

# Pseudo-random Simulation of Node Voltages in Medium and Low Voltage Grids with Photovoltaic Micro-installations

## Author

Marian Sobierajski

## Keywords

low voltage grid, photovoltaic micro-installations, pseudo-random numbers, statistical analysis

## Abstract

Power generation by photovoltaic cells depends on random weather conditions, so at the planning stage the active powers output to the grid from photovoltaic micro-installations can be treated as multidimensional random variables with equal probability distribution. Such micro-installations' passive power outputs depend on the pre-set power factor and therefore should be treated as multidimensional functions of the random active power outputs. Likewise, the received input powers can be treated the same way. Random changes in the output and input powers can be simulated using a pseudo-random number generator. Node voltages corresponding to the random outputs and inputs are derived from the iterative solution of nodal equations for each pseudo-random power balance. The resulting voltages are subjected to statistical analysis. This allows estimating the probability distribution, expected values and standard deviations, and to calculate the probabilities of exceeding the permitted voltage deviations. These considerations will be illustrated by an example calculation.

**Marian Sobierajski DOI: 10.12736/issn.2300-3022.2017216**

Received: 27.01.2017

Accepted: 22.03.2017

Available online: 30.06.2017

## 1. Introduction

Photovoltaic (PV) micro-systems are increasingly connected to low-voltage grids. Fig. 1 shows an example grid supplied from a 110 kV node, where a high number of PV micro-installations are present in the low voltage grids connected to the MV buses. As a result, the power can flow both from the 110 kV node to MV/LV transformers, and the other way around. Consequently, the power flow in the node's 110 kV/MV transformer can change direction depending on weather conditions. This is so because any node of a low-voltage grid with a high number of PV micro-installations can either input or output power.

Photovoltaic cell's output power depends on random weather conditions. The longer the time ahead of the planned grid operation conditions, the greater the weather forecasts errors and thus the output uncertainty. With pessimistic approach, all values between the minimum and maximum shall be considered as equally probable. It seems reasonable to consider at the planning stage the power outputs to a low-voltage grid as multidimensional random variables with equal distribution of probability. Whereas PV micro-installation's passive power outputs depend on the pre-set power factor. For this reason, they can

be treated as a multidimensional function of the random active power outputs.

In a low voltage grid, besides the micro-installations' output powers, active and passive powers are input and consumed. At the planning stage with a long advance time, the active power inputs can also be treated as multidimensional random variables with equal probability distribution, while the passive power inputs as a function of the multidimensional random variable. Normally, the reactive power input should not exceed the permissible power factor  $\text{tg } \phi$  of 0.4.

## 2. Deterministic power flow

There are non-linear dependencies between nodal powers and voltages resulting from the Ohm and Kirchhoff laws. In the rectangular system of node voltages, these are square relations

$$P_i = U_i^2 G_{ii} + \sum [G_{ij}(e_i e_j + f_i f_j) + B_{ij}(-e_i f_j + f_i e_j)] \quad (1)$$

$$Q_i = -U_i^2 B_{ii} + \sum [-B_{ij}(e_i e_j + f_i f_j) + G_{ij}(-e_i f_j + f_i e_j)] \quad (2)$$

where:

$P_i = P_{G_i} - P_{L_i}$  – nodal active power at node  $i$ ;  $Q_i = Q_{G_i} - Q_{L_i}$  – nodal reactive power at node  $i$ ;  $U_i = \sqrt{e_i^2 + f_i^2}$  – unknown rms voltage at node  $i$ ;  $e_i, f_i$  – real and imaginary components of voltage at node  $i$ ;  $G_{ij}, B_{ij}$  – mutual nodal conductance and susceptance;  $G_{ii}, B_{ii}$  – own nodal conductance and susceptance.

The grid’s balancing node is the external 110 kV grid. The system of equations for the entire grid can be iteratively solved for the given nodal active and passive power outputs and inputs. The calculated voltages must be within acceptable ranges, typically  $\pm 10\% U_n$ . In the case of rapid voltage changes caused by the micro-installations’ sudden outages, voltage variations should generally be less than 3%.

In general, medium and low voltage overhead and cable lines can be modelled as dipoles without transverse capacities or quadripoles with transverse capacities, depending on the availability of data. For cable lines, it is advisable to consider the cable capacities, which means that these lines should be modelled as symmetrical quadripoles.

At the 110 kV/MV substation there is a transformer with on-load adjustable voltage ratio. Also at MV/LV transformer nodes with a large number of connected PV micro-installations, transformers with on-load adjustable voltage ratio are installed, e.g. in Germany. Due to the presence of several voltage levels it is necessary to carry out calculations in relative units referring to a common base power, e.g. 100 MVA, and to the rated voltages

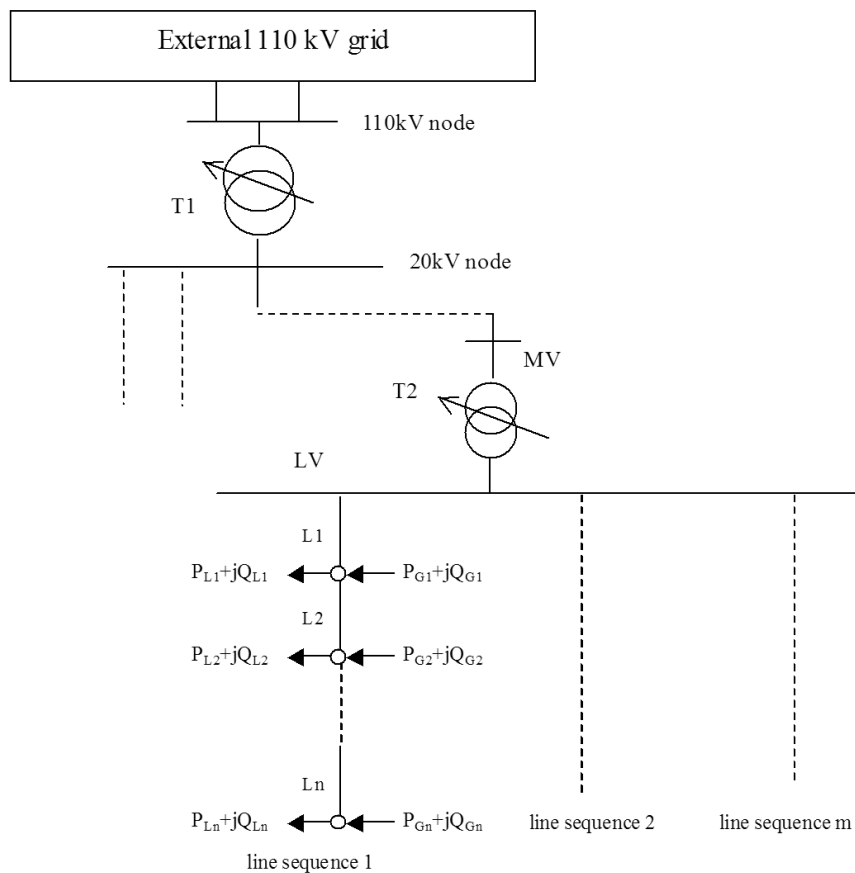


Fig. 1. Schematic diagram of grid supplied from 110 kV/MV substation with a large number of PV micro-installations in the low voltage grids

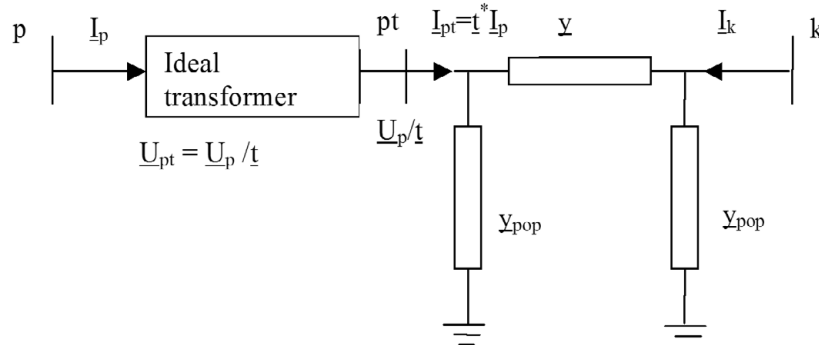


Fig. 2. Equivalent circuit of a transformer with ideal transformer modelling the turns ratio change

of each network. The impact of turns ratio change on the transformer's equivalent parameters is considered by introducing to its equivalent circuit on the initial node side an ideal transformer with variable voltage ratio  $t$ , as shown in Fig. 2.

