

Mirosław WOJTYŁA

AKADEMIA TECHNICZNO-HUMANISTYCZNA W BIELSKU-BIAŁEJ, LABORATORIUM METROLOGII,
ul. Willowa 2, 43-309 Bielsko-Biała

Dokładność maszyny do gięcia elementów rurkowych

Dr inż. Mirosław WOJTYŁA

Pracuje w Laboratorium Metrologii Akademii Techniczno-Humanistycznej w Bielsku-Białej. Główne zainteresowania naukowe to pomiary i szacowanie niepewności pomiaru elementów rurkowych i ich sprawdzianów oraz metrologia wielkości geometrycznych w tym współrzędnościowa technika pomiarowa. W tym zakresie intensywnie współpracuje z przemysłem.



e-mail: mwojtyla@ath.eu

Streszczenie

Opierając się na modelu matematycznym procesu gięcia elementów rurkowych przedstawionym w artykule „Przybliżony model matematyczny procesu gięcia elementów rurkowych na giętarkach” wyznaczono tolerancję punktów nominalnych elementu wygiętego na giętarkach. Wykorzystując wzory na tolerancję ogniwa zamykającego dla zamienności całkowitej i niecałkowitej obliczono tolerancję punktów nominalnych elementu. Jak wynika z przeprowadzonych obliczeń tolerancja punktów przewodu zwiększa się w kierunku przeciwnym do kolejności gięcia.

Słowa kluczowe: elementy rurkowe, model matematyczny, gięcie, dokładność giętarki.

The accuracy of a machine for bending tubular elements**Abstract**

Based on the mathematical model of the process of bending tubular elements presented in the paper "An approximate mathematical model of the process of bending tubular elements on benders", there was determined the tolerance of nominal points of a tube (Fig. 1) bent on benders. The inaccuracies of independent parameters set up on a bender are a considerable source of errors arising during the bending of tubular components. Exemplary partial derivatives (the coefficients of influence) for point P04 are given in Table 1. These derivatives were calculated for two consecutive fixings of tubular elements to determine which partial derivatives should be evaluated in the next fixings. In four fixings (for point P04) there were calculated 48 influencing factors. The tolerance of the element nominal points was calculated with use of formulas (2) and (3) for the total and incomplete interchangeability. The tolerance associated with the bender repeatability is assumed to be the tolerance of various independent variables. From the calculations carried out it follows that the tolerance of the tube points increases in the opposite direction to the bending sequence (Tabs. 2 and 3).

Keywords: tube elements, mathematical model, tube bending, bender accuracy.

1. Wstęp

Ważniejsze oznaczenia:

T_x, T_y, T_z – tolerancje w punktach elementu rurkowego,
 P_i – punkty nominalne elementu rurkowego,
 P_{0i} – punkty przewodu leżące w początku układu współrzędnych,
 ${}^{0g=0}T_i$ – macierz przekształceń jednorodnych układu „i” do układu giętarki O_g ,
 m_i – wysunięcia elementu w i – tym punkcie elementu rurkowego,
 γ_i – kąta rotacji w i – tym punkcie elementu rurkowego,
 α_i – kąta gięcia w i – tym punkcie elementu rurkowego,
 Ri – promień zaokrąglenia elementu rurkowego.

Proces kształtowania elementów rurkowych (stalowych lub aluminiowych) odbywa się na giętarkach. Kolejne kroki gięcia elementu wykonywane są zgodnie z programem CNC, w sekwencji.

Źródłem błędów, powstających podczas gięcia elementów rurkowych, są w dużej mierze niedokładności uzyskiwania parametrów niezależnych, nastawianych na giętarkę. Przy założeniu, że dowolny punkt przewodu jest funkcją wielkości wysunięcia elementu – m_i , kąta rotacji – γ_i , kąta gięcia – α_i i promienia zaokrąglenia elementu R_i (dla $i = 1, 2, \dots, n$), można zdefiniować pewną funkcję wymiarową f w postaci:

$$f = f(m_i, \gamma_i, \alpha_i, R_i); \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Pochodne cząstkowe $\frac{\partial f}{\partial m_i}, \frac{\partial f}{\partial \gamma_i}, \frac{\partial f}{\partial \alpha_i}, \frac{\partial f}{\partial R_i}$ funkcji wymiarowej f

