

Piotr Bogusz, Mariusz Korkosz, Jan Prokop  
Politechnika Rzeszowska

## JEDNOPASMOWY BEZSZCZOTKOWY SILNIK PRĄDU STAŁEGO Z MAGNESAMI TRWAŁYMI PRZEZNACZONY DO NAPĘDU WYSOKOOBROTOWEGO SPRZĘTU AGD

### SINGLE-PHASE BRUSHLESS DC MOTOR WITH PERMANENT MAGNETS DESIGNATED TO DRIVE OF HIGH-SPEED HOUSEHOLD APPLIANCES

**Streszczenie:** Wprowadzane ograniczenia co do wartości mocy pobieranej z sieci zasilającej w sprzęcie AGD wymuszają poszukiwanie rozwiązań alternatywnych do dotychczas stosowanych silników komutatorowych. Maszyny z komutacją elektroniczną są niewątpliwie alternatywą dla maszyn komutatorowych. Jednym z silników który można zastosować w napędzie wysokoobrotowym takim jak agregat ssący odkurzacza jest bezszczotkowy silnik prądu stałego z magnesami trwałymi. Typowym problemem jaki występuje w tego typu maszynach są niestety wysokie koszty ogólnego układu napędowego. W pracy zaproponowano konstrukcję jednopasmową maszyny bezszczotkowej co pozwala ograniczyć koszt wykonania samego układu zasilającego. Dla uzyskania wymaganej wartości momentu rozruchowego zastosowano celowe zwiększenie wartości maksymalnej momentu zaczepowego. Na bazie modelu polowego wyznaczono charakterystyki statyczne silnika. Zostały wyznaczone przebiegi czasowe prądu oraz momentu elektromagnetycznego przy zastosowaniu modelu polowo-obwodowego. Zamieszczono wnioski dotyczące analizowanej konstrukcji.

**Abstract:** Restrictions imposed on power taken from mains by household appliances force to search an alternative solution for already used commutator motors. Motors with electronic commutation are undoubtedly an alternative to commutator motors. One of the possible solutions of motor to high-speed drive such as a suction blower can be brushless dc motor with permanent magnets. The main problem in such motors is high cost of whole drive system. In the paper the one-phase BLDC motor was proposed to reduce a cost of power supply system. Maximum value of cogging torque was deliberately increased to achieve the required start-up torque. The static characteristics of motor were determined based on the field model. The current and electromagnetic torque waveforms were determined based on field-circuit model. Conclusions for the analysed construction were placed.

**Słowa kluczowe:** *bezczotkowy silnik prądu stałego z magnesami trwałymi, silnik jednopasmowy, napęd wysokoobrotowy*

**Keywords:** *brushless direct current motor with permanent magnet, single-phase motor, high speed drive*

#### 1. Wstęp

Wprowadzane ograniczenia w poborze dopuszczalnej mocy z sieci zasilającej w UE są jednym z czynników który może znacząco ograniczyć stosowanie silników komutatorowych w sprzęcie AGD wymagającym mocy na wale powyżej 700 W. Napęd agregatu ssącego jest jedną z aplikacji którą dotyczą ograniczenia w zakresie pobieranej mocy z sieci zasilającej. Dotychczas stosowane silniki komutatorowe pobierały z sieci zasilającej moc przekraczającą 2000 W przy jednocześnie bardzo niskiej sprawności. Aktualnie wartość tej mocy ograniczono do wartości 1600 W, a docelowo do 900 W. Dla uzyskania możliwie jak największej mocy wyjściowej wskazane jest poszukiwanie różnych rozwiązań. Jednym z możliwych kierunków rozwoju jest stosowanie napę-

dów o podwyższonej sprawności ogólnej. Niewątpliwie napędy w których zostaną zastosowane bezszczotkowe silniki prądu stałego będą charakteryzowały się podwyższoną sprawnością ogólną. Jednym z silników branych pod uwagę jest bezszczotkowy silnik prądu stałego z magnesami trwałymi. Charakteryzuje się on wysoką sprawnością, bardzo dobrym stosunkiem wytwarzanego momentu z jednostki objętości maszyny, szerokim zakresem regulacji prędkości obrotowej [1-2]. W przypadku napędów o niewielkiej wartości wymaganego początkowego momentu rozruchowego możliwe jest ograniczenie liczby pasm silnika do jednego.