Idle transformer's voltage ratio in relative units is equal to the ratio of its rated voltages expressed in relative units:

$$t_0 = \frac{t_N}{t_{Ns}} = \frac{z_{N1}}{z_{N2}} \frac{1}{t_{Ns}} = \frac{U_{Np}}{U_{Nk}} \frac{1}{t_{Ns}} = \frac{U_{Np}}{U_{Nk}} \frac{U_{Nks}}{U_{Nps}} = \frac{U_{Np}}{U_{Nps}} \frac{U_{Nks}}{U_{Nk}} = \frac{U_{Np pu}}{U_{Nk pu}} \quad (3)$$

Where the transformer voltage ratio is on-load adjustable:

$$t = \frac{t_{reg}}{t_{Ns}} = \frac{z_1}{z_{N2}} \frac{1}{t_{Ns}} = \frac{U_p}{U_k} \frac{1}{t_{Ns}} = \frac{U_p}{U_k} \frac{U_{Nks}}{U_{Nps}} = \frac{U_p}{U_{Nps}} \frac{U_{Nks}}{U_k} = \frac{U_{p pu}}{U_{k pu}} \quad (4)$$

where:  $t_{reg} = \frac{z_1}{z_{N2}}$  transformer's actual turns ratio, after tap change

on the upper voltage side at node  $p$ .

Transformer's ratio change alters its complex impedances (admittances). If a transformer's longitudinal impedance in relative units on the side of node  $k$  is:

$$\underline{Z}_{Tk} = R_T + jX_T \quad (5)$$

then on the side of node  $p$  it depends on the transformer's actual voltage ratio:

$$\underline{Z}_{Tp} = R_{Tp} + jX_{Tp} = (R_T + jX_T)t^2 \quad (6)$$

In the admittance terms:

$$\underline{y}_k = \underline{y} = \frac{1}{\underline{Z}_{Tk}} \quad (7)$$

$$\underline{y}_p = \frac{1}{\underline{Z}_{Tp}} = \frac{1}{\underline{Z}_{Tk}t^2} = \frac{\underline{y}}{t^2} \quad (8)$$

In the case of transverse parameters, the admittance in relative units is, respectively:

$$y_{k pop} = \underline{y}_{pop} = G_T + jB_T \quad (9)$$

$$y_{p pop} = \underline{y}_{pop} / t^2 \quad (10)$$

Taking into account the impact of the voltage ratio change on the transformer parameters in relative computer calculations requires introducing the transformer's equivalent circuit shown in Fig. 3.

Complex own admittances of the nodes of the quadripole modelling a transformer with adjustable voltage ratio are:

$$\underline{Y}_{pp} = (\underline{y}_{pop} + \underline{y}) / t^2 \quad (11)$$

$$\underline{Y}_{kk} = \underline{y}_{pop} + \underline{y} \quad (12)$$

Complex mutual admittances of the quadripole's nodes are equal:

$$\underline{Y}_{pk} = Y_{kp} = -\underline{y} / t \quad (13)$$

It should be noted that changing a transformer's ratio alters the complex own and mutual admittances in the grid nodes connected to the transformer's beginning and end nodes. This fact must be taken into account when iteratively solving the system of power flow nodal equations (1, 2).

### 3. Power flow model with random nodal power changes

At any node of the grid supplied from the 110 kV/MV substation the power can be either input or output within the range between the minimum and maximum. For power output:

$$P_{G min} \leq P_G \leq P_{G max} \quad (14)$$

Reactive power results from the active power output and the pre-set power factor  $tg\varphi$

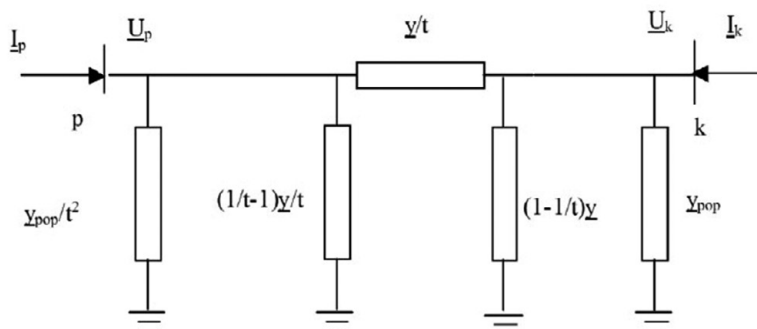


Fig. 3. Equivalent circuit of a transformer with adjustable voltage ratio

$$Q_G = P_G \operatorname{tg} \varphi_G \quad (15)$$

Likewise, the input active powers result from the maximum and minimum demand:

$$P_{L\min} \leq P_L \leq P_{L\max} \quad (16)$$

Nodal load's reactive power input results from its power factor:

$$Q_L = P_L \operatorname{tg} \varphi_L \quad (17)$$

It can be assumed at the planning stage that each active power is equally likely in the range from the minimum to maximum, i.e. the active power is subject to a rectangular probability distribution within the range. With MATLAB random numbers can be generated, which are subject to rectangular probability distribution in range [0,1]. For this purpose, the rand feature is used. To generate a pseudo-random number with rectangular probability interval in range [a, b] the following formula should be used:

$$x = a + (b - a)\operatorname{rand} \quad (18)$$

With the application of formula (18) for the output and input nodal powers the following dependencies are obtained:

- power output at node from PV micro-installation

$$P_G = P_{G\min} + (P_{G\max} - P_{G\min})\operatorname{rand} \quad (19)$$

$$Q_G = P_G \operatorname{tg} \varphi_G \quad (20)$$

- power input at node

$$P_L = P_{L\min} + (P_{L\max} - P_{L\min})\operatorname{rand} \quad (21)$$

$$Q_L = P_L \operatorname{tg} \varphi_L \quad (22)$$

Determination of empirical cumulative distribution function requires an increasing sorting of the voltages at a given node. The resulting is a sample of *nsym* incrementally sorted simulations:

$$(Y_1, Y_2, \dots, Y_{nsym}) \quad (23)$$

The empirical cumulative distribution function is defined by formula:

$$F_e(y) = \frac{1}{nsym} \left| \left\{ i : Y_i < y \right\} \right| \quad (24)$$

where:

$$\left| \left\{ i : Y_i < y \right\} \right| - \text{number of elements satisfying the inequality} \quad (25)$$

