_1(P_1, P_2, d) &= \text{sign}(P_2 - P_1) d \sqrt{2P_{\max} \rho_{\max}} \psi \left( k, \frac{P_{\min}}{P_{\max}} \right), \\
 \text{dla } \frac{P_{\min}}{P_{\max}} > 0.527833: \quad q_1(P_1, P_2, d) &= \text{sign}(P_2 - P_1) d \sqrt{2P_{\max} \rho_{\max}} 0.484416, \\
 q_2 &= q_2(P_1, P_2, d) = -q_1, \\
 \psi \left( k, \frac{P_{\min}}{P_{\max}} \right) &= \sqrt{\frac{k}{k-1} \left[ \left( \frac{P_{\min}}{P_{\max}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_{\min}}{P_{\max}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}, \\
 P_{\max} &= \max(P_1, P_2), \quad P_{\min} = \min(P_1, P_2), \\
 \rho_{\max} &= \frac{P_{\max}}{rT_{\max}}, \\
 \text{dla } P_1 > P_2: \quad T_{\max} &= T_1, \\
 \text{dla } P_2 > P_1: \quad T_{\max} &= T_2.
 \end{aligned} \quad (24)$$

Zależności zostały wyznaczone na podstawie danych zawartych w pracach

[1], [2]. W celu wyznaczenia temperatury powietrza za dyszą przyjęto, że powietrze przepływając przez dyszę podczas rozprężania podlega przemianie adiabatycznej, stąd na podstawie zależności pomiędzy zmianami temperaturą i ciśnieniem dla adiabaty wyznaczono równania (25), czyli

$$\begin{aligned}
 \text{dla } P_1 > P_2: \quad T_{n1} &= T_1, \quad T_{n2} = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \\
 \text{dla } P_2 > P_1: \quad T_{n2} &= T_2, \quad T_{n1} = T_2 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}},
 \end{aligned} \quad (25)$$

na podstawie których można wyznaczyć temperaturę powietrza za dyszą.

Ze względu na złożoność modelu pełnego do symulacji numerycznej przyjęto uproszczenia. Przyjęto, że wymiana ciepła z otoczeniem jest tak duża, że temperatura powietrza w układzie jest stałą i wynosi  $T_a$ , w wyniku tego założenia nie ma konieczności całkowania energii wewnętrznej i wystarczające jest całkowanie masy gazu.

### 8. Model układu w programie *Matlab Simulink*

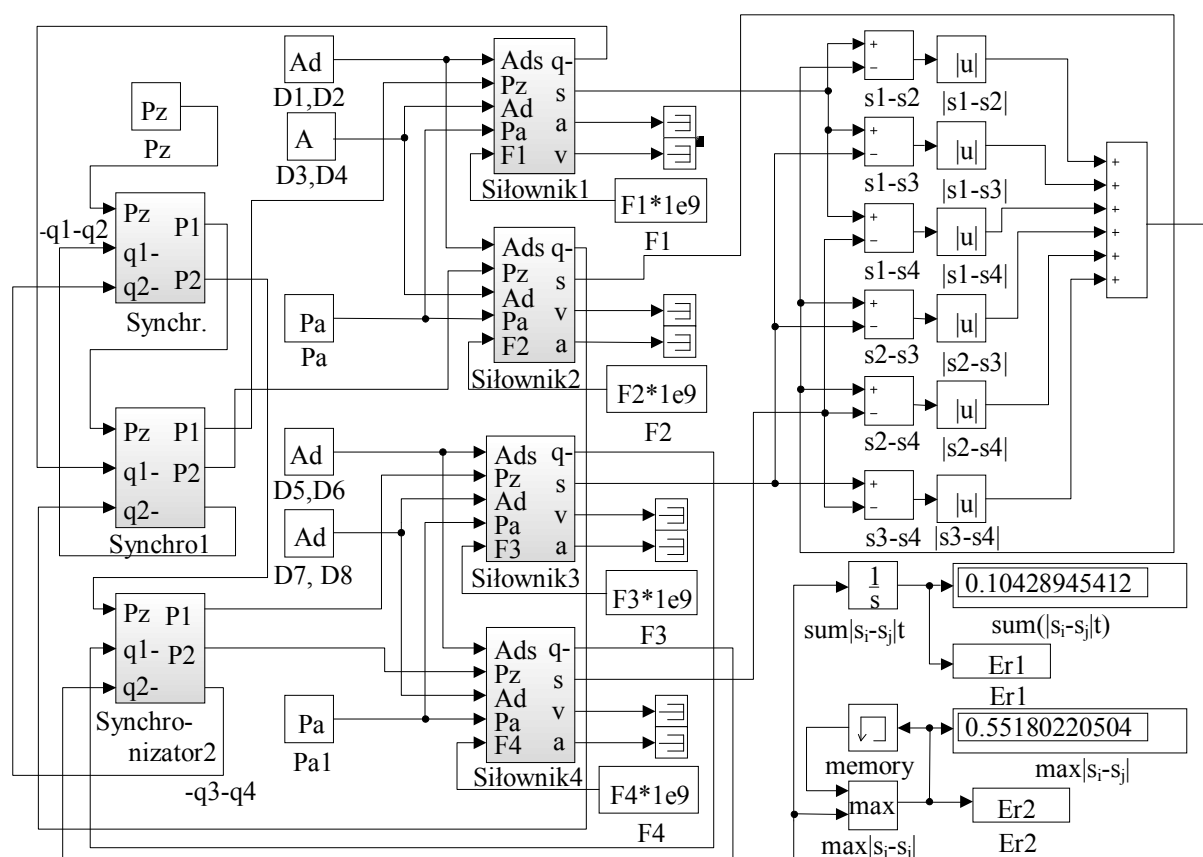
Schemat zbudowanego modelu układu synchronizacji w programie *Matlab Simulink* przedstawiono na rysunku 6.