W pracy zaprezentowano wyniki badań symulacyjnych jednopasmowego bez-szczotkowego silnika prądu stałego z magnesami trwałymi przeznaczonego do napędu agregatu ssącego.

W takim przypadku poprzez profilowanie nabiegunka stojana możliwe jest uzyskanie pożądanego położenia startowego [3-6]. Dla wymaganego punktu pracy zostały wyznaczone parametry projektowanego silnika. Zamieszczono wnioski dotyczące projektowanego silnika.

## 2. Wymagania stawiane układowi napędowemu agregatu ssącego

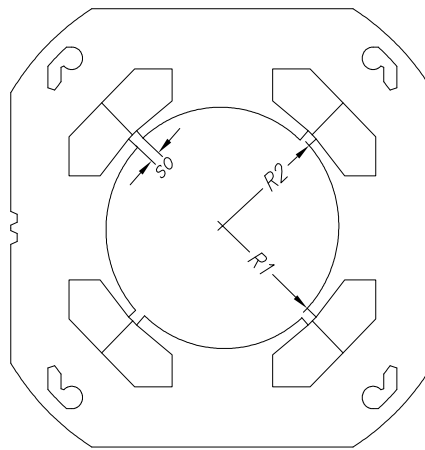
Wymagania stawiane projektowanemu silnikowi wynikają z charakterystyki układu napędowego oraz specyfiki pracy agregatu ssącego. W typowym silniku komutatorowym prądu przemiennego przeznaczonym do napędu agregatu ssącego prędkość maksymalna może przekroczyć 50000 obr/min. Wymagania postawione projektowanemu silnikowi, uwzględniają aktualne ograniczenie wartości pobieranej mocy z sieci zasilającej do wartości 1600W, i są następujące:

- napięcie zasilające – 320 V [DC],
- prędkość znamionowa - 45000 obr/min,
- moc znamionowa - 700 W,
- średnica zewnętrzna stojana  $d_{se}$  – 94mm,
- długość pakietu żelaza  $L_{Fe}$  – 25mm,
- minimalny moment rozruchowy – 0.09 Nm,
- grubość wałka wirnika – 10mm.

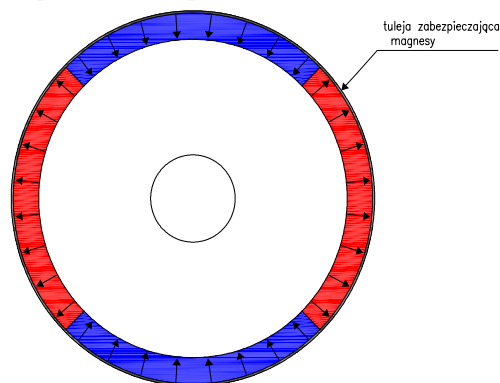
## 3. Projektowany jednopasmowy silnik BLDC

