

SYMETRIA RÓWNAŃ PRZEPIYWU CIECZY W TRAKCIE WYSYCHANIA

Jan KUBIK*, Andrzej KUCHARCZYK**

*Politechnika Opolska, Katedra Fizyki Materiałów
ul. Katowicka 48, 45-061 Opole,
e-mail: kubik@po.opole.pl

**Politechnika Opolska, Katedra Fizyki Materiałów
ul. Katowicka 48, 45-061 Opole,
e-mail: andkuc@o2.pl

Streszczenie: Analizuje się współzależność przepływów cieczy w pierwszym i w drugim etapie wysychania, tzn. kiedy prędkość suszenia jest stała i malejąca. Wykorzystując symetrię równań uzyskuje się ograniczenia na przepływy cieczy w przypowierzchniowych warstwach materiału porowatego.

fizyka budowli, twierdzenie o wzajemności.

1. WPROWADZENIE

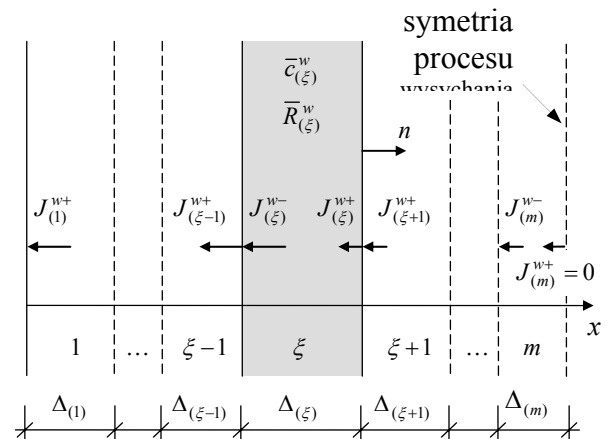
Przepływy przypowierzchniowe mają swoją specyfikę będącą następstwem różnych oddziaływań w częściach powierzchniowych i objętościowych układu. W szczególności duże różnice przypowierzchniowych stężeń masy mogą być opisane przez uśrednione równania przepływów, które okazują się prostymi równaniami zwyczajnymi. Takie ujęcie jest szczególnie przydatne przy szacowaniu współczynników określających kinetykę wysychania oraz przemian fazowych zachodzących w zasolonych warstwach przypowierzchniowych. W artykule podjęto próbę oszacowania współczynników transportu wilgoci w trakcie suszenia w zależności od stopnia zasolenia oraz przedziału przejściowego pomiędzy pierwszym i drugim etapem suszenia z wykorzystaniem twierdzenia o wzajemności.

2. RÓWNIANIA PRZEPIYWÓW

Bilans wilgoci przy podziale układu na jednorodne warstwy (rys. 1) w trakcie suszenia w wyróżnionej warstwie ξ przyjmuje postać [1, 2]

$$\rho \frac{\partial \bar{c}_{(\xi)}^w}{\partial t} + \frac{\partial J_{(\xi)}^w}{\partial x} = \rho \bar{R}_{(\xi)}^w \quad (1)$$

w którym kolejno ρ , $\bar{c}_{(\xi)}^w$, $J_{(\xi)}^w$, $\bar{R}_{(\xi)}^w$ to gęstość mieszaniny, koncentracja, strumień oraz źródło masy wilgoci w warstwie ξ .



Rys. 1. Model materiału.

Fig. 1. The model of the material.

Całkując równanie 1 po objętości wyróżnionej warstwy $V_{(\xi)}$, uwzględniając przy tym twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa o zamianie całki powierzchniowej na objętościową, otrzymano

$$\int_{V_{(\xi)}} \rho \frac{\partial \bar{c}_{(\xi)}^w}{\partial t} dV_{(\xi)} + \int_{A_{(\xi)}} \frac{\partial J_{(\xi)}^w}{\partial x} n dA_{(\xi)} = \int_{V_{(\xi)}} \rho \bar{R}_{(\xi)}^w dV_{(\xi)}. \quad (2)$$