Na schemacie umieszczono bloki trzech synchronizatorów, czterech siłowników oraz układu do wyznaczania kryteriów oceny. W układzie są cztery siłowniki dlatego za kryterium oceny przyjęto całkę z sumy modułów odchyłek położenia poszczególnych siłowników jak w równaniu (26), czyli

$$Er_1 = \int_0^t (|s_1 - s_2| + |s_1 - s_3| + |s_1 - s_4| + |s_2 - s_3| + |s_2 - s_4| + |s_3 - s_4|) dt. \quad (26)$$

Wyliczane jest również drugie kryterium  $Er_2$  nie wykorzystane w procesie optymalizacji, jest to maksymalna wartość sumy modułów odchyłek jak w równaniu (27), czyli

$$Er_2 = \max_{t \in (0,t)} (|s_1 - s_2| + |s_1 - s_3| + |s_1 - s_4| + |s_2 - s_3| + |s_2 - s_4| + |s_3 - s_4|). \quad (27)$$



Rys. 6. Schemat modelu układu synchronizacji w programie *Matlab Simulink*

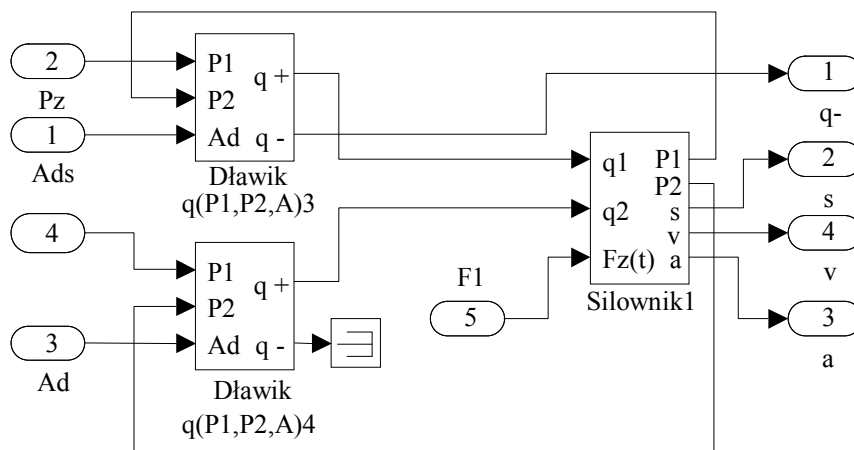
Źródło: Opracowanie własne Autora

Fig. 6. Diagram of the synchronization system model in *Matlab Simulink*

Source: Elaboration of the Author

Do zbudowania modelu synchronizatora wykorzystano model siłownika w którym dodano dodatkowe funkcje: dysz dławiających zależnych od położenia suwaka synchronizatora, dodatkowa siła w bilansie sił, wywołaną działaniem sprężyny oraz moduł do wyznaczania przekroju dyszy dławiającej w funkcji położenia suwaka synchronizatora, jak w pracach [4], [5].