Do napędu agregatu przewidziano zastosowanie jednopasmowego bezszczotkowego silnika prądu stałego z magnesami trwałymi. Ograniczenie liczby pasm silnika do jednego pozwala w układzie mocy na zastosowanie mostka typu H. To znacząco upraszcza strukturę układu mocy z uwagi na możliwość zastosowania komercyjnego modułu mostka typu H. Z uwagi na bardzo dużą wartość prędkości obrotowej liczbę biegunów stojana i magnesów wirnika należy ograniczyć w celu zmniejszenia częstotliwości komutacji prądu. Jednocześnie pozwoli to ograniczyć straty w rdzeniu projektowanego silnika. Zdecydowano się zastosować rozwiązanie o czterech biegunach stojana oraz czterech magnesach na wirniku. Przekrój poprzeczny projektowanego obwodu magnetycznego stojana z zaznaczeniem wybranych parametrów geometrycznych istotnych z punktu widzenia momentu rozruchowego pokazano na rysunku 1. Na wirniku przewidziano zastosowanie neodymowych magnesów trwałych

klasy N38 montowanych powierzchniowo. Na rysunku 2 pokazano przekrój geometrii obwodu wirnika z zaznaczeniem kierunku namagnesowania zastosowanych magnesów trwałych. W wykonaniu praktycznym przewiduje się zabezpieczenie magnesów trwałych poprzez zamontowanie cienkościennej bezszwowej rury wykonanej z stali niemagnetycznej o grubości ścianki 0.25 mm.



Rys.1. Widok projektowanego obwodu magnetycznego stojana z zaznaczeniem analizowanych parametrów projektowych



Rys.2. Widok projektowanego wirnika z zaznaczeniem orientacji zastosowanych magnesów trwałych oraz tulei zabezpieczających

W projektowanym silniku z uwagi na punkt pracy (45000 obr/min) oraz liczbę biegunów wirnika ( $2p=4$ ) przewidziano zastosowanie blach magnetycznych o grubości 0.23mm. To pozwala na ograniczenie strat w żelazie projektowanego silnika, a tym samym poprawę jego sprawności. Z uwagi na przewidywany sposób zabezpieczania magnesów trwałych przyjęto minimalną wartość szczeliny powietrznej  $\delta=0.7\text{mm}$  przy grubości samych magnesów równej  $h_{mag}=3\text{mm}$ . Dla osiągnięcia zakładanego punktu pracy wymagane jest zastosowa-

nie 34 zwojów na każdy biegun stojana przy założeniu szeregowego połączenia uzwojeń bieguna oraz przyjęcie długości pakietu  $L_{Fe}=15\text{mm}$ . Założono również, że średnica drutu nawojowego  $d_D=0.65\text{mm}$ .

### 3. Model matematyczny jednopasmowego silnika BLDC

Obiektem modelowania matematycznego jest jednopasmowy silnik BLDC o konstrukcji przedstawionej na rysunku 1 dla którego zaproponowano model obwodowy, tzw. strumieniowy. Pomijając prądy wirów w rdzeniu stojana i wirnika, zjawisko histerezy magnetycznej oraz zakładając, że w przypadku nieliniowości obwodu magnetycznego strumień skojarzony pasma  $\psi_1$  zależy od kąta położenia wirnika  $\theta$  i od prądu pasma  $i_1$  równania silnika można zapisać w postaci:

$$u_1 = R_1 i_1 + \frac{d}{dt} \psi_1(\theta, i_1, i^{PM}) \quad (1)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} + D\omega + T_L = T_e(\theta, i_1, i^{PM}) \quad (2)$$

$$T_e(\theta, i_1, i^{PM}) = \frac{\partial W_c^*(\theta, i_1, i^{PM})}{\partial \theta} \quad (3)$$

W równaniach (1) – (3) zastosowano następujące oznaczenia:  $u_1$  – napięcie zasilania pasma,  $R_1$  – rezystancja pasma,  $i^{PM}$  – zastępczy prąd magnetyzacji magnesów trwałych,  $J$  – moment bezwładności wirnika,  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  – prędkość kątowna wirnika,  $D$  – współczynnik tarcia lepkiego,  $T_L$  – moment obciążenia,  $T_e$  – moment elektromagnetyczny silnika,  $W_c^*(\theta, i_1, i^{PM})$  – całkowita koenergia pola magnetycznego w szczeliny powietrznej maszyny.