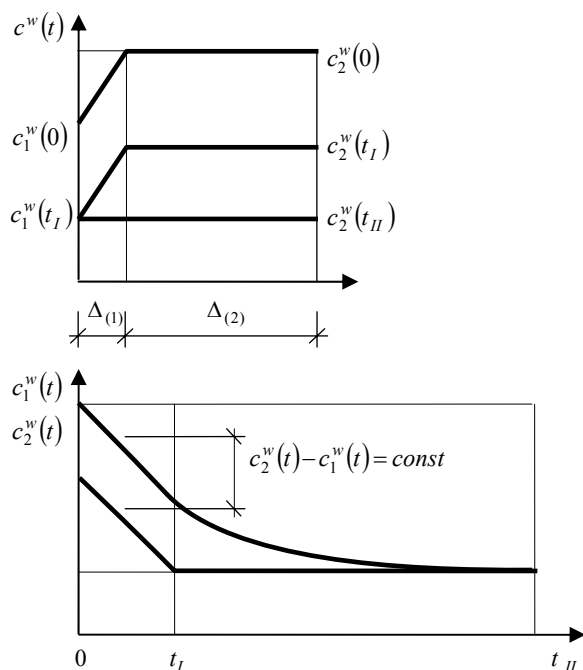
Wprowadzając granice całkowania

$$\begin{aligned} \int_{x_{(\xi)}^-}^{x_{(\xi)}^+} \int_{A_{(\xi)}} \rho \frac{\partial \bar{c}_{(\xi)}^w}{\partial t} dA_{(\xi)} dx + \int_{A_{(\xi)}} \frac{\partial J_{(\xi)}^w}{\partial x} n dA_{(\xi)} = \\ = \int_{x_{(\xi)}^-}^{x_{(\xi)}^+} \int_{A_{(\xi)}} \rho \bar{R}_{(\xi)}^w dA_{(\xi)} dx \end{aligned} \quad (3)$$

oraz uwzględniając twierdzenie o wartości średniej, bilans masy przyjmuje postać

$$\rho \frac{dc_{(\xi)}^w}{dt} \Delta_{(\xi)} + J_{(\xi)}^w n = \rho R_{(\xi)}^w \Delta_{(\xi)} \quad (4)$$

gdzie $c_{(\xi)}^w$, $R_{(\xi)}^w$ to średnie wartości koncentracji i źródła masy wilgoci w warstwie ξ .



Rys. 2. Rozkłady wilgoci w przestrzeni i w czasie.
Fig. 2. Rozkłady wilgoci w przestrzeni i w czasie.

Całkowite zmiany koncentracji w analizowanym układzie uzyskano, sumując powyższe równanie dla wszystkich warstw (porównaj rys. 1)

$$\sum_{\xi=1}^m \rho \frac{dc_{(\xi)}^w}{dt} \Delta_{(\xi)} + \sum_{\xi=1}^m (J_{(\xi)}^{w+} - J_{(\xi)}^{w-}) n = \sum_{\xi=1}^m \rho R_{(\xi)}^w \Delta_{(\xi)} \quad (5)$$

Na styku każdej z warstw spełniony jest warunek równości strumieni

$$J_{(\xi-1)}^{w+} - J_{(\xi)}^{w-} = 0 \quad (6)$$

oraz dla przepływów symetrycznych w osi symetrii układu zachodzi

$$J_{(m)}^{w+} = 0. \quad (7)$$

Uwzględniając powyższe zależności, uzyskano bilans masy dla układu warstwowego

$$\sum_{\xi=1}^m \rho \frac{dc_{(\xi)}^w}{dt} \Delta_{(\xi)} - J_{(1)}^{w-} n = \sum_{\xi=1}^m \rho R_{(\xi)}^w \Delta_{(\xi)}. \quad (8)$$

Po uśrednieniach ogólne równanie wysychania przypowierzchniowego przyjmuje postać

$$\left(\rho \frac{dc^w}{dt} - \rho R^w \right) \Delta = J_{(1)}^{w-} n \quad (9)$$

lub

$$\left(\rho dc^w - c_0^w H(t) - \rho R^w \right) \Delta = J_{(1)}^{w-} n \quad (10)$$

gdzie:

$$\rho \frac{dc^w}{dt} \Delta = \sum_{(\xi)} \rho \frac{dc_{(\xi)}^w}{dt} \Delta_{(\xi)} \quad (11)$$

$$R^w = \frac{1}{\Delta} \sum_{(\xi)} R_{(\xi)}^w \Delta_{(\xi)} \quad (12)$$

Na podstawie rów. 10 uzyskano bilans masy w pierwszym

$$\left(\rho dc^{wI}(t) - c_0^{wI} H(t) - \rho R^{wI}(t) \right) \Delta = J_{(1)}^{wI-}(t) n \quad (13)$$

i w drugim etapie suszenia

$$\left(\rho dc^{wII} - c_0^{wII} H(t) - \rho R^{wII} \right) \Delta = J_{(1)}^{wII-}(t) n \quad (14)$$

W przypadku symetrycznego układu dwuwarstwowego ($\xi = 1, 2$) przy liniowych rozkładach wilgoci w warstwie powierzchniowej (rys. 2) i braku gradientów zawartości wilgoci w warstwie środkowej, co przy spadających wskutek wysychania ich wartościach oznacza, że przepływy w tej części muru muszą być dużo szybsze, w wyniku czego gradienty są pomijalnie małe równania fizyczne na strumienie masy przyjmują postać (por. rys. 2)

$$J_{(1)}^{wl-}(t) = -k_{(1)}^{wl} \frac{c_2^{wl}(t) - c_1^{wl}(t)}{\Delta_{(1)}} \quad (15)$$

$$J_{(1)}^{wII-}(t) = -\frac{2}{3} k_{(1)}^{wII} \frac{c^{wII}(t) - c_1^{wII}}{\Delta_{(1)}} \quad (16)$$