Empirical cumulative distribution function  $F_e(y)$  is uniform across intervals and jumps by  $1/nsym$  in points  $y_i$ . It is a statistical approximation of the unknown theoretical distribution function and is similar in shape. The larger the number *nsym* of simulations, the better the empirical distribution function approximates

the theoretical distribution function. With its values known, the empirical distribution function can be approximated by *n*-th degree polynomial function. This produces a continuous function describing the empirical distribution. For this purpose, first, we standardise random variable:

$$y_{sr} = \frac{1}{nsym} \sum_{i=1}^{nsym} Y_i - \text{average} \quad (26)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{nsym-1} \sum_{i=1}^{nsym} (Y_i - y_{sr})^2} - \text{standard deviation} \quad (27)$$

$$t = (y - y_{sr}) / s - \text{standardised random variable} \quad (28)$$

$$t_{\min} = (y_{\min} - y_{sr}) / s \quad (29)$$

$$t_{\max} = (y_{\max} - y_{sr}) / s \quad (30)$$

$$t_{dop} = (y_{dop} - y_{sr}) / s \quad (31)$$

Then we approximate the empirical distribution function by *n*-th degree polynomial:

$$F_{ea}(t) = p_n t^n + p_{n-1} t^{n-1} + \dots + p_1 t + p_0 \quad (32)$$

A function that describes the empirical distribution function must be a non-decreasing function, which meets with a pre-set accuracy the following restrictions:

$$F_{ea}(t_{\min}) = 0, F_{ea}(t_{\max}) = 1 \quad (33)$$

After finding the polynomial that approximates the empirical distribution function, the probability can be estimated of such an event that the angle offset does not exceed the permissible value:

$$\Pr(Y < y_{dop}) = F_{ea}(t_{dop}) \quad (34)$$

## 4. Power flow simulation in an exemplary power grid with photovoltaic micro-installations

The diagram of the grid is shown in Fig. 1. Short circuit power of the external system is 1,500 MVA. Transformer T1 with adjustable voltage ratio has the following parameters:  $S_N = 40$  MVA;  $U_{NH} = 115$  kV +/-16%, +/-12 adjustment steps;  $U_{NL} = 22$  kV;  $u_k = 11\%$ ;  $P_{cu} = 205$  kW;  $P_{Fe} = 33$  kW;  $I_0 = 0.5\%$ . The 20 kV AFL6 70 line's equivalent parameters are:  $R = 4 \Omega$ ,  $X = 3,6 \Omega$ ,  $B = 32 \mu S$ . The low voltage grid is connected by a medium voltage line and adjustable ratio transformer T2 with the following parameters:  $S_N = 100$  kVA;  $U_{NH} = 21$  kV +/-10%, +/-8 adjustment steps;  $U_{NL} = 0.42$  kV;  $u_k = 4.5\%$ ;  $P_{cu} = 1.7$  kW;  $P_{Fe} = 0.22$  kW;  $I_0 = 2\%$ . The LV line consists of 9 AFL 70 mm<sup>2</sup> sections, each 100 m long ( $R_{\text{section}} = 0,0436 \Omega$ ,  $X_{\text{section}} = 0.0309 \Omega$ ).

Aggregate power input from the substation's 20 kV buses is (5 + j2) MVA. Power inputs and outputs in the LV grid's nodes are characterized by the minimum and maximum active powers and power factors:  $P_{G\min} = 1$  kW,  $P_{G\max} = 10$  kW,  $\operatorname{tg} \varphi = -0.3$ ,  $P_{L\min} = 1$  kW,  $P_{L\max} = 2$  kW,  $\operatorname{tg} \varphi = 0.4$ .

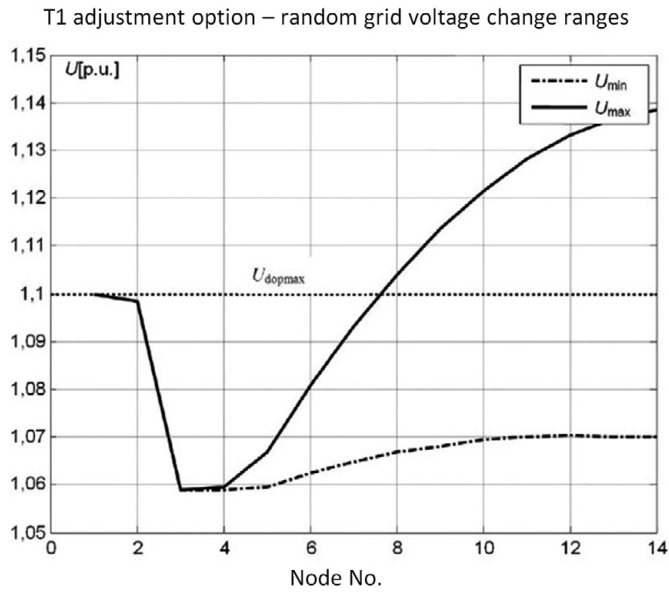


Fig. 4. Random voltage changes in grid with photovoltaic micro-installations exceed the permissible voltage  $U_{dopmax} = 1.1 U_n$

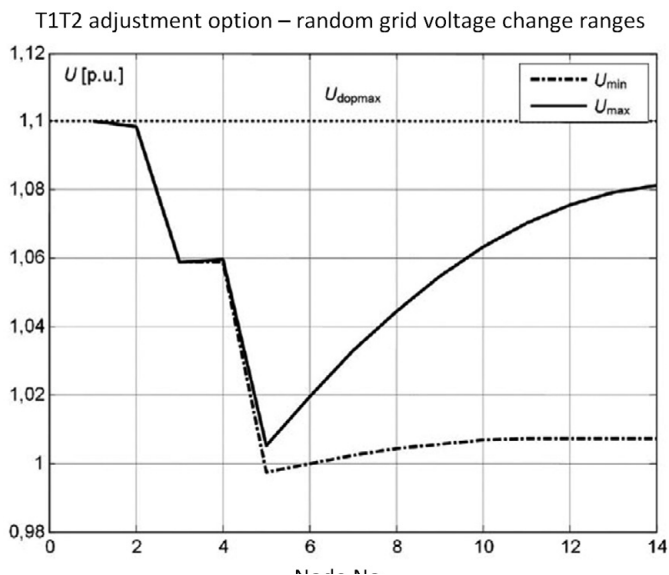


Fig. 5. MV/LV transformer voltage ratio adjustment prevents excesses over the permissible voltage  $U_{dopmax} = 1.1 U_n$  in grid

Two variants of the grid operation with PV micro-installations were analysed. The results are presented in Tab. 1.

T1 adjustment option – T1 transformer ratio adjustment maintains  $1.05 U_n$  voltage on the MV side, no T2 transformer adjustment.

T1T2 adjustment option – T1 transformer ratio adjustment maintains  $1.05 U_n$  voltage on the MV side, and at the same time T2 transformer ratio adjustment maintains  $U_n$  voltage on the LV side. Random voltage changes are shown in Fig. 4 and Fig. 5, while  $U_{min} = mU - 3sU$ ,  $U_{max} = mU + 3sU$ . It can be seen that in the grid operation option without the MV/LV transformer ratio adjustment the permissible grid voltage levels are violated. MV/LV transformer voltage ratio adjustment prevents such voltage level violations due to grid voltages' random changes.

