

ZASTOSOWANIE OKIEN O PŁASKIEJ CHARAKTERYSTYCE WIDMOWEJ DO BEZPOŚREDNIEGO OBLICZANIA FAZORA W SIECIACH ELEKTROENERGETYCZNYCH

Krzysztof DUDA¹, Szymon BARCZENTEWICZ², Andrzej BIENIŃSKI³

1. AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie,
Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej
tel.: 12 617 28 41, e-mail: kduda@agh.edu.pl
2. AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie,
Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej
tel.: 12 617 28 57, e-mail: barczent@agh.edu.pl
3. AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie,
Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej
tel.: 12 617 28 57, e-mail: abien@agh.edu.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono wyniki zastosowania okna czasowego o płaskiej charakterystyce amplitudowej do obliczania fazora w sieciach elektroenergetycznych. Otrzymane wyniki porównano do wyników uzyskanych dla okna prostokątnego i okna Hanna. Do określenia właściwości porównywanych metod obliczeniowych wykorzystano niektóre z testów zgodności standardu IEEE *Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems*, oraz zdefiniowane tam błędy TVE (*total vector error*) i FE (*frequency error*). Otrzymane wyniki wskazują, że okna o płaskiej charakterystyce widmowej pozwalają istotnie poprawić dokładność estymacji fazora zwłaszcza w stanie ustalonym.

Słowa kluczowe: fazor, okno czasowe, dyskretne przekształcenie Fouriera DFT.

1. WSTĘP

Standard IEEE [1, 2] definiuje pojęcie fazora, synchrofazora (czyli fazora obliczanego względem czasu referencyjnego) oraz testy zgodności dla pomiarów tych wielkości w systemach elektroenergetycznych. Synchrofazory mierzone są za pomocą PMU (*phasor measurement unit*). Synchrofazory stosuje się do nadzoru sieci elektroenergetycznej oraz do sterowania siecią elektroenergetyczną [3, 4]. Spośród wielu dostępnych metod estymacji częstotliwości [5, 6] do obliczania fazora wykorzystuje się głównie metody bazujące na dyskretnym przekształceniu Fouriera DFT (*Discrete Fourier Transform*) [7-10]. Niestety, w przypadku gdy sygnał dyskretny nie jest okresowy analiza DFT jest obciążona przeciekami widmowymi oraz błędami estymacji fazy, częstotliwości i amplitudy spowodowanymi próbkowaniem ciągłego widma sygnału dyskretnego przez DFT [11-12]. W celu zmniejszenia tych błędów estymacji stosowane są odpowiednie okna czasowe oraz algorytmy interpolowanego DFT [9, 10]. Wiąże się to jednak z dodatkowym nakładem obliczeniowym, np. w algorytmach interpolowanego DFT konieczne jest obliczenie trzech, lub więcej, prążków DFT.

W niniejszej pracy przedstawiono możliwość zastosowania okien o płaskiej charakterystyce widmowej (*flat-top windows*) do bezpośredniego obliczania fazora. Okna takie zostały ostatnio zdefiniowane w [13]. Dzięki płaskiej charakterystyce widmowej możliwa jest dokładna estymacja amplitudy sygnału nawet w przypadku niesynchronicznej rejestracji, tj. niecałkowitej liczby okresów, co w praktyce jest typowym zjawiskiem spowodowanym naturalną fluktuacją częstotliwości podstawowej w sieci elektroenergetycznej.

1.1. Definicja fazora

Dla sygnału $x(t)$ z czasem ciągłym:

$$x(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \varphi) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (1)$$

fazor jest zdefiniowany jako [1]:

$$X = (A/\sqrt{2})e^{j\varphi} = A_r + jA_i \quad (2)$$

gdzie: f_0 – częstotliwość nominalna systemu [Hz],

φ – faza [rad],

A – amplituda w jednostkach mierzonych, np. [V].

Jeżeli amplituda i faza sygnału (1) zmieniają się w czasie, co można zapisać następująco:

$$x(t) = A(t) \cos(2\pi f_0 t + 2\pi \int g(t) dt + \varphi) \quad (3)$$

to fazor wyraża się zależnością:

$$X(t) = (A(t)/\sqrt{2})e^{j(2\pi \int g(t) dt + \varphi)} \quad (4)$$

gdzie: $g(t) = f_{in}(t) - f_0$ – różnica pomiędzy aktualną a nominalną częstotliwością systemu.

Dla częstotliwości nominalnej 50 Hz standard [1] zaleca obliczanie fazora 50, 25 lub 10 razy na sekundę.