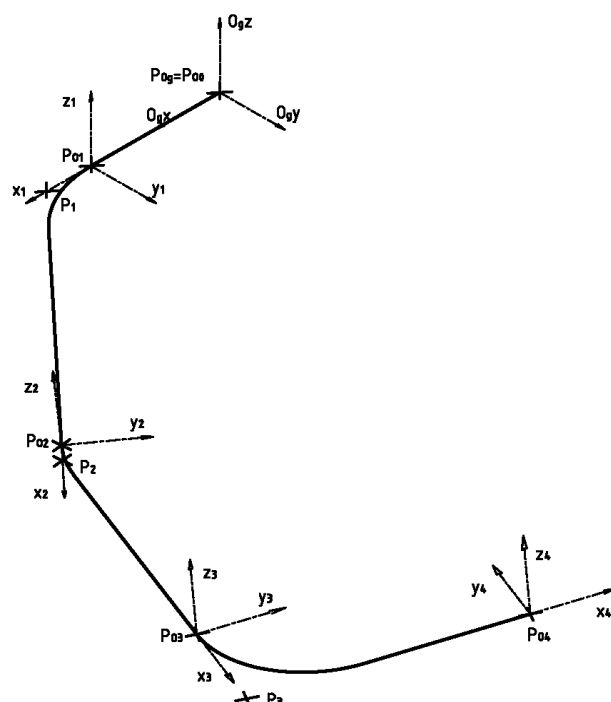
noszą nazwę współczynników wpływu [1, 2, 3, 4, 5]. Określając współczynniki wpływu dla poszczególnych punktów przewodu, określa się (w przybliżeniu) tolerancje T_x, T_y, T_z tych punktów.

Współczynniki wpływu dla elementu metalowego składającego się z pięciu punktów nominalnych – $P_{04}, P_3, P_2, P_1, P_{00}$ (rys. 1) – dla którego w artykule „Przybliżony model matematyczny procesu gięcia elementów rurkowych na giętarkach”, zastosowano model matematyczny.

Przypomnijmy, że położenie punktu P_i w układzie odniesienia „0” (giętarki O_g) można wyznaczyć według wzoru:

$${}^{0g=0}P_i = {}^{0g=0}T_i \cdot O_i P_i, \quad (1)$$

gdzie: ${}^{0g=0}T_i$ – macierz przekształceń jednorodnych układu „i” do układu giętarki $O_g = 0$, którą otrzymuje się jako iloczyn macierzy ${}^{i-1}A_i$ (np.: ${}^0T_n = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot \dots \cdot {}^{n-1}A_n$), wyznaczonych według wzoru (9) artykułu „Przybliżony model matematyczny procesu gięcia elementów rurkowych na giętarkach”.



Rys. 1. Zarys nominalny elementu rurkowego (punkty nominalne $P_{04}, P_3, P_2, P_1, P_{00}$)
Fig. 1. Nominal profile of the tube element (nominal points $P_{04}, P_3, P_2, P_1, P_{00}$)

2. Dokładność giętarki

Do obliczenia, dla powyższego elementu rurkowego, poszczególnych macierzy transformacji, współrzędnych punktów z modelu matematycznego w układzie giętarki oraz współczynników wpływu (pochodnych cząstkowych) użyto programu *Maple V*. Przykładowo współrzędne punktu P_{O2} możemy zapisać jako:

$${}^{Og=0}P_{O2} \begin{bmatrix} x_{02} \\ y_{02} \\ z_{02} \end{bmatrix},$$

gdzie:

$$\begin{aligned} x_{02} &= \cos(\alpha_1)(\cos(\alpha_2)m_2 + R_2 \sin(\alpha_2) - \alpha_2 R_2 \cos(\alpha_2)) - \\ &- \cos(\gamma_1) \sin(\alpha_1)(\sin(\alpha_2)m_2 - \alpha_2 R_2 \sin(\alpha_2) + R_2(1 - \cos(\alpha_2))) + \\ &+ \cos(\alpha_1)m_1 + R_1 \sin(\alpha_1) - \alpha_1 R_1 \sin(\alpha_1) \\ y_{02} &= \sin(\alpha_1)(\cos(\alpha_2)m_2 + R_2 \sin(\alpha_2) - \alpha_2 R_2 \cos(\alpha_2)) + \\ &+ \cos(\gamma_1) \cos(\alpha_1)(\sin(\alpha_2)m_2 - \alpha_2 R_2 \sin(\alpha_2) + R_2(1 - \cos(\alpha_2))) + \\ &+ \sin(\alpha_1)m_1 - \alpha_1 R_1 \sin(\alpha_1) + R_1(1 - \cos(\alpha_1)) \\ z_{02} &= \sin(\gamma_1)(\sin(\alpha_2)m_2 - \alpha_2 R_2 \sin(\alpha_2) + R_2(1 - \cos(\alpha_2))). \end{aligned}$$