Zakładając, że strumień pasma  $\psi_1$  można przedstawić w postaci sumy strumieni wytwarzanych przez prąd uzwojenia (strumienia rozproszenia połączeń czołowych  $\psi_\sigma$  związanego z indukcyjnością rozproszenia  $L_{\sigma 1}$  i strumienia głównego  $\psi_{11}$ ) oraz strumienia od magnesu trwałego  $\psi_1^{PM}$  według definicji:

$$\psi_1(\theta, i_1, i^{PM}) = L_{\sigma 1} i_1 + \psi_{11}(\theta, i_1, i^{PM}) + \psi_1^{PM}(\theta, i^{PM}) \quad (4)$$

równanie napięciowo-prądowe (1) można zapisać w postaci:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_{\sigma 1} \frac{d}{dt} i_1 + \frac{d}{dt} \psi_{11}(\theta, i_1, i^{PM}) + e_1^{PM} \quad (5)$$

gdzie napięcie indukowane od magnesów trwałych:

$$e_1^{PM} = \omega \frac{\partial}{\partial \theta} \psi_1^{PM}(\theta, i^{PM}) \quad (6)$$

Wyrażenie na koenergię pola magnetycznego maszyny jednopasmowej BLDC w równaniu (3) można przedstawić w postaci sumy dwóch składników, jednego zależnego i drugiego niezależnego od prądu uzwojenia maszyny:

$$W_c^*(\theta, i_1, i^{PM}) = W_c'(\theta, i_1, i^{PM}) + W_c''(\theta, i^{PM}) \quad (7)$$

Wyrażenie na moment elektromagnetyczny (3) przy założeniu (7) można zapisać w postaci:

$$T_e(\theta, i_1, i^{PM}) = \frac{\partial W_c'(\theta, i_1, i^{PM})}{\partial \theta} + \frac{\partial W_c''(\theta, i^{PM})}{\partial \theta} \quad (8)$$

gdzie pierwszy składnik reprezentuje moment główny, a drugi tzw. moment zaczepowy powstający w wyniku oddziaływania pola magnesów trwałych na elementy o kątowej zmienności przewodności magnetycznej, takie jak brzegi biegunów czy ścianki żłobków. Uwzględniając definicję (4) oraz wyrażenie:

$$W_c'(\theta, i_1, i^{PM}) = \frac{1}{2} L_{\sigma 1} i_1^2 + \int_0^{i_1} \psi_{11}(\theta, \bar{i}_1, i^{PM}) d\bar{i}_1 \quad (9)$$

wypadkowy moment (8) dla maszyny jednopasmowej BLDC można przedstawić w postaci:

$$T_e(\theta, i_1, i^{PM}) = T^{PM}(\theta, i_1, i^{PM}) + T_1(\theta, i_1, i^{PM}) + T_{\text{cog}}(\theta, i^{PM}) \quad (10)$$

Poszczególne składniki prawej strony wyrażenia (10) reprezentują odpowiednio:

- moment od strumienia magnesów trwałych  $\psi_1^{PM}$

$$T^{PM}(\theta, i_1, i^{PM}) = i_1 \frac{\partial \psi_1^{PM}(\theta, i^{PM})}{\partial \theta} \quad (11)$$

- moment od strumienia  $\psi_{11}$  związanego z prądem pasmowym  $i_1$

$$T_1(\theta, i_1, i^{PM}) = \frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^{i_1} \psi_{11}(\theta, \bar{i}_1, i^{PM}) d\bar{i}_1 \quad (12)$$

- moment zaczepowy

$$T_{cog} = \frac{\partial W_c''(\theta, i^{PM})}{\partial \theta}$$

(13)

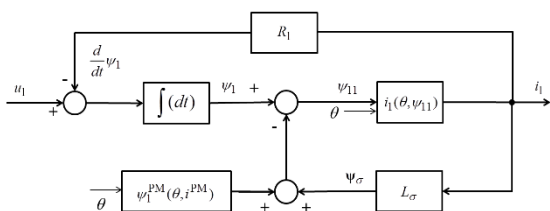
Moment zaczepowy jest zazwyczaj obliczany na podstawie obliczeń połowych i przedstawiany w postaci szeregu Fouriera.