Node No.	Name	Option	$mU$	$sU$	$U_{dopmin}$	$U_{dopmax}$	$p\{U_{dopmin} < U < U_{dopmax}\}$
1	Power system	T1 adjustment	1.1	0	0.9	1.1	1
		T1T2 adjustment	1.1	0	0.9	1.1	1
2	110 kV node	T1 adjustment	1.0985	0	0.9	1.1	1
		T1T2 adjustment	1.0985	0	0.9	1.1	1
3	20 kV node	T1 adjustment	1.0589	0	0.9	1.1	1
		T1T2 adjustment	1.0589	0	0.9	1.1	1
4	MV	T1T2 adjustment	1.0592	0.0001	0.9	1.1	1
		T1T2 adjustment	1.0589	0.0001	0.9	1.1	1
5	LV	T1 adjustment	1.0632	0.0012	0.9	1.1	1
		T1T2 adjustment	1.0011	0.0013	0.9	1.1	1
6	wL1	T1 adjustment	1.0716	0.0031	0.9	1.1	1
		T1T2 adjustment	1.0098	0.0033	0.9	1.1	1
7	wL2	T1 adjustment	1.0789	0.0047	0.9	1.1	1
		T1T2 adjustment	1.0176	0.0051	0.9	1.1	1
8	wL3	T1 adjustment	1.0853	0.0062	0.9	1.1	0.99
		T1T2 adjustment	1.0243	0.0067	0.9	1.1	1
9	wL4	T1 adjustment	1.0909	0.0076	0.9	1.1	0.89
		T1T2 adjustment	1.0301	0.0082	0.9	1.1	1
10	wL5	T1 adjustment	1.0954	0.0087	0.9	1.1	0.7
		T1T2 adjustment	1.0349	0.0094	0.9	1.1	1
11	wL6	T1 adjustment	1.099	0.0097	0.9	1.1	0.54
		T1T2 adjustment	1.0386	0.0105	0.9	1.1	1
12	wL7	T1 adjustment	1.1017	0.0105	0.9	1.1	0.44
		T1T2 adjustment	1.0415	0.0114	0.9	1.1	1
13	wL8	T1 adjustment	1.1034	0.0111	0.9	1.1	0.38
		T1T2 adjustment	1.0434	0.012	0.9	1.1	1
14	wL9	T1 adjustment	1.1043	0.0114	0.9	1.1	0.35
		T1T2 adjustment	1.0443	0.0124	0.9	1.1	1

Tab. 1. Power flow simulation results:  $mU$  – expected value,  $sU$  – standard deviation,  $U_{dopmin}$ ,  $U_{dopmax}$  – allowable minimum and maximum grid voltages,  $p\{U_{dopmin} < U < U_{dopmax}\}$  – probability of random voltage changes remaining within the permissible range

### 5. Summary

Power generation by photovoltaic cells depends on random weather conditions, so at the planning stage the active powers output to the grid from photovoltaic micro-installations can be treated as multidimensional random variables with equal probability distribution.

Micro-installations' passive power outputs depend on a pre-set power factor and therefore should be treated as functions of the random active power outputs.

In a low voltage grid, besides the micro-installations' output powers, active and passive powers are input and consumed. At the planning stage, the input powers, as well as the output powers, can also be treated as a multidimensional random variable with equal probability distribution.

Random changes in the vector of nodal powers in the grid can be simulated using a pseudo-random number generator. After the voltage-nodes equations' iterative solution, random voltages are obtained in the grid's individual nodes.

After statistical analysis, the empirical cumulative distribution of the voltage probability in any node of the grid is obtained, which

makes it possible to estimate the probability of random voltages remaining in the permissible range.

MV/LV transformer voltage ratio adjustment allows preventing the random voltage's excesses over the permissible grid voltages.

#### REFERENCES

---

1. Z. Kremens, M. Sobierajski, "Analiza systemów elektroenergetycznych" [Analysis of power systems], WNT, Warsaw 1996.
2. A. Plucińska, E. Pluciński, "Rachunek prawdopodobieństwa. Statystyka matematyczna. Procesy stochastyczne" [Probability calculus. Mathematical statistics. Stochastic processes], WNT, Warsaw 2000.

---

#### Marian Sobierajski

Wrocław University of Technology

e-mail: marian.sobierajski@pwr.edu.pl

Prof. Sobierajski deals with scientific issues related to planning and controlling power systems. His works mainly refer to probabilistic power flows, voltage stability and electricity quality, and to interoperation of distributed sources with transmission grids. He has recently studied smart power grids, interoperation of photovoltaic micro-installations and small systems with medium and low voltage distribution grids and frequency control during island operation.

This is a supporting translation of the original text published in this issue of "Acta Energetica" on pages 203–208. When referring to the article please refer to the original text.

PL

## Pseudolosowa symulacja napięć węzłowych w sieci średniego i niskiego napięcia z fotowoltaicznymi mikroinstalacjami

### Autor

Marian Sobierajski

### Słowa kluczowe

sieć niskiego napięcia, mikroinstalacje fotowoltaiczne, liczby pseudolosowe, analiza statystyczna

### Streszczenie

Wytwarzanie mocy przez ogniwa fotowoltaiczne zależy od losowych warunków pogodowych, dlatego na etapie planowania moce czynne wprowadzane do sieci przez mikroinstalacje fotowoltaiczne mogą być traktowane jako wielowymiarowa zmienna losowa o równomiernym rozkładzie prawdopodobieństwa. Natomiast wytwarzane moce bierne mikroinstalacji zależą od zadanego współczynnika mocy i dlatego powinny być traktowane jako wielowymiarowa funkcja losowych wytwarzanych mocy czynnych. Podobnie mogą być traktowane moce odbierane. Losowe zmiany mocy generowanych i odbieranych mogą być symulowane z wykorzystaniem generatora liczb pseudolosowych. Napięcia węzłowe odpowiadające losowym generacjom i odbiorom wynikają z iteracyjnego rozwiązania równań węzłowych dla każdej pseudolosowej realizacji bilansów mocy. Otrzymane wartości napięć poddane są analizie statystycznej. Pozwala to oszacować rozkład prawdopodobieństwa, wartości oczekiwane i odchylenia standardowe oraz wyliczyć prawdopodobieństwa przekroczenia dopuszczalnych odchyłeń napięć. Rozważania zostaną zilustrowane przykładem obliczeniowym.

Data wpływu do redakcji: 27.01.2017

Data akceptacji artykułu: 22.03.2017

Data publikacji online: 30.06.2017

### 1. Wprowadzenie

Do sieci niskiego napięcia coraz częściej przyłączane są mikroinstalacje fotowoltaiczne (PV). Na rys. 1 pokazano przykładową sieć zasilaną z GPZ 110 kV, w której w poszczególnych sieciach niskiego napięcia, połączonych z magistralami SN, występuje duża liczba mikroinstalacji PV. W rezultacie moc może płynąć zarówno z GPZ do punktów transformatorowych SN/nN, jak i odwrotnie. W konsekwencji moc w transformatorze w GPZ 110 kV/SN może zmieniać kierunek, zależnie od warunków pogodowych. Dzieje się tak, ponieważ w dowolnym węźle sieci niskiego napięcia z dużą liczbą mikroinstalacji może wystąpić zarówno moc odbierana, jak i generowana. Moc wytwarzana przez ogniwa fotowoltaiczne zależy od losowych warunków pogodowych. Im dłuższy okres czasu wyprzedzający planowane warunki pracy sieci, tym większe błędy prognoz pogodowych i tym większa niepewność generacji. Pesymistyczne podejście nakazuje rozważać jako jednakowo prawdopodobne wartości między minimalną i maksymalną wartością. Zasadne wydaje się traktowanie na etapie planowania generowanych mocy w sieci niskiego napięcia jako wielowymiarowej zmiennej losowej o równomiernym rozkładzie prawdopodobieństwa. Natomiast moce bierne wytwarzane przez mikroinstalacje zależą od zadanego współczynnika mocy. Z tego powodu mogą być traktowane jako wielowymiarowa funkcja losowych wytwarzanych mocy czynnych.