W tabl. 1 zestawiono (przykładowo dla punktu P_{O4}) kolejne zamocowania (dwa z czterech) przewodu celem określenia, które pochodne cząstkowe (współczynniki wpływu) należy wyznaczyć w kolejnych zamocowaniach przewodu, zgodnych z modelem matematycznym. W czterech zamocowaniach (dla punktu P_{O4}) należy określić 48 współczynników wpływu.

Tab. 1. Współczynniki wpływu dla punktu P_{O4} (dwa z czterech zamocowań)
Tab. 1. Coefficients of influence for point P_{O4} (two from four fixings)

${}^{Og}P_{O4}$	ZAMOCOWANIA							
	1				2			
	m_1	γ_1	α_1	R_1	m_2	γ_2	α_2	R_2
x	$\frac{\partial x}{\partial m_1}$	$\frac{\partial x}{\partial \gamma_1}$	$\frac{\partial x}{\partial \alpha_1}$	$\frac{\partial x}{\partial R_1}$	$\frac{\partial x}{\partial m_2}$	$\frac{\partial x}{\partial \gamma_2}$	$\frac{\partial x}{\partial \alpha_2}$	$\frac{\partial x}{\partial R_2}$
y	$\frac{\partial y}{\partial m_1}$	$\frac{\partial y}{\partial \gamma_1}$	$\frac{\partial y}{\partial \alpha_1}$	$\frac{\partial y}{\partial R_1}$	$\frac{\partial y}{\partial m_2}$	$\frac{\partial y}{\partial \gamma_2}$	$\frac{\partial y}{\partial \alpha_2}$	$\frac{\partial y}{\partial R_2}$
z	$\frac{\partial z}{\partial m_1}$	$\frac{\partial z}{\partial \gamma_1}$	$\frac{\partial z}{\partial \alpha_1}$	$\frac{\partial z}{\partial R_1}$	$\frac{\partial z}{\partial m_2}$	$\frac{\partial z}{\partial \gamma_2}$	$\frac{\partial z}{\partial \alpha_2}$	$\frac{\partial z}{\partial R_2}$

Przykładowe formuły dla współczynników wpływu:

- dla punktu ${}^{Og}P_{O1}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{O1}x}{\partial m_1} &= \cos \alpha_1, \quad \frac{\partial P_{O1}y}{\partial m_1} = \sin \alpha_1, \quad \frac{\partial P_{O1}z}{\partial m_1} = 0, \quad \frac{\partial P_{O1}x}{\partial \gamma_1} = 0, \\ \frac{\partial P_{O1}y}{\partial \gamma_1} &= 0, \quad \frac{\partial P_{O1}z}{\partial \gamma_1} = 0, \quad \frac{\partial P_{O1}x}{\partial \alpha_1} = -\sin(\alpha_1) \cdot m_1 + \alpha_1 \cdot R_1 \cdot \sin(\alpha_1), \\ \frac{\partial P_{O1}y}{\partial \alpha_1} &= \cos(\alpha_1) \cdot m_1 - \alpha_1 \cdot R_1 \cdot \cos(\alpha_1), \quad \frac{\partial P_{O1}z}{\partial \alpha_1} = 0, \\ \frac{\partial P_{O1}x}{\partial R_1} &= \sin(\alpha_1) - \alpha_1 \cdot \cos(\alpha_1), \quad \frac{\partial P_{O1}y}{\partial R_1} = -\alpha_1 \cdot \sin(\alpha_1) + 1 - \cos(\alpha_1), \\ \frac{\partial P_{O1}z}{\partial R_1} &= 0. \end{aligned}$$

W symulacji uwzględniono przypadki zamienności funkcjonalnej całkowitej i niecałkowitej.

$$T_N \equiv \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial N}{\partial A_i} \right| T_{Ai} \quad (2)$$

gdzie: T_N – tolerancja ogniwa zamykającego, T_{Ai} – tolerancja i -tego ogniwa składowego, $\frac{\partial N}{\partial A_i}$ – pochodne cząstkowe (współczynniki wpływu).

Zamiennosc niecałkowita polega na tym, że przy zmianie wymiarów ogniwa składowych w granicach ich tolerancji T_{Ai} tolerancja ogniwa zamykającego T_N może być zachowana jedynie z określonym prawdopodobieństwem. Metoda ta wymaga stosowania zasady sumowania wariacyjnego i zdefiniowania współczynników zmienności k . Tolerancje ogniwa zamykającego w tym przypadku zapisuje się jako:

$$k_N^2 T_N^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial N}{\partial A_i} \right)^2 k_{Ai}^2 T_{Ai}^2 \quad (3)$$

Dla ogniwa zamykającego i ogniwa składowych założono rozkład normalny, dla którego współczynnik $k = 1$ (tzn. $k_N = 1$ i $k_{Ai} = 1$).

Powyższe wzory posłużyły do wyznaczenia tolerancji ogniwa zamykającego (punktu elementu rurkowego w modelu matematycznym), na podstawie znajomości tolerancji ogniwa składowych (parametrów niezależnych). Celem określenia liczbowych wartości tolerancji poszczególnych punktów elementu rurkowego (tolerancji wynikowej) założono, że tolerancje wszystkich ogniwa składowych są sobie równe – zgodnie z dokumentacją giętarki.

Jako tolerancje poszczególnych zmiennych przyjmuje się tolerancję związaną z powtarzalnością giętarki (wysunięcie $m_i: \pm 0,1$ mm, kąt rotacji $\gamma_i: \pm 0,1^\circ$, kąt gięcia $\alpha_i: \pm 0,1^\circ$), co można zapisać jako: $T_{m_i, R_i} = \pm 0,1$ mm oraz $T_{\alpha_i, \gamma_i} = \pm 0,1^\circ = 0,00175$ rad.

Po podstawieniu do wzorów (2) i (3) wartości liczbowych obliczonych współczynników wpływu (pochodne cząstkowe) oraz wartości poszczególnych tolerancji zmiennych niezależnych, otrzymano wartości tolerancji wynikowych poszczególnych punktów elementu rurkowego z modelu matematycznego, co zestawiono w tabelicy 2 i tabelicy 3.

Tab. 2. Wartości tolerancji w punktach elementu z modelu matematycznego, obliczone dla zamienności całkowitej

Tab. 2. Tolerance values at the points of the mathematical model element calculated for the total interchangeability

	Tolerancja w punktach							
	${}^{Og}P_{O0}$	${}^{Og}P_{O1}$	${}^{Og}P_{O1}$	${}^{Og}P_{O2}$	${}^{Og}P_{O2}$	${}^{Og}P_{O3}$	${}^{Og}P_{O3}$	${}^{Og}P_{O4}$
T_x	0	0,200	0,415	1,024	0,831	2,180	2,989	3,421
T_y	0	0,197	0,514	0,884	1,280	1,746	2,259	1,795
T_z	0	0,000	0,000	0,352	0,383	0,893	1,102	1,863
$T^{(3)}$	0	0,281	0,661	1,398	1,574	2,932	3,905	4,289

Tab. 3. Wartości tolerancji w punktach elementu z modelu matematycznego, obliczone dla zamienności niecałkowitej

Tab. 3. Tolerance values at the points of the mathematical model element calculated for the incomplete interchangeability

	Tolerancja w punktach							
	${}^{Og}P_{O0}$	${}^{Og}P_{O1}$	${}^{Og}P_{O1}$	${}^{Og}P_{O2}$	${}^{Og}P_{O2}$	${}^{Og}P_{O3}$	${}^{Og}P_{O3}$	${}^{Og}P_{O4}$
T_x	0	0,200	0,249	0,524	0,414	1,067	1,304	1,510
T_y	0	0,197	0,312	0,620	0,710	0,919	1,018	0,733
T_z	0	0,000	0,000	0,352	0,373	0,734	0,871	1,144
$T^{(3)}$	0	0,281	0,399	0,885	0,902	1,588	1,870	2,031

¹⁾ T jest tolerancją przestrzenną: $T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2 + T_z^2}$.

3. Wnioski

Jak wynika z tab. 2 i tab. 3 niezależnie od zastosowanej zamienności tolerancja punktów elementu rurkowego zwiększa się w kierunku przeciwnym do kolejności gięcia.