Równania (1) z (4) oraz (10) stanowią model matematyczny silnika BLDC maszyny z nieliniową charakterystyką magnesowania.

Na podstawie założenia o wzajemnej jednoznaczności przekształcenia prądu na strumień koniecznym jest określenie charakterystyki odwrotnej, tj. określającej związek pomiędzy prądem pasma a strumieniem. Związek ten określa funkcja prądu, którą można zapisać w postaci:

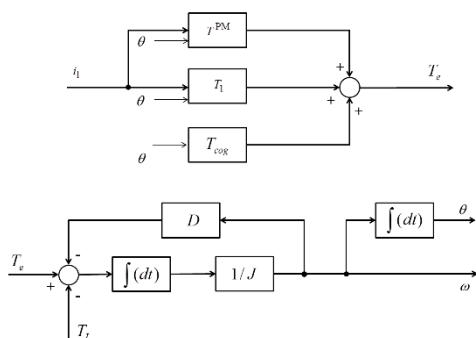
$$i_1 = i_1(\theta, \psi_{11}) \quad (14)$$

Na rysunku 3 przedstawiono schemat struktury modelu symulacyjnego równania napięciowo-prądowego (1) z (9) maszyny jednopasmowej BLDC uwzględniający nieliniowość obwodu magnetycznego.



Rys.3. Schemat blokowy struktury modelu symulacyjnego równania napięciowo-prądowego jednopasmowej maszyny BLDC

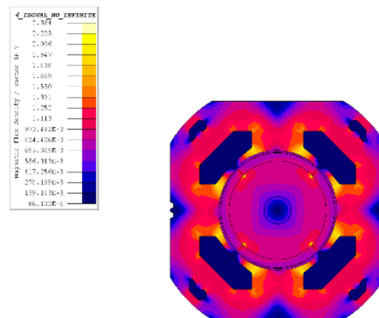
Schemat blokowy struktury układu elektromechanicznego maszyny BLDC reprezentujący równanie momentów (2) oraz obliczania momentu elektromagnetycznego (10) przedstawiono na rysunku 4.



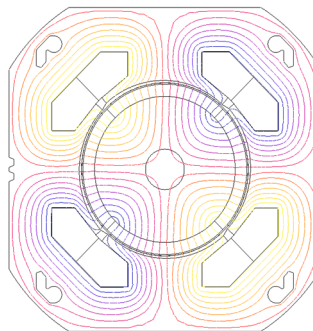
Rys.4. Schemat blokowy struktury modelu symulacyjnego układu elektromechanicznego jednopasmowej maszyny BLDC

#### 4. Obliczenia połowe na potrzeby profilowania nabiegownika stojana

W programie do obliczeń numerycznych metodą elementów skończonych zbudowano sparаметryzowaną geometrię projektowanego jednopasmowego bezszczotkowego silnika prądu stałego z magnesami trwałymi. Na rysunkach 4-5 pokazano przykładowy rozkład gęstości strumienia magnetycznego (rys.4) oraz izolinie strumienia magnetycznego (rys.5).