W sieci niskiego napięcia, obok mocy wytwarzanych przez mikroinstalacje, występują pobory mocy czynnych i biernych. Na etapie planowania z dużym okresem wyprzedzenia moce czynne odbierane mogą być również traktowane jako wielowymiarowe zmienne losowe o równomiernym

rozkładzie prawdopodobieństwa, natomiast moce bierne odbierane jako funkcja wielowymiarowej zmiennej losowej. Zwykle pobór mocy biernej nie powinien przekraczać dopuszczalnego tangensa mocy 0,4.

### 2. Determisticzny rozptył mocy

Między mocami i napięciami węzłowymi występują nieliniowe zależności wynikające z praw Ohma i Kirchhoffa. W układzie składowych prostokątnych napięć węzłowych są to zależności kwadratowe

$$P_i = U_i^2 G_{ii} + \sum [G_{ij}(e_i e_j + f_i f_j) + B_{ij}(-e_i f_j + f_i e_j)] \quad (1)$$

$$Q_i = -U_i^2 B_{ii} + \sum [-B_{ij}(e_i e_j + f_i f_j) + G_{ij}(-e_i f_j + f_i e_j)] \quad (2)$$

gdzie:

$P_i = P_{Gi} - P_{Li}$  – węzłowa moc czynna w węźle  $i$ ;  
 $Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li}$  – węzłowa moc i bierna

w węźle  $i$ ;  $U_i = \sqrt{e_i^2 + f_i^2}$  – nieznaną wartość skuteczną napięcia w węźle  $i$ ;  $e_i, f_i$  – składowa rzeczywista i urojona napięcia w węźle  $i$ ;  $G_{ij}$ ,  $B_{ij}$  – konduktancja i susceptancja węzłowa wzajemna;  $G_{ii}$ ,  $B_{ii}$  – konduktancja i susceptancja węzłowa własna.

Węzłem bilansującym sieci jest sieć zewnętrzna 110 kV. Układ równań dla całej sieci może być rozwiązany iteracyjnie dla zadanych węzłowych mocy czynnych i biernych generowanych oraz odbieranych. Wyliczone napięcia muszą się mieścić w dopuszczalnych przedziałach, zwykle  $\pm 10\% U_n$ . W przypadku szybkich zmian napięć powodowanych nagłym wyłączeniem

mikroinstalacji zmiany napięć powinny być na ogół mniejsze od 3%.

W ogólności linie napowietrzne i kablowe średniego oraz niskiego napięcia mogą być modelowane w postaci dwójników bez pojemności poprzecznych lub czwórników z pojemnościami poprzecznymi, zależnie od dostępności danych. W przypadku linii kablowych wskazane jest uwzględnienie pojemności kabli, co oznacza, że linie te powinny być modelowane w postaci symetrycznych czwórników.

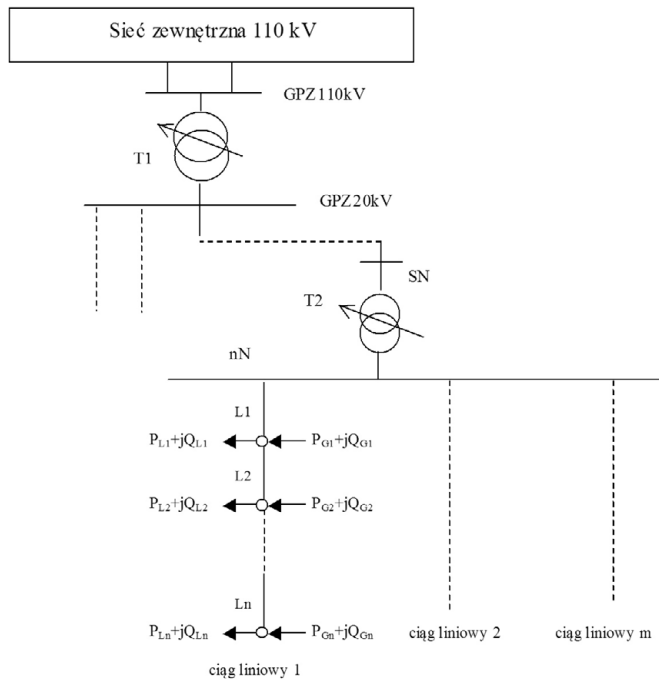
W stacji GPZ 110 kV/SN występuje transformator z regulowaną przekładnią pod obciążeniem. Również w punktach transformatorowych SN/nN z dużą liczbą przyłączonych mikroinstalacji instaluje się transformatory z regulowaną przekładnią pod obciążeniem, np. w Niemczech. Ze względu na występowanie kilku poziomów napięć konieczne jest prowadzenie obliczeń w jednostkach względnych odniesionych do wspólnej mocy bazowej, np. 100 MVA, oraz do napięć znamionowych poszczególnych sieci. Uwzględnienie wpływu zmiany przekładni zwojowej na parametry zastępcze transformatora uzyskuje się, wprowadzając do schematu zastępczego po stronie węzła początkowego idealny transformator o zmiennej przekładni  $t$ , rys. 2.

Przekładnia w jednostkach względnych nieobciążonego transformatora jest równa stosunkowi napięć znamionowych transformatora wyrażonych w jednostkach względnych:

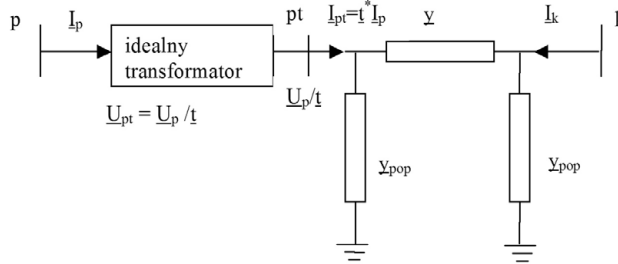
$$t_0 = \frac{t_N}{t_{Ns}} = \frac{z_{N1}}{z_{N2}} \frac{1}{t_{Ns}} = \frac{U_{Np}}{U_{Nk}} \frac{1}{t_{Ns}} = \frac{U_{Np}}{U_{Nk}} \frac{U_{Nks}}{U_{Nps}} = \frac{U_{Np}}{U_{Nps}} \frac{U_{Nks}}{U_{Nk}} = \frac{U_{Np,pu}}{U_{Nk,pu}} \quad (3)$$

This is a supporting translation of the original text published in this issue of "Acta Energetica" on pages 203–208. When referring to the article please refer to the original text.