Tolerancja T_y w punkcie $^{0g}P_{O4}$ zmniejsza się w stosunku do punktu $^{0g}P_3$, co wskazuje, że punkt ten zbliża się do osi gięcia przewodu.

W przeciwieństwie do rysunków wykonawczych, na których zdefiniowane są bazy konstrukcyjne części od których element jest wymiarowany i tolerowany, na rysunkach elementów rurkowych jest zapisana informacja o tolerowaniu w przestrzennym układzie współrzędnych samochodu, który nie jest związany z przewodem.

Obszary tolerancji na rysunku CAD przyjmowane są jako jednakowe we wszystkich punktach i kierunkach, i nie bierze się pod uwagę dokładności operacji gięcia, dla których tolerancje powinny rosnąć w kierunku przeciwnym do kierunku gięcia.

4. Literatura

[1] Riedel T, Sędziwy St.: Matematyczne podstawy analizy wymiarów, Zeszyty Naukowe Politechniki Krakowskiej, Nr 5 Mechanika Z. 2 Kraków 1958, s. 9-46.

- [2] Szadkowski J.: Metoda wektorów podporządkowanych w analizie łańcuchów wymiarowych – praca doktorska, Politechnika Krakowska, Kraków 1966.
- [3] Humienny Z.: Koncepcja zapisu cyfrowego i analizy struktury wybranych łańcuchów wymiarowych, – rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1991.
- [4] Jezierski J.: Analiza tolerancji i niedokładności pomiarów w budowie maszyn, Wyd. 3 zmien. WNT, Warszawa 2003.
- [5] Gondek L.: Analiza dokładności geometrycznej manipulatorów robotów przemysłowych, Monografia 329, seria Mechanika, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2006.

otrzymano / received: 13.05.2011

przyjęto do druku / accepted: 03.12.2012

artykuł recenzowany / revised paper

INFORMACJE

Newsletter PAK

Wydawnictwo PAK wysyła drogą e-mailową do osób zainteresowanych Newsletter PAK, w którym są zamieszczone:

- spis treści aktualnego numeru miesięcznika PAK,
- kalendarz imprez branżowych,
- ważniejsze informacje o działalności Wydawnictwa PAK.

Newsletter jest wysyłany co miesiąc do osób, które w jakikolwiek sposób współpracują z Wydawnictwem PAK (autorzy prac opublikowanych w miesięczniku PAK, recenzenci, członkowie Rady Programowej, osoby które zgłosiły chęć otrzymywania Newslettera).

Celem inicjatywy jest umocnienie w środowisku pozycji miesięcznika PAK jako ważnego i aktualnego źródła informacji naukowo-technicznej.

Do newslettera można zapisać się za pośrednictwem:

- strony internetowej: www.pak.info.pl, po dodaniu swojego adresu mailowego do subskrypcji,
- adresu mailowego: wydawnictwo@pak.info.pl, wysyłając swoje zgłoszenie.

Otrzymywanie Newslettera nie powoduje żadnych zobowiązań ze strony adresatów. W każdej chwili można zrezygnować z otrzymywania Newslettera.

Tadeusz SKUBIS
Redaktor naczelny Wydawnictwa PAK

Nowy dział „Niepewność wyników pomiarów” na stronie internetowej Wydawnictwa PAK

Uprzejmie informuję, że na stronie internetowej Wydawnictwa PAK (WWW.pak.info.pl) został utworzony dział „Niepewność wyników pomiarów”. Na p.o. redaktora działu został powołany dr inż. Paweł Fotowicz.

Dr P. Fotowicz jest ekspertem w zakresie problematyki niepewności, autorem szeregu wartościowych publikacji w czasopiśmie krajowych i zagranicznych. Prezentował swoje prace na licznych konferencjach i warsztatach szkoleniowych.

W dziale „Niepewność wyników pomiarów”, obok dostępu do aktualnych wybranych opracowań dotyczących niepewności jest możliwość zadawania „Pytań do eksperta”. Pytania powinny być konkretne i szczegółowo sprecyzowane.

Pytania i odpowiedzi o istotnym znaczeniu dla szerszego grona metrologów będą archiwizowane i dostępne dla użytkowników strony internetowej Wydawnictwa PAK. Zapraszam do odwiedzania działu „Niepewność wyników pomiarów” i do udziału w jego rozwoju.

Tadeusz SKUBIS
Redaktor naczelny Wydawnictwa PAK