3. TWIERDZENIE O WZAJEMNOŚCI

Rozważa się parę przepływów występujących łącznie w otoczeniu czasu t_I rozdzielającego pierwszy i drugi etap suszenia. Odpowiednio stężenie, źródło i strumienie masy w obu etapach suszenia oznaczono symbolami $c^{wl}(t)$, $R^{wl}(t)$, c_0^{wl} , $J_{(1)}^{wl-}(t)$, $c^{wII}(t)$, $R^{wII}(t)$, c_0^{wII} , $J_{(1)}^{wII-}(t)$.

Przemnażając spłotowo równanie (13) przez $c^{wII}(t)$ otrzymano

$$\Delta \left(\rho d c^{wl}(t) - c_0^{wl} H(t) - \rho R^{wl}(t) \right) * c^{wII}(t) = J_{(1)}^{wl-}(t) * c^{wII}(t) \quad (17)$$

i analogicznie przemnażając (14) przez $c^{wl}(t)$ uzyskano

$$\Delta \left(\rho d c^{wII}(t) - c_0^{wII} H(t) - \rho R^{wII}(t) \right) * c^{wl}(t) = J_{(1)}^{wII-}(t) * c^{wl}(t) \quad (18)$$

gdzie:

$$f_1 * f_2 = \int_{t_I - \delta t}^{t_I + \delta t} f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau,$$

δt – zakres etapu przejściowego między pierwszym i drugim etapem suszenia.

Przy założeniu

$$d c^{wl}(t) * c^{wII}(t) = d c^{wII}(t) * c^{wl}(t) \quad (19)$$

i elementarnych przekształceniach uzyskano końcową postać tożsamości

$$\begin{aligned} & \left(c_0^{wII} H(t) * c^{wl}(t) - c_0^{wl} H(t) * c^{wII}(t) \right) \Delta + \\ & + \left(\rho R^{wII}(t) * c^{wl}(t) - \rho R^{wl}(t) * c^{wII}(t) \right) \Delta \\ & J_{(1)}^{wII-}(t) * c^{wl}(t) - J_{(1)}^{wl-}(t) * c^{wII}(t) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Jeżeli w otoczeniu czasu t_I rozdzielającego pierwszy i drugi etap suszenia pominąć wpływ warunków początkowych oraz źródeł to zachodzi

$$J_{(1)}^{wII-}(t) * c^{wl}(t) - J_{(1)}^{wl-}(t) * c^{wII}(t) = 0 \quad (21)$$

Po podstawieniu wyrażeń na strumienie masy (rów. 15, 16), tj.

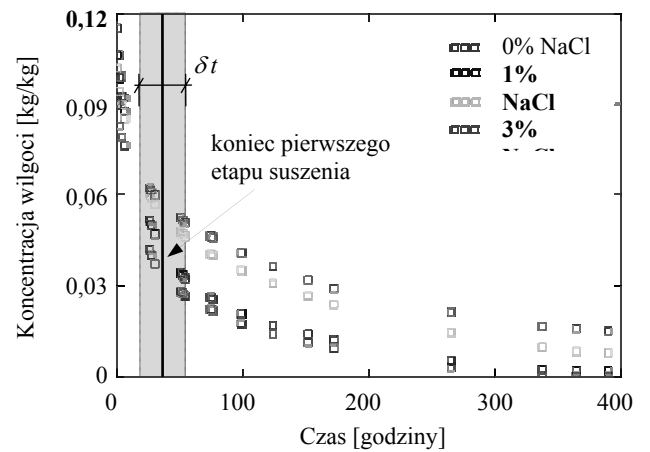
$$\begin{aligned} & -\frac{2}{3} k_{(1)}^{wII} \frac{c^{wII}(t) - c_1^{wII}}{\Delta_{(1)}} * c^{wl}(t) + \\ & + k_{(1)}^{wl} \frac{c_2^{wl}(t) - c_1^{wl}(t)}{\Delta_{(1)}} * c^{wII}(t) = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

wyrażenie na współczynnik kinetyczny w drugim etapie suszenia przyjmuje postać

$$\begin{aligned} k_{(1)}^{wII} &= \\ &= \frac{3}{2} k_{(1)}^{wl} \frac{(c_2^{wl}(t) - c_1^{wl}(t)) * c^{wII}(t)}{(c^{wII}(t) - c_1^{wII}) * c^{wl}(t)} \end{aligned} \quad (23)$$

4. WSPÓŁCZYNNIK TRANSPORTU

W celu określenia współczynników transportu wilgoci w trakcie suszenia wyznaczono funkcje suszenia dla próbek z cegły ceramicznej z badań eksperymentalnych dla wodnych roztworów soli o różnym zasoleniu. Próbki były moczone w czystej wodzie, w roztworach 0.1%, 0.3% oraz 0.8% NaCl aż do osiągnięcia stałej masy w stałej temperaturze otoczenia 20°C i wilgotności względnej równej 70%. Następnie na podstawie ubytków masy próbek wyznaczono koncentracje roztworów soli i zarazem koncentracje wilgoci w funkcji zasolenia (rys. 2).