1.2. Analiza DFT i okna czasowe

Fazor obliczany jest na podstawie dyskretnej wersji sygnału (3):

$$x[n] = A \cos(2\pi f_{in} n\Delta t + \varphi) \quad (5)$$

gdzie: n – numer próbki (indeks czasu) $n=0, \dots, N-1$
 Δt – okres próbkowania [s].

DFT dyskretnego sygnału $x[n]$ jest następujące:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (6)$$

gdzie: k – numer prążka DFT (indeks częstotliwości).

Częstotliwość f_k [Hz] odpowiadająca indeksowi k wynosi:

$$f_k = \frac{k}{N\Delta t} = k \frac{f_s}{N} = k\Delta f \quad (7)$$

gdzie: f_s – częstotliwość próbkowania [Hz],
 $\Delta f = f_s/L$ – krok częstotliwości DFT [Hz].

W praktyce na podstawie (7) dobiera się taką częstotliwość próbkowania, aby w jednym okresie częstotliwości nominalnej, tj. 50 Hz, mieściła się całkowita liczba próbek. Np. dla $f_s=6450$ Hz i $f_{k=1}=f_0=50$ Hz w jednym okresie 50 Hz mieści się $N=129$ próbek, a częstotliwość sygnału jest równa częstotliwości prążka DFT z indeksem $k=1$. Dla pięciu okresów 50 Hz $N=645$ i $f_{k=5}=f_0=50$ Hz.

W celu poprawy dokładności estymacji częstotliwości i amplitudy za pomocą DFT stosuje się okna czasowe $w[n]$ inne niż prostokątne [11, 12]

$$v[n] = w[n]x[n]. \quad (8)$$

Okna o płaskiej charakterystyce amplitudowej [13] są oknami kosinusowymi w postaci

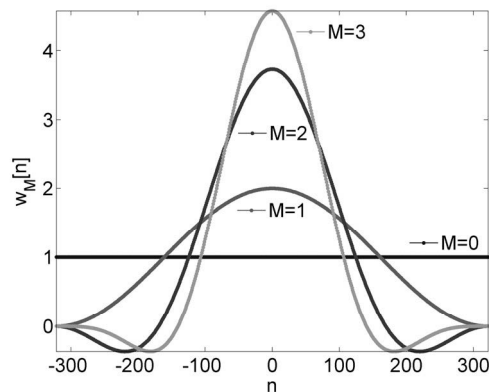
$$w_M[n] = \sum_{m=0}^M a_M[m] \cos(m \frac{\pi}{L} n), \quad n = -L, \dots, L \quad (9)$$

gdzie: M – rząd okna, $a_M[m]$ – współczynniki okna.

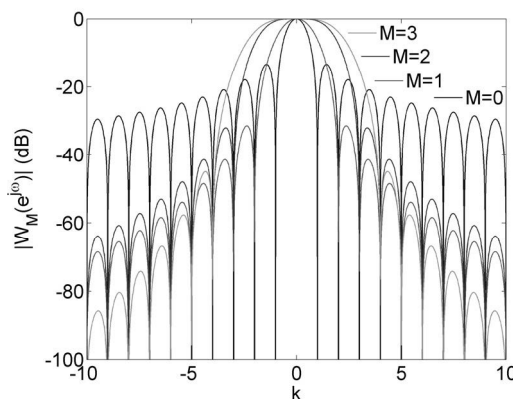
Długość okna (9) wynosi $N=2L+1$ próbek. Jest ono zdefiniowane dla indeksów ujemnych i dodatnich, jednak po obliczeniu okna wg (9) można je stosować do analizy DFT z indeksowaniem od 0 do $N-1$, takim jak w definicji (6).

Poprzez dobór współczynników okna $a_M[m]$ z definicji (9) można otrzymać m.in.: okno Hanna, okno Hamminga, okno Blackmana, okno Nuttala, okna Rifea-Vincenta oraz okna MSD (*maximum sidelobe decay*). Dla $M=0$ i $a_0=1$ (9) definiuje okno prostokątne, a dla $M=1$ i $a_1=[1 \ 1]$ okno Hanna. Rysunek 1 przedstawia okno prostokątne i okno Hanna o długości $N=645$ próbek. Na tym samym rysunku przedstawione są okna o płaskiej charakterystyce amplitudowej zdefiniowane w [13]. Współczynniki tych okien są następujące $a_2=[1,001552795031 \ 1,862800151461 \ 0,861247356430]$ i $a_3=[1,001552795031 \ 1,928724704465$

1,283164496089 \ 0,355992586654]. Charakterystyki amplitudowe powyższych okien pokazane są na rysunku 2. Okno prostokątne ($M=0$) ma najwyższy listek główny, Zwiększanie rzędu okna M powoduje poszerzenie listka głównego. Okno Hanna ($M=1$) oraz okno $M=2$ mają takie same tłumienia pierwszego listka bocznego, ale okno $M=2$ ma płaski listek główny.