Rys.4. Rozkład gęstości strumienia magnetycznego jednopasmowego silnika BLDC

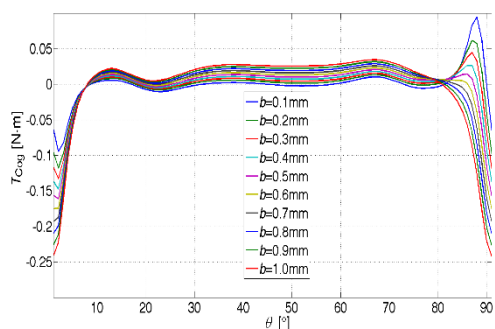


Rys.5. Rozkład izoliny strumienia magnetycznego jednopasmowego silnika BLDC

W trakcie obliczeń numerycznych związanych z profilowaniem nabiegownika stojana przyjęto następujące założenia:

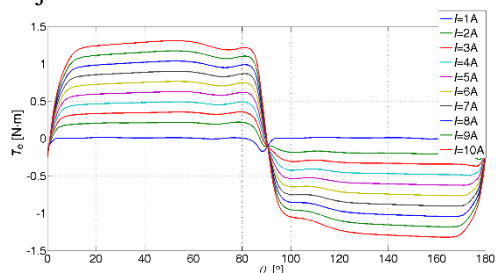
- $\delta = const$ ,
- $h_{mag} = const$ ,
- $so = const$  (rys.1),
- $R_1 = const$  (rys.1),
- $R_2 = R_1 + b$  (rys.1).

Obliczenia wykonywano w stanie bezprądowym ( $I=0A$ ) w zakresie zmiany kąta położenia wirnika  $\theta$  dla połowy wartości okresu elektrycznego tj.  $90^\circ$  mechanicznych ze skokiem co  $1^\circ$ . Wartość parametru  $b$  zmieniano w zakresie od 0 do 1mm ze skokiem co 0.05mm. Na rysunku 6 pokazano zależność momentu zaczepowego  $T_{Cog}$  w funkcji położenia wirnika  $\theta$  dla  $b=var$ .



Rys.6. Zależność momentu zaczepowego  $T_{Cog}$  w funkcji kąta położenia wirnika  $\theta$  dla  $b=var$

Przy braku profilowania wirnika (przy  $b=0$ ) moment zaczepowy osiąga wartość maksymalną  $\pm 0.09$  Nm. Dla osiągnięcia jednoznacznego położenia startowego wymagane jest ograniczenie dodatniej wartości maksymalnej momentu zaczepowego oraz jednocześnie znaczne powiększenie wartości ujemnej. Przy wartościach dodatkowej szczeliny powietrznej  $b > 0.45$  mm możliwe będzie każdorazowe zatrzymanie wirnika w jednym z położen startowych tj.  $\theta_{start} \approx 1^\circ, 91^\circ, 181^\circ, 271^\circ$ . Z uwagi na negatywny wpływ momentu zaczepowego na charakterystykę momentu elektromagnetycznego  $T_e$  wskazane jest utrzymywanie wartości dodatkowej szczeliny powietrznej  $b$  na możliwie najmniejszym poziomie. Ostatecznie wartość dodatkowej szczeliny powietrznej  $b$  przyjęto jako 0.5 mm. Dla tej wartości dodatkowej szczeliny powietrznej uzyskano wartość maksymalną momentu zaczepowego  $T_{Coogmax} = -0.16$  Nm. Na rysunku 7 pokazano zależność momentu elektromagnetycznego  $T_e$  w funkcji położenia wirnika  $\theta$  przy prądzie zasilającym uzwojenie  $I=var$ .

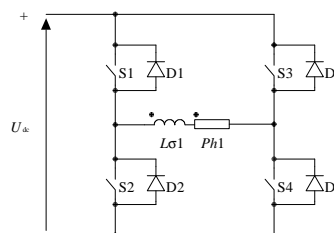


Rys.7. Zależność momentu elektro-magnetycznego  $T_e$  w funkcji kąta położenia wirnika  $\theta$  dla  $I=var$  przy  $b=0.5$ mm