Schemat blokowy siłownika z dyszami dławiającymi na wejściu i wyjściu pokazano na rysunku 7, natomiast schemat blokowy synchronizatora przedstawia rysunek 8.



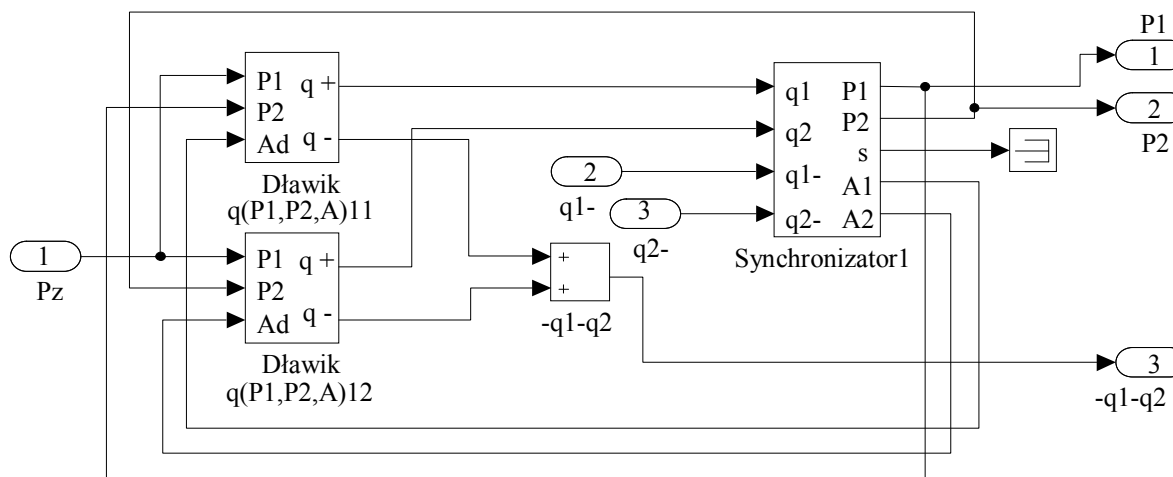
Rys. 7. Schemat bloku siłownika w programie *Matlab Simulink*

Źródło: Opracowanie własne Autora

Fig. 7. Diagram of the actuator block in *Matlab Simulink*

Source: Elaboration of the Author

Na schemacie synchronizatora rysunek 8 widoczne są sprzężenia zwrotne w których przekazywana jest wartość powierzchni dysz dławiających  $A_1$  oraz  $A_2$ , w odróżnieniu od modelu siłownika 7 gdzie wartości dysz są ustalone z góry i zapisane w m pliku.



Rys. 8. Schemat bloku synchronizatora w programie *Matlab Simulink*

Źródło: Opracowanie własne Autora

Fig. 8. Diagram of a synchronizer block in *Matlab Simulink*

Source: Elaboration of the Author

## 9. Optymalizacja wybranych parametrów

Dobór parametrów układu przeprowadzono metodą optymalizacji. Wykorzystano funkcje *fminsearch* pakietu *Matlab*, która jest implementacją numeryczną algorytmu simpleksowej metody spadku (Nelder–Mead method) do wyznaczania ekstremum nieliniowej funkcji wielu zmiennych.

Przyjęto następujące parametry powietrza: ciśnienie atmosferyczne  $P_a = 101325$  [Pa], ciśnienie zasilania  $P_z = 600000$  [Pa]. Parametry siłowników: skok tłoka  $L = 0.4$  [m], średnica tłoka  $D = 0.04$  [m], średnica tłoczyska  $d = 0.01$  [m], objętość minimalna komory siłownika  $V_0 = 0.000005$  [m<sup>3</sup>], masa obciążenia siłowników  $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 5$  [kg], współczynniki tarcia suchego  $F_{tp} = 1$ , tarcia płynnego  $f_{tv} = 200$ , współczynnik proporcjonalności  $\gamma = 0.05$ , prędkość graniczna  $v_{gr} = 0.03$  [m/s]. Parametry synchronizatorów: maksymalny i minimalny przekrój dysz dławiających  $A_{max} = 0.000005$  [m<sup>2</sup>],  $A_{min} = 0.000005$  [m<sup>2</sup>], skok tłoka synchronizatora  $L_s = 0.02$  [m], średnica tłoczka  $D_s = 0.02$  [m], objętość dodatkowa komory siłownika  $V_{0s} = 0.000003$  [m<sup>3</sup>], masa obciążenia siłowników  $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 0.15$  [kg], współczynniki tarcia suchego  $F_{tps} = 0.2$ , tarcia płynnego  $f_{tvs} = 5$ , współczynnik proporcjonalności  $\gamma = 0.01$ , prędkość graniczna  $v_{gr} = 0.04$  [m/s].