Rys. 1. Przebiegi czasowe okien: $M=0$ okno prostokątne, $M=1$ okno Hanna, $M=2$ i $M=3$ okna o płaskiej charakterystyce amplitudowej



Rys. 2. Charakterystyki amplitudowe okien z rysunku 1

1.3. Obliczanie fazora za pomocą DFT

Moduł fazora liczony jest jako moduł prążka DFT okienkowanego sygnału, a faza jako faza tego prążka:

$$A = 2 |V[k]| / N, \quad \varphi = \angle V[k] \quad (10)$$

gdzie: $V[k]$ – prążek DFT okienkowanego sygnału (8) odpowiadający częstotliwości nominalnej f_0 .

Aktualna częstotliwość obliczana jest jako pochodna fazy po czasie (przybliżana różnicą wstecz):

$$f_{in}[m] = f_0 + f_f \frac{\varphi[m] - \varphi[m-1]}{2\pi} \quad (11)$$

gdzie: m – indeks czasu określający częstość obliczania fazora, f_f – częstotliwość obliczania fazora.

Jeżeli fazor obliczany jest w oknie o długości N próbek przesuwającym po sygnale o całą długość okna, tzn. kolejne fragmenty analizowanego sygnału nie zachodzą na siebie, to $f_f = f_s/N$. Jeżeli fazor obliczany jest w oknie przesuwającym po sygnale o jedną próbkę, to $f_f = f_s$.

W przypadku, gdy $f_{in}=f_0$, tj. aktualna, obserwowana częstotliwość systemu równa jest częstotliwości nominalnej, fazor reprezentowany jest dokładnie przez prążek DFT, którego częstotliwość odpowiada częstotliwości nominalnej systemu elektroenergetycznego. W przypadku ustalonym, gdy aktualna częstotliwość f_{in} jest stała, ale różna od częstotliwości nominalnej, tj. $f_{in}\neq f_0$, fazor wiruje na płaszczyźnie zespolonej, np. standard [1, tabela 2] podaje wartości fazora dla częstotliwości 51 Hz obliczanego 10 razy na sekundę.

Jeżeli $f_{in}\neq f_0$, to różnica $f_{in} - f_0$ wpływa na obliczenia fazora zgodnie z (4). W takim przypadku należy skorygować fazę obliczoną wg (10) w następujący sposób:

$$\varphi_k[m] = \varphi[m] - \frac{\varphi[m-1] - \varphi[m-2]}{2} \quad (12)$$

gdzie: $\varphi_k[m]$ – skorygowana wartość fazy.

3. WYNIKI BADAŃ

Wpływ rodzaju okna na wyniki estymacji fazora został określony poprzez TVE (*total vector error*) i FE (*frequency error*) dla 10 sekundowej obserwacji sygnału. Błędy te zdefiniowane są w standardzie [1] następująco:

$$TVE = 100 \frac{|X_{measured} - X_{true}|}{|X_{true}|} \quad (\%) \quad (13)$$

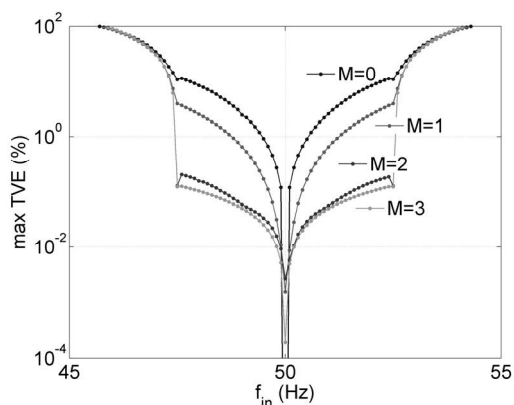
$$FE = |f_{true} - f_{measured}| \quad (Hz) \quad (14)$$

gdzie: *measured* – oznacza wartość estymowaną,
true – zadaną wartość prawdziwą.

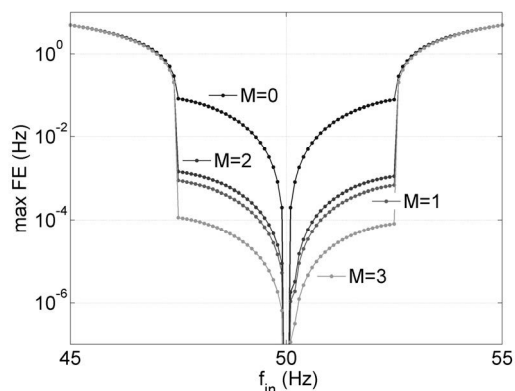
Przyjęto częstotliwość próbkowania $f_s=6450$ Hz oraz długość okna $N=645$ próbek, tj. 5 okresów częstotliwości 50 Hz. Okno przesuwano wzdłuż sygnału o $N=645$ próbek, tzn. obliczano fazor 10 razy na sekundę. Wykresy na rysunkach 3-6 przedstawiają błędy maksymalne uzyskane w trakcie 10 sekundowych pomiarów.

3.1. Stan ustalony

W stanie ustalonym (*steady-state compliance* [1]) zmieniano aktualną częstotliwość f_{in} sygnału testowego w zakresie od 45 Hz do 50 Hz. Podczas 10 sekundowego pomiaru częstotliwość ta nie zmieniała się. Maksymalny, procentowy błąd TVE przedstawiony jest na rysunku 3.



Rys. 3. Maksymalny błąd TVE w zależności od aktualnej częstotliwości



Rys. 4. Maksymalny błąd FE w zależności od aktualnej częstotliwości

Zastosowanie okien o płaskiej charakterystyce amplitudowej owocuje znaczącą poprawą dokładności estymacji fazora. Dla $f_{in}=50\pm 2,5$ Hz uzyskano ok. 30-krotne zmniejszenie błędu TVE z 3,67 % w przypadku okna Hanna do 0,12 % dla okna $M=3$.

Rysunek 4 przedstawia błąd pomiaru częstotliwości. Również w tym przypadku zdecydowanie najlepsze wyniki uzyskano dla okna $M=3$.

3.2. Stan dynamiczny

W stanie dynamicznym (*dynamic compliance* [1]) wygenerowano 10 sekundowy sygnał testowy z jednoczesną modulacją amplitudy i fazy zdefiniowany w [1]:

$$x(t) = X_m(1 + k_x \cos(\omega_m t)) \cos(\omega_0 t + k_a \cos(\omega_m t - \pi)) \quad (15)$$

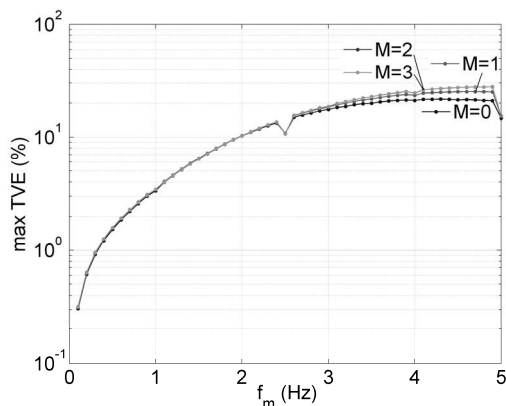
gdzie: k_x – współczynnik głębokości modulacji amplitudowej,
 k_a – współczynnik głębokości modulacji fazowej,
 ω_m – pulsacja modulacji [rad/s], $\omega_m = 2\pi f_m$.

Błąd TVE w stanie dynamicznym przedstawiony jest na rysunku 5, a błąd FE na rysunku 6. W obu przypadkach $k_x=0,1$ i $k_a=0,1$. Wpływ rodzaju okna na błędy estymacji fazora nie jest tak zauważalny jak w przypadku stanu ustalonego. Zastosowanie okna $M=3$ pozwala nieznacznie zmniejszyć błędy estymacji częstotliwości.

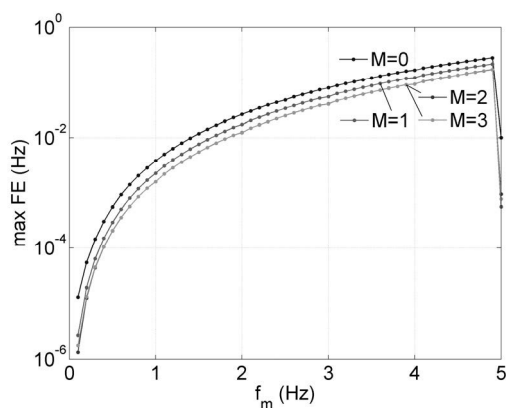
4. WNIOSKI KOŃCOWE

Przeprowadzone badania wskazują, że okna z płaską charakterystyką amplitudową są odpowiednie dla bezpośredniego obliczania fazora za pomocą DFT. Pozwalają one znacznie poprawić dokładność estymacji w porównaniu do okna prostokątnego i Hanna, szczególnie w stanie ustalonym, tzn. gdy częstotliwość systemu jest różna od znamionowej i praktycznie nie zmienia się w oknie obserwacji.