#### 4. Analiza symulacyjna prądów, napięć oraz momentu elektromagnetycznego

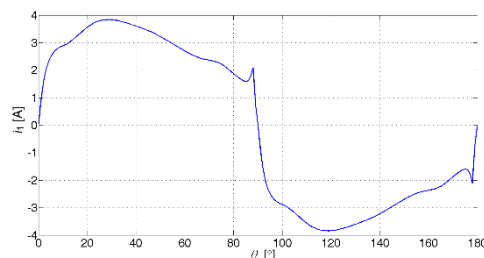
Stosując model polowo-obwodowy zostały wyznaczone zależności prądów, napięć oraz

momentu elektromagnetycznego w znamionowym punkcie pracy tj. przy napięciu zasilającym  $U_{dc}=320$ V oraz  $n_N=45000$  obr/min. Kąt przewodzenia kluczy S1, S4, S2 oraz S3 został ograniczony do wartości  $\theta_{przew}=88^\circ$  mechanicznych (rys.7). Jest to niezbędne z uwagi na konieczność szybkiej zmiany kierunku przepływu prądu  $i_1$  w uzwojeniu silnika Ph1. Indukcyjność połączeń czołowych reprezentuje element oznaczony jako  $L_{\sigma 1}$ .

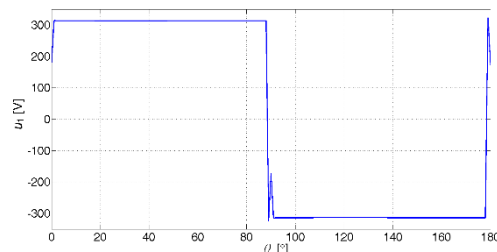


Rys.8. Schemat układu elektrycznego modelu polowo-obwodowego stosowanego w obliczeniach numerycznych

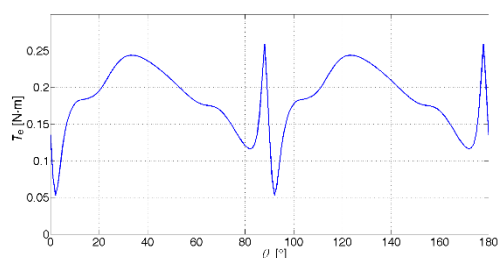
Na rysunkach 8-10 pokazano zależność prądu pasma  $i_1$  (rys.9), napięcia pasma  $u_1$  (rys.10) oraz momentu elektromagnetycznego  $T_e$  (rys.11) od kąta położenia wirnika w znamionowym punkcie pracy. Obliczenia przeprowadzono dla napięcia  $U_{dc}=320$ V i prędkości  $n=45000$  obr/min.



Rys.9. Zależność prądu pasma  $i_1$  w funkcji kąta położenia wirnika  $\theta$  dla  $U_{dc}=320$ V oraz  $n=45000$  obr/min



Rys.10. Zależność napięcia pasma  $u_1$  w funkcji kąta położenia wirnika  $\theta$  dla  $U_{dc}=320$ V oraz  $n=45000$  obr/min



Rys.11. Zależność momentu elektro-magnetycznego  $T_e$  w funkcji kąta położenia wirnika  $\theta$  dla  $U_{dc}=320V$  oraz  $n=45000$  obr/min

W tabeli 1 dokonano zestawienia uzyskanych parametrów silnika BLDC w warunkach znamionowych na podstawie wyników badań symulacyjnych.

Tabela 1. Zestawienie uzyskanych parametrów projektowanego silnika BLDC w warunkach znamionowych

Napięcie zasilające $U_{dc}$ [V]	320
Prędkość znamionowa $n_N$ [obr/min]	45000
Moment elektromagnetyczny $T_e$ [Nm]	0.185
Tętnienia momentu elektro-magnetycznego $\varepsilon$ [%]	112
Wartość średnia prądu źródła $I_{dcav}$ [A]	2.8
Wartość skuteczna prądu pasma $I_{1rms}$ [A]	2.9
Straty w miedzi $P_{Cu}$ [W]	5.6
Straty w żelazie $P_{Fe}$ [W]	134
Straty mechaniczne $P_{mech}$ [W]	31
Moc na wale $P_{out}$ [W]	706
Sprawność ogólna $\eta$ [%]	78.8