Warunki początkowe: położenia początkowe tłoczysk siłowników  $s_{p1} = s_{p2} = s_{p3} = s_{p4} = 0$  [m], prędkości początkowe siłowników  $v_i = 0$  [m/s], ciśnienia początkowe w komorach siłowników  $P_{i1p} = P_{i2p} = P_a$  [Pa],  $i = 1, 2, 3, 4$ , położenia początkowe tłoków synchronizatora  $s_{ps1} = s_{ps2} = s_{ps3} = L_s/2$  prędkości początkowe  $v_{ps1} = v_{ps2} = v_{ps3} = 0$  [m/s], ciśnienia początkowe w komorach synchronizatorów  $P_{11p} = P_{12p} = P_a$  [Pa],  $P_{21p} = P_{22p} = P_a$  [Pa],  $P_{31p} = P_{32p} = P_a$  [Pa]. Siły obciążenia siłowników  $F_1 = -25$  [N],  $F_2 = -200$  [N],  $F_3 = -10$  [N],  $F_4 = -45$  [N].

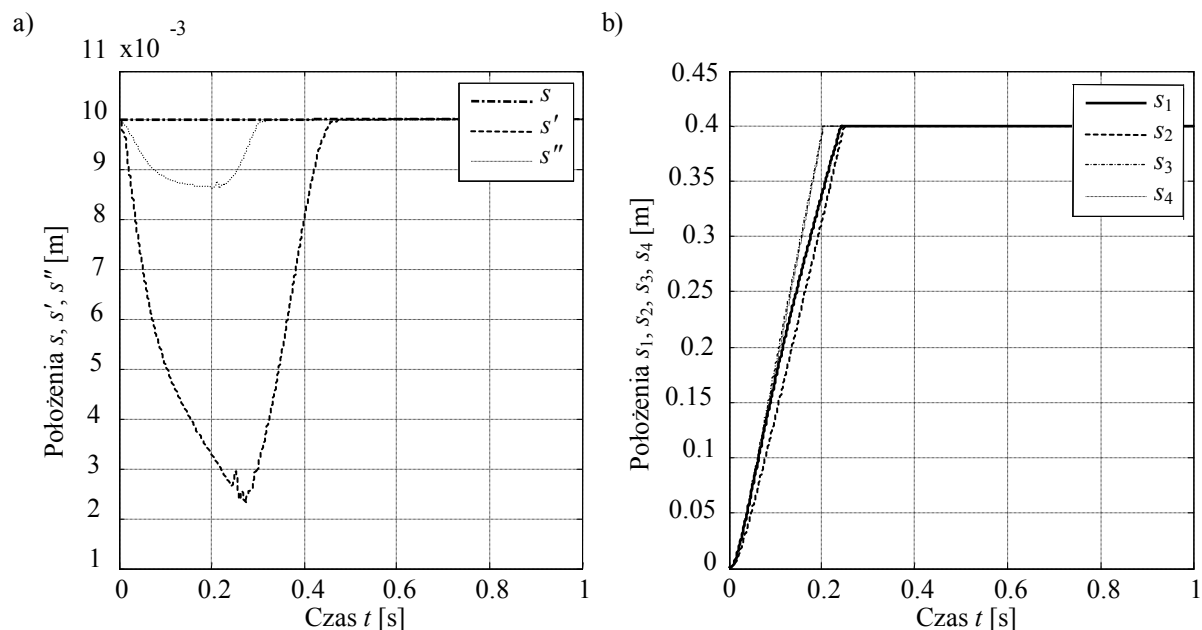
Optymalizacji poddano wybrane parametry układu. W wyniku optymalizacji uzyskano następujące wartości: parametrów: powierzchnia tłoka synchronizatora pierwszego  $A_s = 1.565142868474462e-05$ , powierzchnia tłoka synchronizatora drugiego i trzeciego  $A_{sp} = 1.319799761998695e-04$ , przekroje przepływu dławików na wyjściu siłowników  $A_d = 7.054957243361173e-06$ , przekrój dławików na dolocie do siłowników  $A_{ds} = 8.126999516442306e-06$ , przekroje minimalne i maksymalne dyszy synchronizatora pierwszego  $A_{min} = 1.236901144539459e-06$ ,  $A_{max} = 2.475986435543006e-05$ , przekroje minimalne i maksymalne dyszy synchronizatora drugiego i trzeciego  $A_{minp} = 5.904243671854205e-09$ ,  $A_{maxp} = 1.152619342817194e-05$ .