PL



Rys. 1. Schemat sieci zasilanej z GPZ 110 kV/SN z dużą liczbą mikroinstalacji w sieciach niskiego napięcia



Rys. 2. Schemat zastępczy transformatora z idealnym transformatorem modelującym zmianę przekładni zwojowej

W przypadku, gdy przekładnia transformatora jest regulowana pod obciążeniem, mamy:

$$t = \frac{t_{reg}}{t_{Ns}} = \frac{z_1}{z_{N2}} \frac{1}{t_{Ns}} = \frac{U_p}{U_k} \frac{1}{t_{Ns}} = \frac{U_p}{U_k} \frac{U_{Nks}}{U_{Nps}} = \frac{U_p}{U_{Nps}} \frac{U_{Nks}}{U_k} = \frac{U_{p pu}}{U_{k pu}} \quad (4)$$

gdzie:

$$t_{reg} = \frac{z_1}{z_{N2}} - \text{aktualna przekładnia zwojowa}$$

transformatora, po zmianie zaczepu od strony górnego napięcia w węźle  $p$ . Zmiana przekładni transformatora powoduje zmianę zespolonych impedancji (admitancji) transformatora. Jeżeli impedancja podłużna transformatora w jednostkach względnych po stronie węzła  $k$  wynosi:

$$Z_{Tk} = R_T + jX_T \quad (5)$$

to po stronie węzła  $p$  zależy od aktualnej wartości przekładni transformatora:

$$Z_{Tp} = R_{Tp} + jX_{Tp} = (R_T + jX_T)t^2 \quad (6)$$

W zapisie admitancyjnym mamy:

$$y_k = y = \frac{1}{Z_{Tk}} \quad (7)$$

$$y_p = \frac{1}{Z_{Tp}} = \frac{1}{Z_{Tk}t^2} = \frac{y}{t^2} \quad (8)$$

W przypadku parametrów poprzecznych admitancja w jednostkach względnych wynosi odpowiednio:

$$y_{k pop} = y_{pop} = G_T + jB_T \quad (9)$$

$$y_{p pop} = y_{pop} / t^2 \quad (10)$$

Uwzględnienie wpływu zmiany przekładni na parametry transformatora w jednostkach względnych w obliczeniach komputerowych wymaga wprowadzenia schematu zastępczego transformatora pokazanego na rys. 3. Zespolone admitancje własne węzłów czwórnika modelującego transformator z regulowaną przekładnią wynoszą:

$$Y_{pp} = (y_{pop} + y) / t^2 \quad (11)$$

$$Y_{kk} = y_{pop} + y \quad (12)$$

Zespolone admitancje wzajemne węzłów tego czwórnika są sobie równe:

$$Y_{pk} = Y_{kp} = -y / t \quad (13)$$

Należy zauważyć, że zmiana przekładni transformatora powoduje zmianę zespolonych admitancji własnych i wzajemnych w węzłach sieci łączących się węzłami początku oraz końca transformatora. Fakt ten musi być uwzględniony w trakcie iteracyjnego rozwiązywania układu równań węzłowych rozplywu mocy (1, 2).

### 3. Model rozplywu mocy z losowymi zmianami mocy węzłowych

W dowolnym węźle badanej sieci zasilanej z GPZ 110 kV/SN mogą wystąpić zarówno odbierane, jak i generowane moce w przedziałach od minimalnej do maksymalnej wartości. W przypadku generacji mamy:

$$P_{Gmin} \leq P_G \leq P_{Gmax} \quad (14)$$

Moc bierna wynika z wartości generowanej mocy czynnej i zadanego tangensa mocy:

$$Q_G = P_G tg \varphi_G \quad (15)$$

Podobnie moce czynne odbierane wynikają z maksymalnego i minimalnego zapotrzebowania:

$$P_{Lmin} \leq P_L \leq P_{Lmax} \quad (16)$$

Moc bierna odbioru węzłowego wynika z tangensa mocy odbiorników:

$$Q_L = P_L tg \varphi_L \quad (17)$$

Na etapie planowania można przyjąć, że każda z wartości mocy czynnej jest jednako prawdopodobna w przedziale od min. do max., czyli moc czynna podlega prostokątnemu rozkładowi prawdopodobieństwa w przedziale od min. do max.

MATLAB pozwala generować liczby losowe, podlegające prostokątnemu rozkładowi prawdopodobieństwa w przedziale [0,1]. W tym celu wykorzystuje się funkcję rand. W celu wygenerowania liczby pseudolosowej o prostokątnym przedziale prawdopodobieństwa w przedziale [a, b] należy zastosować formułę:

$$x = a + (b - a)rand \quad (18)$$

Zastosowanie formuły (18) dla mocy węzłowych generowanych i odbieranych daje następujące zależności:

- moc generowana w węźle przez mikroinstalację PV

$$P_G = P_{Gmin} + (P_{Gmax} - P_{Gmin})rand \quad (19)$$

$$Q_G = P_G tg \varphi_G \quad (20)$$

- moc odbierana w węźle

$$P_L = P_{Lmin} + (P_{Lmax} - P_{Lmin})rand \quad (21)$$

$$Q_L = P_L tg \varphi_L \quad (22)$$



This is a supporting translation of the original text published in this issue of "Acta Energetica" on pages 203–208. When referring to the article please refer to the original text.

PL

Wyznaczenie dystrybuanty empirycznej wymaga rosnącego posortowania realizacji napięcia w danym węźle. W konsekwencji otrzymujemy próbę składającą się z liczby  $n_{sym}$  posortowanych rosnąco symulacji:

$$(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_{sym}}) \quad (23)$$

Dystrybuanta empiryczna jest funkcją określoną wzorem:

$$F_e(y) = \frac{1}{n_{sym}} \{i : Y_i < y\} \quad (24)$$

gdzie:

$$\{i : Y_i < y\} - \text{liczba elementów spełniających nierówność} \quad (25)$$

Dystrybuanta empiryczna  $F_e(y)$  jest przedziałami stała i ma skoki o wartości  $1/n_{sym}$  w punktach  $y_i$ . Jest statystycznym przybliżeniem nieznannej dystrybuanty teoretycznej i ma zbliżony do niej kształt. Im większa liczba symulacji  $n_{sym}$ , tym dystrybuanta empiryczna stanowi lepsze przybliżenie dystrybuanty teoretycznej.

Mając wartości dystrybuanty empirycznej, możemy ją aproksymować wielomianem  $n$ -tego stopnia. Uzyskujemy w ten sposób ciągłą funkcję opisującą dystrybuantę empiryczną. W tym celu dokonujemy najpierw standaryzacji zmiennej losowej

$$y_{sr} = \frac{1}{n_{sym}} \sum_{i=1}^{n_{sym}} Y_i - \text{średnia} \quad (26)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n_{sym}-1} \sum_{i=1}^{n_{sym}} (Y_i - y_{sr})^2} - \text{odchylenie standardowe} \quad (27)$$

$$t = (y - y_{sr}) / s - \text{zmienna losowa standaryzowana} \quad (28)$$

$$t_{min} = (y_{min} - y_{sr}) / s \quad (29)$$

$$t_{max} = (y_{max} - y_{sr}) / s \quad (30)$$

$$t_{dop} = (y_{dop} - y_{sr}) / s \quad (31)$$

Następnie dokonujemy aproksymacji dystrybuanty empirycznej wielomianem  $n$ -tego stopnia:

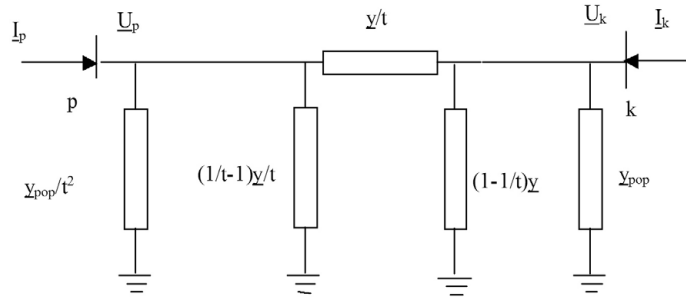
$$F_{ea}(t) = p_n t^n + p_{n-1} t^{n-1} + \dots + p_1 t + p_0 \quad (32)$$

Funkcja opisująca dystrybuantę empiryczną musi być funkcją niemalejącą, spełniającą zadaną dokładnością następujące ograniczenia:

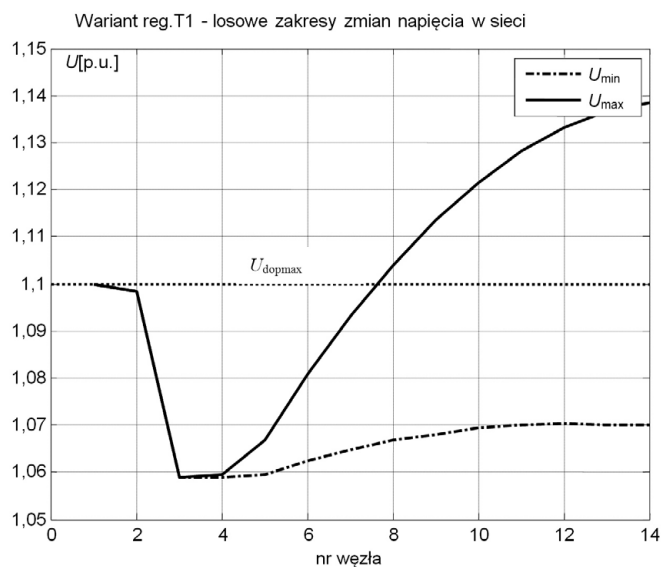
$$F_{ea}(t_{min}) = 0, F_{ea}(t_{max}) = 1 \quad (33)$$

Po znalezieniu wielomianu aproksymującego dystrybuantę empiryczną można oszacować prawdopodobieństwo zdarzenia, że rozchyl kątowy nie przekroczy dopuszczalnej wartości:

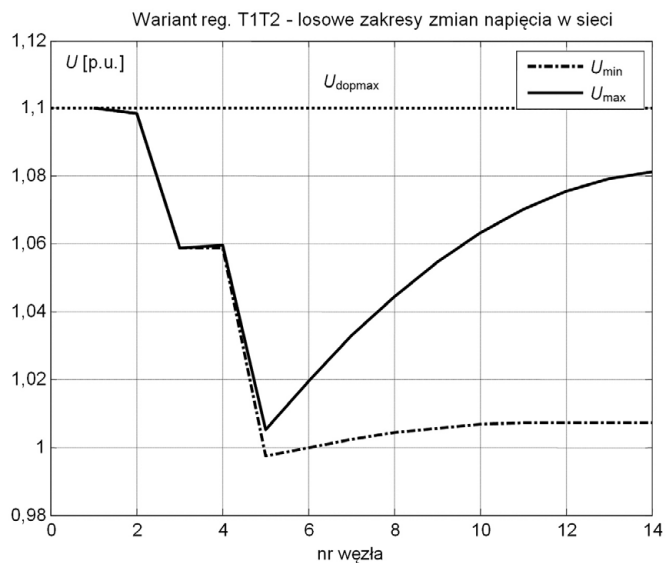
$$\Pr(Y < y_{dop}) = F_{ea}(t_{dop}) \quad (34)$$



Rys. 3. Schemat zastępczy transformatora z regulowaną przekładnią



Rys. 4. Losowe zmiany napięcia w sieci z mikroinstalacjami fotowoltaicznymi przekraczając dopuszczalny poziom napięcia  $U_{dopmax} = 1,1 U_n$



Rys. 5. Zastosowanie regulacji przekładni transformatora SN/nN zapobiega przekroczeniu dopuszczalnego poziomu napięcia  $U_{dopmax} = 1,1 U_n$  w sieci

This is a supporting translation of the original text published in this issue of "Acta Energetica" on pages 203–208. When referring to the article please refer to the original text.

PL

Nr węzła	Nazwa	Wariant	$mU$	$sU$	$U_{dopmin}$	$U_{dopmax}$	$p\{U_{dopmin} < U < U_{dopmax}\}$
1	SEE	reg.T1	1,1	0	0,9	1,1	1
		reg.T1T2	1,1	0	0,9	1,1	1
2	GPZ110kV	reg.T1	1,0985	0	0,9	1,1	1
		reg.T1T2	1,0985	0	0,9	1,1	1
3	GPZ20kV	reg.T1	1,0589	0	0,9	1,1	1
		reg.T1T2	1,0589	0	0,9	1,1	1
4	SN	reg.T1	1,0592	0,0001	0,9	1,1	1
		reg.T1T2	1,0589	0,0001	0,9	1,1	1
5	nN	reg.T1	1,0632	0,0012	0,9	1,1	1
		reg.T1T2	1,0011	0,0013	0,9	1,1	1
6	wL1	reg.T1	1,0716	0,0031	0,9	1,1	1
		reg.T1T2	1,0098	0,0033	0,9	1,1	1
7	wL2	reg.T1	1,0789	0,0047	0,9	1,1	1
		reg.T1T2	1,0176	0,0051	0,9	1,1	1
8	wL3	reg.T1	1,0853	0,0062	0,9	1,1	0,99
		reg.T1T2	1,0243	0,0067	0,9	1,1	1
9	wL4	reg.T1	1,0909	0,0076	0,9	1,1	0,89
		reg.T1T2	1,0301	0,0082	0,9	1,1	1
10	wL5	reg.T1	1,0954	0,0087	0,9	1,1	0,7
		reg.T1T2	1,0349	0,0094	0,9	1,1	1
11	wL6	reg.T1	1,099	0,0097	0,9	1,1	0,54
		reg.T1T2	1,0386	0,0105	0,9	1,1	1
12	wL7	reg.T1	1,1017	0,0105	0,9	1,1	0,44
		reg.T1T2	1,0415	0,0114	0,9	1,1	1
13	wL8	reg.T1	1,1034	0,0111	0,9	1,1	0,38
		reg.T1T2	1,0434	0,012	0,9	1,1	1
14	wL9	reg.T1	1,1043	0,0114	0,9	1,1	0,35
		reg.T1T2	1,0443	0,0124	0,9	1,1	1

Tab. 1. Wyniki symulacji rozplywów mocy:  $mU$  – wartość oczekiwana,  $sU$  – odchylenie standardowe,  $U_{dopmin}$ ,  $U_{dopmax}$  – dopuszczalny minimalny i maksymalny poziom napięcia w sieci,  $p\{U_{dopmin} < U < U_{dopmax}\}$  – prawdopodobieństwo pozostawania losowych zmian napięcia w dopuszczalnym przedziale

#### 4. Symulacja rozplywów mocy w przykładowej sieci elektroenergetycznej z mikroinstalacjami fotowoltaicznymi

Schemat analizowanej sieci pokazano na rys. 1. Moc zwracowa systemu zewnętrznego wynosi 1500 MVA. Transformator T1 z regulowaną przekładnią ma następujące parametry:  $S_N = 40$  MVA;  $U_{NH} = 115$  kV +/- 16%, +/-12 stopni regulacyjnych;  $U_{NL} = 22$  kV;  $u_k = 11\%$ ;  $P_{cu} = 205$  kW;  $P_{Fe} = 33$  kW;  $I_0 = 0,5\%$ . Parametry zastępcze linii 20 kV AFL6 70 są następujące:  $R = 4 \Omega$ ,  $X = 3,6 \Omega$ ,  $B = 32 \mu S$ . Sieć niskiego napięcia jest połączona linią średniego napięcia za pomocą transformatora T2 z regulowaną przekładnią o następujących parametrach:  $S_N = 100$  kVA;  $U_{NH} = 21$  kV +/- 10%, +/-8 stopni regulacyjnych;  $U_{NL} = 0,42$  kV;  $u_k = 4,5\%$ ;  $P_{cu} = 1,7$  kW;

$P_{Fe} = 0,22$  kW;  $I_0 = 2\%$ . Linia nN składa się z 9 odcinków AFL 70 mm<sup>2</sup>, po 100 m każdy ( $R_{odcinka} = 0,0436 \Omega$ ,  $X_{odcinka} = 0,0309 \Omega$ ). Sumaryczny odbiór z szyn 20 kV GPZ wynosi  $(5 + j2)$  MVA. Odbiory i generacje w węzłach sieci nN scharakteryzowane są przez minimalne i maksymalne moce czynne oraz tangensy mocy:  $P_{Gmin} = 1$  kW,  $P_{Gmax} = 10$  kW,  $tg\varphi = -0,3$ ,  $P_{Lmin} = 1$  kW,  $P_{Lmax} = 2$  kW,  $tg\varphi = 0,4$ . Analizie poddano dwa warianty pracy sieci z mikroinstalacjami. Wyniki zestawiono w tab. 1.

- Wariant reg.T1 – układ regulacji przekładni transformatora T1 utrzymuje napięcie  $1,05 U_n$  po stronie SN, brak regulacji przekładni transformatora T2.
- Wariant reg.T1T2 – układ regulacji przekładni transformatora T1 utrzymuje napięcie  $1,05 U_n$  po stronie SN

i jednocześnie układ regulacji przekładni transformatora T2 utrzymuje napięcie  $U_n$  po stronie nN.

Losowe zmiany napięcia przedstawiono na rys. 4 i 5, przy czym  $U_{min} = mU - 3sU$ ,  $U_{max} = mU + 3sU$ . Widać, że w wariantcie pracy sieci bez regulacji przekładni transformatora SN/nN w sieci naruszone zostają dopuszczalne poziomy napięcia. Zastosowanie regulacji przekładni napięcia w transformatorze SN/nN zapobiega takiemu naruszeniu dopuszczalnych poziomów napięcia przez losowe zmiany napięć w sieci.

#### 5. Podsumowanie

Wytwarzanie mocy przez ogniwa fotowoltaiczne zależy od losowych warunków pogodowych, dlatego na etapie planowania moce czynne wprowadzane do sieci przez mikroinstalacje fotowoltaiczne mogą być traktowane jako zmienne losowe o równomiernym rozkładzie prawdopodobieństwa. Wytwarzane moce bierne mikroinstalacji zależą od zadanego współczynnika mocy i dlatego powinny być traktowane jako funkcje losowych wytwarzanych mocy czynnych.

W sieci niskiego napięcia, obok mocy wytwarzanych przez mikroinstalacje, występują pobory mocy czynnych i biernych. Na etapie planowania moce odbierane, podobnie jak wytwarzane, mogą być również traktowane jako wielowymiarowa zmienna losowa o równomiernym rozkładzie prawdopodobieństwa.

Losowe zmiany wektora mocy węzłowych w sieci mogą być symulowane z wykorzystaniem generatora liczb pseudolosowych. Po iteracyjnym rozwiązaniu równań napięciowo-węzłowych otrzymuje się losowe realizacje napięć w poszczególnych węzłach sieci.

Po przeprowadzeniu analizy statystycznej otrzymuje się empiryczną dystrybuantę prawdopodobieństwa napięcia w dowolnym węzle sieci, co pozwala oszacować prawdopodobieństwo pozostawania losowych zmian napięcia w dopuszczalnym przedziale. Zastosowanie regulacji przekładni transformatora SN/nN pozwala zapobiegać przekroczeniu przez losowe napięcia dopuszczalnych poziomów napięć w sieci.

#### Bibliografia

1. Kremens Z., Sobierajski M., Analiza systemów elektroenergetycznych, WNT, Warszawa 1996.
2. Plucińska A., Pluciński E., Rachunek prawdopodobieństwa. Statystyka matematyczna. Procesy stochastyczne, WNT, Warszawa 2000.

#### Marian Sobierajski

prof. dr hab. inż.  
Politechnika Wrocławska  
e-mail: marian.sobierajski@pwr.edu.pl

Zajmuje się problemami naukowymi związanymi z planowaniem i sterowaniem systemów elektroenergetycznych. Jego prace dotyczą głównie probabilistycznych rozplywów mocy, stabilności napięciowej i jakości energii elektrycznej oraz współpracy rozproszonych źródeł z sieciami przesyłowymi. Ostatnie badania związane są z inteligentnymi sieciami elektroenergetycznymi, współpracą mikroinstalacji i małych instalacji fotowoltaicznych z sieciami dystrybucyjnymi średniego i niskiego napięcia oraz regulacją częstotliwości w czasie pracy wyspowej.

# Energy Storage Control Strategy in a Prosumer System and its Impact on the Distribution Grid

## Authors

Przemysław Urbanek  
Irena Wasiak  
Ryszard Pawełek

## Keywords

microsystem, prosumer installation, prosumer, electricity storage, energy storage control, electric power quality

## Abstract

This paper discusses the operation of a low voltage prosumer system consisting of receivers and power sources. The system represents a hypothetical customer with variable energy input and output. The main technical issues related to the operation of such a system are presented. The application of an electric energy storage in the system for the purpose of managing the active power and providing the ancillary services relevant for the system's owner is discussed. The basic criterion of the system's performance is maximizing the use of the energy generated by the prosumer and maintaining the power factor at a desired level. The storage efficiency was tested using a simulation model developed in the PSCAD / EMTDC program. Sample simulation results are presented.

**DOI: 10.12736/issn.2300-3022.2017217**

Received: 14.02.2017

Accepted: 07.03.2017

Available online: 30.06.2017

## 1. Introduction

The continuous development of electricity generation technologies, and the ability to increase supply reliability and reduce electricity costs have prompted citizens to have their own power plants. Consumers have begun to equip their home installations with distributed sources of electricity, especially renewable energy sources (RES), using free energy from the sun and wind. It can be predicted that with decreasing prices of such sources this trend will continue.

The European Union's climate regulations and policy required the Polish legislators to introduce the definition of a prosumer. According to the Renewable Energy Act [14], a prosumer is an individual, who generates electricity for their own needs, which means the simultaneous generation and consumption of energy. The energy produced in the sources is consumed in the receivers and its surplus is sold to the power grid. In the opposite situation, when the local source output is less than demand, the missing energy is bought from a power company. In the light of the present law, a prosumer is therefore a recipient of electricity, who is allocated an appropriate tariff and, according

to it, settles their accounts for the purchased/sold energy. The Act [14] sets out rules for the sale of electricity in such a way that a prosumer has the option to free of charge input from the grid 80% of the surplus energy output to it. A prosumer is not an electricity generator, and this condition obliges the prosumer to comply with the terms and conditions of the electricity distribution contract [12, 13] regarding reactive power. Under these terms and conditions, the prosumer may consume reactive power up to the value resulting from the established  $\text{tg } \varphi$  coefficient.

Electricity generation from one's own source reduces the active power input from the distribution grid. At the same time, the consumption of passive power remains unchanged, because the energy sources usually operate with power factor  $\cos \varphi = 1$ . Consequently,  $\text{tg } \varphi$  increases at the prosumer system's interconnection with the distribution grid. For any excess over  $\text{tg } \varphi = 0.4$  the power company shall charge a penalty [10, 11]. As a consequence, the prosumer's investment in, for example, a wind turbine does not produce the expected savings and, in an extreme case, can cause losses [2].