Rys. 2. Kinetyka suszenia cegły ceramicznej.
Fig. 2. Drying kinetics of ceramic brick.

Wyniki pomiarów wraz z rezultatami uzyskanymi w punkcie 2 i 3 pozwoliły uzyskać poszukiwane parametry modelu, które umieszczono w tab. 1.

Tabela 1. Współczynniki transportu.
Tabel 1. The transport coefficients.

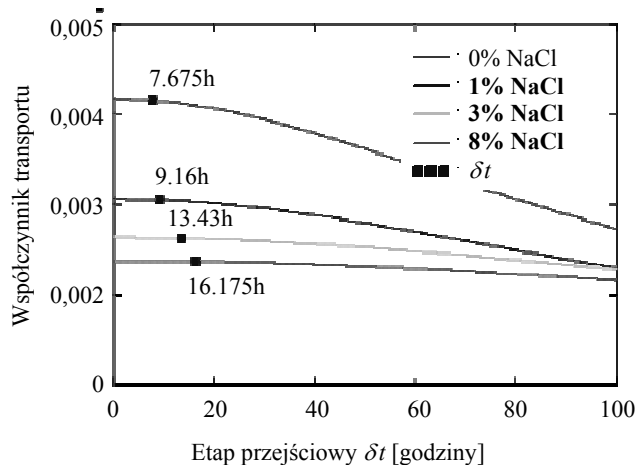
Roztwór	Czas końca pierwszego etapu suszenia t_I [h]	Współczynnik transportu w pierwszym etapie suszenia $k_{(i)}^{wl}$ [kg/(m·h)]
0% NaCl	19.11	3.954
1% NaCl	16.20	2.579
3% NaCl	14.10	2.041
8% NaCl	10.53	1.726

Podstawiając te parametry do zależności 23, tj.:

$$k_{(i)}^{wII} = \frac{\int_{t_I - \frac{\delta t}{2}}^{t_I + \frac{\delta t}{2}} \left(c_2^{wl}(t - \tau) - c_1^{wl}(t - \tau) \right) c^{wII}(\tau) d\tau}{\int_{t_I - \frac{\delta t}{2}}^{t_I + \frac{\delta t}{2}} \left(c^{wII}(t - \tau) - c_1^{wII} H(t - \tau) \right) c^{wl}(\tau) d\tau} \quad (24)$$

uzyskano rozkłady współczynnika transportu w drugim etapie suszenia $k_{(i)}^{wII}$ w funkcji zakresu etapu przejściowego δt co zobrazowano na rys. 3. Pozwoliło to na wyznaczenie zakresu etapu przejściowego δt , w zależności od zasolenia, zgodnie z poniższym kryterium

$$\frac{k_{(i)}^{wl} - k_{(i)}^{wII}(\delta t)}{k_{(i)}^{wl}} 100\% \leq 0.5\% . \quad (25)$$



Rys. 3. Współczynnik transport $k_{(i)}^{wII}(\delta t)$.

Fig. 3. The transport coefficients $k_{(i)}^{wII}(\delta t)$.

5. PODSUMOWANIE

Z porównania obu metod wynika duża zgodność wartości współczynnika transportu przy wyliczeniu z twierdzeniu o wzajemności oraz z wymogu, aby na granicy różnych form transportu wilgoci zachodziła równość strumieni. Wynika stąd, iż uśrednianie uzyskamy z twierdzenia o wzajemności prowadzi do wiarygodnego oszacowania współczynnika transportu oraz zakresu etapu przejściowego pomiędzy stałą i malejącą prędkością suszenia.

SYMMETRY OF FLOW EQUATIONS FLUID DURING DRYING

The relationship of the liquid flow in the first and second stages of drying, i.e. when the speed of drying is constant and decreasing was analyzed. Using the symmetry of the flow equations it was obtained a restriction for the flow of moisture in the layers of porous material.

Literatura

- [1] Kubik J. *Przepływy wilgoci w materiałach budowlanych*, OWPO Opole 2000
- [2] Kubik J., Świrska J., Wyrwał J. *Popowodziowe zawilgocenie budowli*, OWPO Opole 1999