Po optymalizacji ośmiu parametrów kryteria oceny przyjęły wartości  $E_{r1} = 0.036026992352294$  [m·s],  $E_{r2} = 0.295712356093475$  [m·s].

## 10. Wyniki symulacji modelu

Poniżej przedstawiono na wykresach przebiegi niektórych parametrów modelu. Wykresy położenia suwaków synchronizatorów  $s$ ,  $s'$   $s''$  przedstawia rysunek 9 a), wykresy położen tłoków siłowników  $s_1, s_2, s_3, s_4$  przedstawia rysunek 9 b).

Wykresy ciśnień w komorach synchronizatora pierwszego  $P_{1s}, P_{2s}$  przedstawia rysunek 10 a), synchronizatora drugiego  $P'_{1s}, P'_{2s}$  rysunek 10 b) oraz synchronizatora trzeciego  $P''_{1s}, P''_{2s}$  rysunek 10 c). Na podstawie wykresów można zauważyć, że pierwszy synchronizator reaguje w bardzo małym stopniu. Słaba reakcja pierwszego synchronizatora jest spowodowane tym, że na ciśnienie w jego komorach ma wpływ praca dwóch siłowników, które są ciśnieniem z tej komory zasilane. Ciśnienie w jego komorach jest uśrednieniem pracy siłowników z niej zasilanych, uśrednianie to widać na rysunku 10. Średnia ciśnienie  $P'_{1s}$  oraz  $P'_{2s}$  z 10 b) jest zbliżona do średniej ciśnień  $P''_{1s}$  oraz  $P''_{2s}$  z rysunku 10 c), dlatego wykres ciśnień  $P_{1s}$  oraz  $P_{2s}$  z rysunku 10 a) są zbliżone.

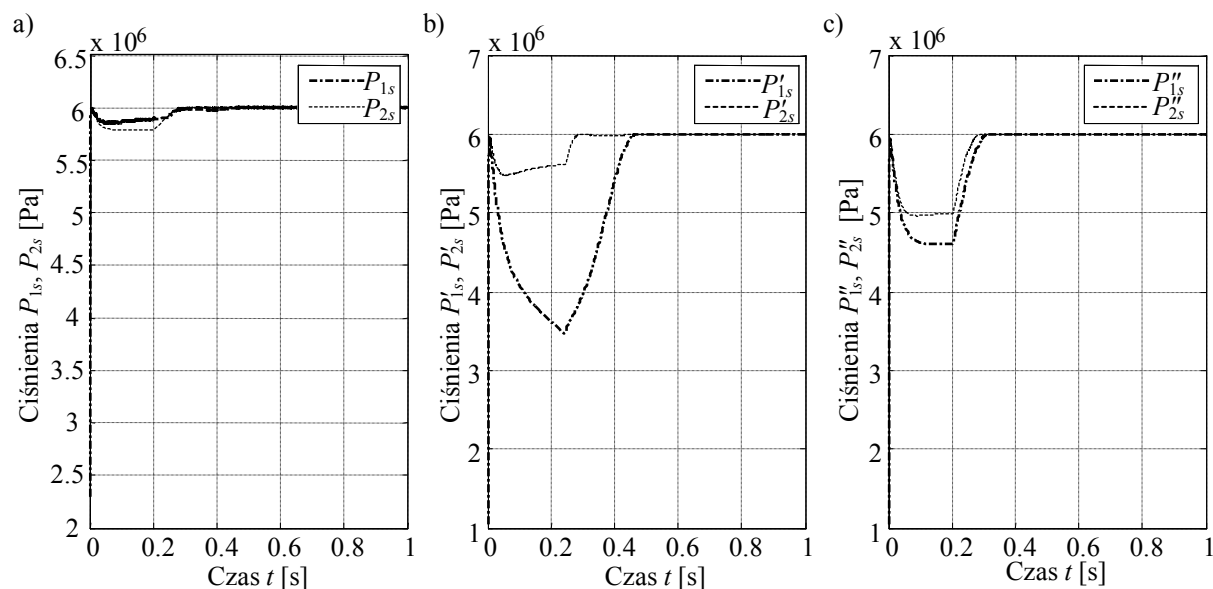


Rys. 9. Wykresy położenia suwaków synchronizatorów a), wykresy położenia tłoków siłowników b)

Źródło: Opracowanie własne Autora

Fig. 9. Diagrams of the position of the synchronizer slides a), diagrams of the position of the pistons of the pneumatic cylinders b)

Source: Elaboration of the Author



Rys. 10. Wykresy ciśnień w komorach synchronizatorów pierwszego a), drugiego b) oraz trzeciego c)

Źródło: Opracowanie własne Autora

Fig. 10. Pressure diagrams in the chambers of the first synchronizer a), second b) and third c)

Source: Elaboration of the Author

## 11. Wnioski

- W artykule przedstawiono wyniki badań modelowych synchronizatora przepływu w czterech gałęziach układu płynowego, przedstawiono najważniejsze wyprowadzenia modelu matematycznego, omówiono niektóre wyniki optymalizacji i symulacji tego układu w programie *Matlab Simulink*.

- W wyniku przeprowadzonych badań można stwierdzić, że tego typu połączony synchronizator nie daje tak dobrych wyników jak synchronizator w dwóch gałęziach omówiony w pracach [3], [4] algorytm optymalizacji zatrzymał się w ekstremum w którym kryterium  $Er_1$  osiągnęło wartość 0.036026992352294. Po optymalizacji siłowniki w zależności od obciążenia osiągały pozycję w znacznie różniących się od siebie czasach. Można zauważyć, że w układzie występuje słaba reakcja pierwszego synchronizatora ponieważ na ciśnienia na jego wyjściu mają wpływ obciążenia dwóch siłowników.
- W wyniku przeprowadzonej analizy można zaproponować inny układ synchronizacji z niezależnym dławieniem w każdej gałęzi. W przypadku takiego rozwiązania czas pracy siłowników potrzebny na osiągnięcie pozycji krańcowej będzie dłuższy i zależny do czasu pracy przy największym przewidzianym w układzie dopuszczalnym obciążeniu siłowników.
- Zaletą synchronizatora, w którym synchronizacja przepływu zależy od obciążenia innych gałęzi układu jest taka, że szybkość działania siłowników w takim układzie może być większa przy małym obciążeniu każdej z gałęzi, natomiast jeśli któraś z gałęzi zostanie w znaczny sposób obciążona następuje obniżenie prędkości przepływu w pozostałych nie obciążonych gałęziach układu. Można przewidywać, że układ ten do poprawnego działania wymagałby modyfikacji konstrukcji. Modyfikacja konstrukcyjna powinna dostosowywać prędkość poprzez wprowadzenie dodatkowego dławienia we wszystkich gałęziach zależnego od ciśnienia panującego w najbardziej obciążonej gałęzi.

## Literatura

- [1] Olszewski M. J., *Sterowanie pozycyjne pneumatycznego napędu słownikowego*, Rozprawa habilitacyjna 102823, Politechnika Warszawska 2002.
- [2] Geleževičius V., Grigaitis A., *Investigation of dynamic behavior of nonlinear electropneumatic acting system*, 2006.
- [3] Savodny O., Hildebrandt A., *Aspects of the control of differential pneumatic cylinder*. In E. SM. Fujita, editors, Proc. of German-Japanese Seminar, Noto Hanto, 2002.
- [4] Szostek K., Węsierski Ł., *Synchronizacja pracy dwóch siłowników z wykorzystaniem elementu pneumatycznego*. Kwartalnik Pneumatyka 2008.
- [5] Szostek K., Węsierski Ł., *Synchronizacja ruchu siłowników pneumatycznych*. Kwartalnik Pneumatyka 2(71), s. 22-28, 2009.
- [6] Węsierski Ł., Korcyl A., *Element do synchronizacji równoległej pracy dwóch siłowników* Wzór użytkowy nr P-259073, Warszawa 1986.
- [7] Węsierski Ł., Szostek K., *Element do synchronizacji przepływu medium w dwóch gałęziach układu płynowego*, 2008.11.18 2015 Urzędu Patentowego RP, zgłoszenie nr P-386544.