Bezpośrednie wyznaczanie fazora na podstawie jednego prążka DFT ma złożoność obliczeniową rzędu N , ale złożoność ta może być zredukowana za pomocą rekursywnych metod obliczania DFT. Stosowanie algorytmów FFT, do obliczania fazora, jest bezzasadne ponieważ wymagany jest tylko jeden prążek. Obliczanie fazora z próbki na próbkę można przeprowadzić za pomocą splotu dyskretnego z wykorzystaniem filtra FIR. Wówczas częstotliwość raportowania [1] jest taka sama jak częstotliwość próbkowania sygnału.



Rys. 5. Maksymalny błąd TVE w zależności od częstotliwości modulacji



Rys. 6. Maksymalny błąd FE w zależności od częstotliwości modulacji

5. BIBLIOGRAFIA

1. Synchrophasor Measurements for Power Systems, IEEE Standard C37.118.1-2011, Dec. 2011.
2. Synchrophasor Measurements for Power Systems—Amendment 1: Modification of Selected Performance Requirements, IEEE Standard C37.118.1a, Apr. 2014.
3. Phadke A. G., Thorp J. S.: Synchronized Phasor Measurements and Their Applications, Springer, 2008.

4. Phadke A. G., Thorp J. S.: Computer Relaying For Power Systems, John Wiley and Sons, 2009.
5. Zieliński T. P., Duda K.: Frequency and damping estimation methods – an overview, Metrology and Measurement Systems, Nr 4 (18), 2011, s. 505–528.
6. Duda K., Zieliński T. P.: Efficacy of the Frequency and Damping Estimation of Real-value Sinusoid, IEEE Instrumentation & Measurement Magazine, April 2013 s. 48–58.
7. Premerlani W., Kasztenny B., Adamiak M.: Development and implementation of a synchrophasor estimator capable of measurements under dynamic conditions, IEEE Trans. Power Del., Nr 1 (23), Jan. 2008, s. 109–123.
8. Macii D., Petri D., Zorat A.: Accuracy Analysis and Enhancement of DFT-based Synchrophasor Estimators in Off-nominal Conditions, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Nr 10 (61), Oct. 2012, s. 2653-2664.
9. Belega D., Petri D.: Accuracy Analysis of the Multicycle Synchrophasor Estimator Provided by the Interpolated DFT Algorithm, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Nr 5 (62), May 2013, s. 942-953.
10. Barcentewicz Sz., Borkowski D., Duda K.: Compliance Verification of the Phasor Estimation Based on Bertocco-Yoshida Interpolated DFT with Leakage Correction, Signal Processing: Algorithms, Architectures, Arrangements, and Applications (SPA), 2013, 26-28 Sept. 2013, s. 61-64.
11. Oppenheim A.V., Schafer R.W., Buck J.R.: Discrete-Time Signal Processing, 2nd Edition, Prentice-Hall, 1999.
12. Harris F. J.: On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform, Proc. IEEE, vol. 66, s. 51–83, 1978.
13. Duda K., Zieliński T. P., Barcentewicz Sz.: Perfectly Flat-Top and Equiripple Flat-Top Cosine Windows, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, przyjęte do publikacji.

Praca finansowana ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju NCBIR PBS1/A4/6/2012.

APPLICATION OF FLAT-TOP WINDOWS FOR DIRECT PHASOR ESTIMATION IN ELECTRIC POWER SYSTEMS

This paper presents results of direct phasor estimation by DFT with application of flat-top windows. Results obtained with rectangular window and Hann window are also presented for comparison. The quality of the phasor estimation is evaluated by TVE (total vector error) and FE (frequency error) as defined in the IEEE Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems. The application of flat-top windows resulted in significant reduction of TVE in steady-state compliance tests. For actual frequency $f_{in}=50\pm 2,5$ Hz maximum TVE was reduced about 30 times as compare to Hann window. The smallest maximum FE errors were also obtained for flat-top window. In dynamic compliance tests flat-top windows performed only slightly better than Hann window and rectangular window in frequency estimation, and maximum TVE error is even slightly higher than for rectangular window for modulating frequency above 2,5 Hz. Straightforward computation of the phasor based on one DFT bin has computational complexity N . Application of FFT algorithms is not advised, because only one DFT bin is required. The phasor may be computed on sample by sample basis by discrete time convolution with FIR filter. In that case reporting frequency is the same as the sampling frequency of the signal.

Keywords: phasor, time window, Discrete Fourier Transform.