## Krzysztof NEUPAUER, Aneta GŁUSZEK, Sebastian PATER, Krzysztof KUPIEC

e-mail: kneupauer@chemia.pk.edu.pl

Wydział Inżynierii i Technologii Chemicznej, Politechnika Krakowska, Kraków

# Zmiany temperatur w akumulatorze ciepła z gorącą wodą

# Wstep

Krótkoterminowe magazynowanie energii możliwej do pozyskania w nieregularnych odstępach czasu, np. z promieniowania słonecznego, odbywa się najczęściej w akumulatorach z wykorzystaniem wody jako nośnika ciepła. Rozładowanie akumulatora ciepła polega na odprowadzaniu gorącej wody z górnej części zbiornika i jednoczesnym doprowadzeniu wody zimnej do dolnej części zbiornika [Duffie i Beckmann, 2006]. Aby w pełni wykorzystać objętość zbiornika utrzymuje się w nim grawitacyjną separację ciepłej i zimnej wody tzw. stratyfikację temperaturową. Dzięki rozwarstwieniu temperaturowemu z zasobnika można uzyskać o ponad 30% więcej ciepła niż z takiego samego zasobnika bez stratyfikacji, tj. z całkowitym wymieszaniem cieczy [Hollands i Lightstone, 1989]. Rozwarstwienie termiczne w zbiorniku magazynującym ciepłą wodę jest korzystne z dwóch powodów, po pierwsze rośnie wydajność cieplna systemu (wyższa sprawność pracy kolektorów słonecznych), po drugie użytkownik może odbierać wodę o wyższej temperaturze przy tej samej sumarycznej ilości energii zmagazynowanej w zbiorniku [Cruickshank i Harrison, 2010].

W niniejszej pracy przedstawiono model przenoszenia ciepła w zbiorniku, w którym uwzględniono wyrównywanie temperatur pomiędzy poszczególnymi strefami zbiornika wraz z jednoczesnymi stratami ciepła przez ściany zbiornika. Do praktycznego wykorzystania tego modelu niezbędna jest znajomość parametrów procesu: współczynnika przenikania ciepła przez ściany zbiornika oraz zastępczego współczynnika przewodzenia dla wody, uwzględniającego konwekcję naturalną. Pierwszy z tych parametrów wyznaczono na podstawie opracowania własnych danych eksperymentalnych.

# Model matematyczny

Do badań zjawiska stratyfikacji temperaturowej w wodnym akumulatorze ciepła, przyjęto model zasobnika składającego się z jednorodnych temperaturowo poziomych warstw, w którym pokrywa i dno są doskonale zaizolowane, natomiast ściany boczne są przepuszczalne dla ciepła. Zbiornik potraktowano jako połowę płyty nieskończonej (Rys. 1).



Rys. 1. Zbiornik o osi pionowej

Temperatura w osi płyty nieskończonej odpowiada temperaturze wody na dnie zbiornika, natomiast na powierzchni płyty jest równa temperaturze przy górnej pokrywie zbiornika.

Przenoszenie ciepła opisano równaniem nieustalonego przewodzenia ciepła w płycie nieskończonej z wewnętrznym źródłem ciepła. Wydajność tego źródła jest równoważna stratom ciepła przez ściany boczne zbiornika

Na początku, w zakresie wysokości  $(0, x_m)$  temperatura wody wynosi  $T_0$ , zaś w zakresie ( $x_m$ , s) temperatura wody wynosi  $T_1$ .

Dla nieustalonego przewodzenia w płycie nieskończonej obowiązuje wzór:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{q_v}{\rho c_p} \tag{1}$$

gdzie:

- $c_p$  ciepło właściwe wody [J/(kg·K)]
- k zastępczy współczynnik przewodzenia ciepła uwzględniający konwekcję  $[W/(m \cdot K)]$ ,
- $q_v$  wydajność źródła ciepła [W/m<sup>3</sup>],
- T temperatura [K],
- t czas [s],
- x odległość od osi płyty [m],
- $a = k/(c_p \rho) \text{współczynnik dyfuzyjności cieplnej } [m^2/s],$
- $\rho$  gęstość wody [kg/m<sup>3</sup>].

Wydajność źródła ciepła jest to moc cieplna generowana w jednostkowej objętości ciała. Gdy ciepło jest tracone, to wielkość  $q_v$  ma wartość ujemną. Straty ciepła wynoszą:

$$d\dot{Q} = U(T - T_b)Odx \tag{2}$$

gdzie:

- *O* obwód zbiornika [m]
- T temperatura wewnatrz zbiornika (zmienna z położeniem) [K],
- $T_{h}$  temperatura otoczenia [K],
- U współczynnik przenikania ciepła pomiędzy wodą, a otoczeniem (zmienny z położeniem)  $[W/(m^2 \cdot K)]$ ,

Wydajność źródła ciepła można przedstawić zależnością:

$$q_{\nu} = -\frac{dQ}{Sdx} = 4\frac{U}{D}(T_b - T) = 4C(T_b - T)$$
(3)

gdzie:

$$C = \frac{U}{D} \tag{4}$$

natomiast D jest średnicą hydrauliczną zbiornika.

Warunek początkowy jest następujący:

t

$$= 0 \qquad \begin{cases} T = T_0 & \text{dla} & 0 < x < x_m \\ T = T1 & \text{dla} & x_m \le x < s \end{cases}$$
(5)

gdzie:

s - charakterystyczny wymiar liniowy, równy połowie grubości płyty oraz wysokości zbiornika [m].

Warunki brzegowe dotyczą dna oraz pokrywy zbiornika. W obu przypadkach zgodnie z założeniem o braku przenoszenia ciepła warunek jest taki sam. Zatem dla dna zbiornika:

$$x = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \tag{6}$$

zaś dla pokrywy:

$$x = s \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \tag{7}$$

INŻYNIERIA I APARATURA CHEMICZNA

## Wyniki obliczeń

Na podstawie analizy numerycznej, wykorzystującej metodę różnic skończonych, określono profile temperatury wody dla różnych czasów trwania procesu.

Obliczenia według przedstawionego modelu przeprowadzono dla zbiornika o wysokości 1 m, średnicy 0,6 m napełnionego całkowicie wodą o niejednorodnej temperaturze początkowej. Założono, że w górnej części zbiornika od poziomu 0,3 m aż do pokrywy, woda ma temperaturę początkową 90°C; w pozostałej części zbiornika woda ma temperaturę początkową 60°C. Przyjęto stałą wartość współczynnika przenikania ciepła U = 2 [W/(m<sup>2</sup>·K)] oraz wartość zastępczego współczynnika przewodzenia dla wody (uwzględniający konwekcję oraz przewodzenie ciepła w kierunku osiowym) k = 1 [W/(m·K)]. Na rys. 2 przedstawiono otrzymane profile temperatur. Kształt profili wynika zarówno z wyrównywania temperatur w kierunku osiowym jak również ze strat cieplnych do otoczenia.



Rys. 2. Modelowe profile temperatur w zbiorniku

## Eksperymentalna weryfikacja modelu

Wyniki obliczeń numerycznych porównano z danymi eksperymentalnymi uzyskanymi z instalacji doświadczalnej [*Neupauer i in., 2012*]. Wyniki pomiarów dotyczyły czasowych zmian temperatur na różnych wysokościach zbiornika magazynującego gorącą wodę.

Przy założeniu jednorodności temperatur oraz niezmienności współczynnika przenikania ciepła obowiązuje zależność:

$$\ln \frac{T_p - T_b}{T_k - T_b} = \frac{UA}{mc_p}t \tag{8}$$

gdzie:

- A powierzchnia przenikania ciepła,
- m masa wody w zbiorniku,

zaś  $T_p$  i  $T_k$  oznaczają temperaturę początkową i końcową. Ponieważ

$$\frac{UA}{m} = \frac{4}{\rho}C\tag{9}$$

zatem stałą C można wyznaczyć następująco:

$$C = \frac{\rho c_p}{4t} \ln \frac{T_p - T_b}{T_k - T_b}$$
(10)

Podstawiając do wzoru (10) wartości właściwości fizycznych wody, czas pomiaru równy t = 25 h oraz temperaturę otoczenia  $T_b = 27$ °C otrzymano wartości stałej *C*, które zebrano w tab. 1.

Stała *C* jest proporcjonalna do współczynnika przenikania ciepła przez ściankę zbiornika. Z tab. 1 widać, że wartości stałej *C* dla góry i środka zbiornika są zbliżone. Wyższa wartość dla dołu zbiornika wyni-

ka z przenikania ciepła przez dno zbiornika, nieuwzględnionego w modelu matematycznym procesu.

Uwzględniając wyznaczone doświadczalnie stałe C można przeprowadzić symulację procesu opartą na przedstawionym modelu matematycznym. Przy symulacji przyjęto wartości liczbowe odpowiadające warunkom doświadczalnym, tj. jednorodną temperaturę początkową w zbiorniku. Otrzymane wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 3 (linie ciągłe) łącznie z wynikami pomiarów (punkty).

Tab. 1. Dane do obliczeń i wartości stałej C

Parametr	Góra zbiornika	Środek zbiornika	Dół zbiornika
$T_p$ [K]	50,5	50,0	49,5
$T_k$ [K]	46,3	45,5	42,6
$C \left[ W/(m^3 \cdot K) \right]$	2,26	2,50	4,20



Rys. 3. Chłodzenie zbiornika z gorącą wodą - wyniki pomiarów i obliczeń

# Wnioski

Korzyści wynikające ze stratyfikacji temperaturowej można łatwiej przewidzieć na podstawie analizy opartej na eksperymentach skojarzonych z modelowaniem matematycznym procesu.

Wykorzystywane w pracy wyniki pomiarów dotyczyły jednorodnej początkowej temperatury wody w zbiorniku. Występujące przy tym niewielkie osiowe różnice temperatur uniemożliwiały wyznaczenie zastępczego współczynnika przewodzenia ciepła.

Celowe jest przeprowadzenie analizy wpływu materiału ścianki zbiornika na szybkość wyrównywania temperatur wody. Osiowy ruch ciepła w ściance wykonanej z materiału dobrze przewodzącego ciepło sprzyja bowiem wyrównywaniu temperatur w zbiorniku likwidując korzyści wynikające ze stratyfikacji.

#### LITERATURA

- Cruickshank C.A., Harrison S.J., 2010. Heat loss characteristics for a typical solar domestic hot water storage. *Energy and Buildings*, 42, 1703-1710. DOI: 10.1016/j.enbuild.2010.04.013
- Duffie J.A., Beckman W.A., 2006, *Solar Engineering of Thermal Processes*. Third Edition, John Wiley & Sons, New York
- Hollands K.G.T., Lightstone M.F., 1989. A Review of low-flow, stratifiedtank solar water heating systems. *Solar Energy*, 43, nr 2, 97-105. DOI: 10.1016/0038-092X(89)90151-5
- Neupauer K., Głuszek A., Magiera J., 2012. Straty akumulacji ciepła w hybrydowej instalacji grzewczej z odnawialnymi źródłami energii, *Czasopismo Techniczne*, 2-M, 305-314

Praca została sfinansowana ze środków Narodowego Centrum Nauki, Projekt Badawczy nr 7582/B/H03/2011/40.