Z uwagi na dużą częstotliwość komutacji prądu pasma w silniku dominują straty w żelazie pomimo zastosowania materiału magnetycznego o zmniejszonej stratności (blacha magnetyczna o grubości 0.23 mm). Uzyskaną sprawność ogólną układu napędowego 78.8% należy uznać za wysoką. Klasyczny silnik komutatorowy o zbliżonych parametrach posiada nie tylko praktycznie dwukrotnie dłuższy pakiet żelaza, ale również sprawność na poziomie 50%.

## 5. Wnioski

W pracy przedstawiono wyniki badań związanych z opracowaniem koncepcji jednopasmowego bezszczotkowego silnika prądu stałego z magnesami trwałymi przeznaczonego do napędu robota kuchennego. Dzięki zastosowaniu profilowania nabiegunnika stojana możliwe jest uzyskanie jednoznacznego położenia ruchowego. Pozwala to na rozruch silnika i jednocześnie jego obrót we właściwym kierunku.

Na podstawie modelu polowo-obwodowego wyznaczono parametry silnika w wymaganym punkcie pracy. Przewidywana sprawność ogólna układu napędowego wynosi 78.2%. Jest to wynik dobry, który można poprawić poprzez zastosowanie wyższej klasy magnesów, bardzo cienkiej blachy magnetycznej np. 0.1mm czy też zmniejszenie wartości minimalnej szczeliny powietrznej. Ograniczenie liczby pasm do jednego ogranicza koszty wykonania układu energoelektronicznego. Jednocześnie konstrukcja jednopasmowa będzie się charakteryzowała bardzo dużymi tętnieniami momentu elektromagnetycznego. Przewidywany sposób montażu magnesów trwałych podnosi koszty układu napędowego oraz wymaga zastosowania powiększonej wartości minimalnej szczeliny powietrznej. Projektowany silnik pobiera moc wejściową równą 896 W. Oznacza to, że będzie spełniał dyrektywę UE która ogranicza moc pobieraną z sieci zasilającej od roku 2017 do wartości 900W.

## 6. Literatura

- [1]. Gieras J. F., Wing M. : Permanent Magnet Motor Technology - Design and Applications, Second Edition, ISBN 0-8247-0739-7, 2002.
- [2]. Krishnan R.: Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives, *CRC Press, Taylor & Francis Group*, NY, 2009.
- [3]. Homg A., Non-brush D.C. motor with new improved stator, *United States Patent*, 5093599, Mar.3, 1992.
- [4]. Bentouati S., Zhu Z.Q., Howe D., Influence of design parameters on the starting torque of a single-phase PM brushless DC motor, *IEEE on Magnetics*, Vol.36, Issue 5, Part 1, pp.3533-3536, 2000.
- [5]. Hamler A. and Hribernik B., Impact of shape of stator pole of one phase brushless motor on cogging torque, *IEEE Trans. Magn.*, vol. 32, no. 3, pp. 1545–1548, May 1996.
- [6]. Kwon B. I., Yang B. Y., and Park S. C., Novel topology of unequal air gap in a single-phase brushless DC motor, *IEEE Trans. Magn.*, vol.37, no. 5, pp. 3723–3726, Sep. 2001.

Praca wykonana w ramach projektu badawczego NN511 312 440

## Autorzy

dr inż. Piotr Bogusz, [pbogu@prz.edu.pl](mailto:pbogu@prz.edu.pl)  
 dr hab. inż. Mariusz Korkosz, [mkosz@prz.edu.pl](mailto:mkosz@prz.edu.pl)  
 dr hab. inż. Jan Prokop, [jprokop@prz.edu.pl](mailto:jprokop@prz.edu.pl)  
 Politechnika Rzeszowska, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów