

## PROBLEM WYZNACZANIA NIEPEWNOŚCI POMIARU WARTOŚCI PRZEMIESZCZEŃ PODCZAS PRÓBNEGO OBCIĄŻENIA OBIEKTU MOSTOWEGO

Krzysztof ZIOPAJA  
Politechnika Poznańska, Instytut Inżynierii Lądowej

W pracy przedstawiono problematykę wyznaczania niepewności pomiaru przemieszczeń pionowych przęsła mostu (służące do wyznaczenia ugięcia) rejestrowanych podczas przeprowadzania próbnego obciążenia statycznego. Oprócz potrzebnej terminologii z obszaru metrologii podano podstawowe wzory i metody szacowania niepewności pomiaru. Sformułowano różne grupy czynników wpływających na pomiar, a do określenia ich niepewności posłużono się odpowiednimi dokumentami, wiedzą ogólną, własnymi analizami numerycznymi i doświadczeniem zawodowym. Wykonano przykłady oszacowania wielkości niepewności przemieszczenia pionowego (określonego teoretycznie) dla różnych technik pomiarowych i przy założonych, różnych zewnętrznych czynnikach wpływających.

**Słowa kluczowe:** próbne obciążenie obiektu mostowego, pomiar przemieszczeń pionowych, niepewność pomiaru

### 1. WSTĘP

Jednym z elementów badań odbiorczych mostów jest próbne obciążenie statyczne, które jest ważne zarówno ze względów formalnych jak i naukowo-poznawczych. Do prawidłowej oceny obiektu mostowego niezbędne jest przeprowadzenie podczas próbnego obciążenia pomiarów uogólnionych przemieszczeń i odkształceń. Rutynową praktyką jest porównywanie wielkości mierzonych z wartościami wyznaczanymi analitycznie. Normą jest również opracowywanie projektu próbnego obciążenia, który określa cel, rodzaj i ogólny zakres badań, lokalizację punktów pomiarowych, rodzaj balastu i jego rozmieszczenie, liczbę i rodzaj urządzeń pomiarowych. Od prawidłowo zaprojektowanego i przeprowadzonego próbnego obciążenia zależy dokładność wyników oraz ich analiza, która jest podstawą oceny badanego obiektu. Chodzi o to aby pomiary wykonywane w zróżnicowanych warunkach terenowych zapewniały wysoką jakość<sup>1</sup> (precyzję i użyteczność), także w ujęciu metrologicznym.

---

<sup>1</sup> wiarygodność.

## 2. WYMAGANIA FORMALNE

Według [7] laboratoria wykonujące próbné obciążenia mostów muszą posiadać osobowość prawną, odpowiednią kategorię jako jednostki naukowo-badawcze<sup>2</sup> oraz mieć wdrożony system zapewnienia jakości ISO 17025 zgodny z PN-EN [14]. Formalnym uznaniem, że laboratorium kompetentnie funkcjonuje w obszarze działalności, którą prowadzi, jest uzyskanie akredytacji nadawanej przez Polskie Centrum Akredytacji (PCA). Jednym z głównych narzędzi, służących uwierzytelnieniu i walidacji różnych metod pomiarowych stosowanych przez różne laboratoria badawcze jest badanie biegłości<sup>3</sup>. Pierwsze tego typu badanie porównawcze (tzw. porównanie międzylaboratoryjne, ang. *ILC – Inter-laboratory Comparisons*), związane z przeprowadzaniem próbnego obciążenia statycznego i dynamicznego wiaduktu drogowego, w którym brały udział cztery laboratoria zostało opisane w [12]. W pracy [13] zgodnie z normą ISO 17043 podano wskaźnik  $\zeta$  oceny wyników pomiarów, uzyskanych przez dwa lub więcej zespoły badawcze, opisany poniższym wzorem:

$$\zeta = \frac{x - X}{\sqrt{u_{lab}^2 + u_{av}^2}}, \quad (1)$$

gdzie:

$x$  – wartość uzyskana przez laboratorium ubiegające się o akredytację,

$X$  – wartość uzyskana przez laboratorium akredytowane,

$u_{lab}$  – złożona niepewność standardowa laboratorium ubiegającego się o akredytację,

$u_{av}$  – złożona niepewność standardowa laboratorium akredytowanego.

Ostateczną ocenę wyników pomiarów przeprowadza się w zależności od uzyskanej wartości wskaźnika  $\zeta$  w następujący sposób:

- $|\zeta| \leq 2,0$  – wyniki uznaje się za satysfakcjonujące, niewywołujące sygnałów ostrzegawczych,
- $2,0 < |\zeta| < 3,0$  – wyniki są wątpliwe (wyraźny sygnał ostrzegawczy),
- $|\zeta| \geq 3,0$  – wyniki uznaje się za niesatysfakcjonujące.

Analiza wzoru (1) prowadzi do ogólnego wniosku, że przy niedużych różnicach pomiędzy wartościami  $x$  i  $X$  (sytuacja pożądana), im niepewność standardowa jest mniejsza, tym większa jest wartość wskaźnika  $\zeta$ .

Ogólną dyskusję problematyki formalnych uwarunkowań stosowania próbných obciążeń mostów przed oddaniem ich do eksploatacji w dwunastu krajach

<sup>2</sup> zgodnie z Dz.U. 2010.96.615 kategoria jednostki naukowej powinna być następująca: A+, A lub przynajmniej B.

<sup>3</sup> wg wytycznych PCA zawartych w dokumencie DA-05 *Polityka dotycząca uczestnictwa w badaniach biegłości*.

Europejskich (łącznie z Polską) można znaleźć w [8]. Z artykułu wynika, że wymóg wykonywania próbnych obciążeń odbiorczych dla nowych obiektów obowiązuje w czterech spośród 12stu przeanalizowanych krajów. W pozostałych krajach próbne obciążenie jest traktowane, jako narzędzie służące do weryfikacji konstrukcji prototypowych, konstrukcji wzmacnianych, prowadzenia prac naukowo-badawczych czy oceny zdolności transportowych (obciążeń ponadnormatywnych). W krajach takich jak Holandia, Norwegia czy Niemcy próbne obciążenia odbiorcze są wykonywane tylko w określonych sytuacjach. Podstawową gwarancją jakości i trwałości mostu jest prawidłowe stosowanie zasad projektowania według norm zharmonizowanych i przestrzeganie wymagań technologicznych.

### 3. PRÓBNE OBCIĄŻENIE MOSTU

Badania mostów z użyciem środków obciążających wykonywane są w Polsce ze względu na wymagania zawarte w przepisach GDDKiA [7] oraz w tzw. standardach technicznych PKP PLK [18]. Stanowią one swoiste uzupełnienie zasad przeprowadzania próbnych obciążeń określonych w polskich normach [15,16]. Monografie podejmujące tematykę badań obiektów mostowych [10,17] oraz artykuły w prasie technicznej często wskazują na brak ujednoczenia i kompletności zasad wykonywania próbnych obciążeń mostów z punktu widzenia stosowania metod badawczych, mierzonych wielkości czy interpretacji wyników. Wprowadzenie wymogu posiadania przez jednostki badawcze akredytacji PCA jest jednym z działań mających unormować tę sytuację poprzez zapewnienie przeprowadzania pomiarów i badań zgodnie z najlepszą praktyką.

Niniejszy artykuł, w swym założeniu, odnosi się do próbnego obciążenia statycznego obiektów drogowych przeprowadzanego przed oddaniem obiektu do eksploatacji. Niektóre z zasad wykonywania próbnych obciążeń, wyczerpująco opisanych w [7,10], zostaną poniżej przytoczone z uwagi na ich powiązanie z istotą pomiaru, a co za tym idzie z problematyką szacowania niepewności.

Próbne obciążenie statyczne jest badaniem, które przede wszystkim pozwala ustalić charakter pracy konstrukcji (sprężysty), a z uzyskanych pomiarów można określić sztywność konstrukcji, a także poziom wyężenia elementów w stosunku do obciążeń normatywnych. Ustalenie wartości obciążenia przeprowadza się na podstawie analiz statycznych modeli numerycznych konstrukcji. Najczęściej, jako obciążenia, wykorzystywane są 3- lub 4-osiowe pojazdy ciężarowe<sup>4</sup> załadowane żwirem. Dobór rodzaju, ilości i sposobu ustawienia uzależniony jest od analizowanej wielkości statycznej (np. momentu zginającego, reakcji) czy deformacji (np. maksymalne ugięcie przęsła, poprzecznego rozdziału obciążenia). Według [10] podstawowa weryfikacja modeli obliczeniowych po-

---

<sup>4</sup> pojazdy ważone są za pomocą legalizowanych wag, a pomiar ich masy jest odnotowywany celem weryfikacji.

winna przewidzieć co najmniej dwa schematy ustawienia obciążenia na przęśle służące do:

- określenia sztywności dźwigarów głównych na zginanie (przy osiowo rozmieszczonym obciążeniu względem osi podłużnej przęsła),
- oceny współpracy poprzecznej dźwigarów i ew. sztywności na skręcanie (przy niesymetrycznym ustawieniu obciążenia względem osi podłużnej przęsła).

Normy [15,16] oraz przepisy GDDKiA [7] definiują zakresy wartości sił wewnętrznych lub reakcji, które mają być wywołane w rzeczywistej konstrukcji (wskutek próbnego obciążenia) do charakterystycznych lub obliczeniowych obciążeń normatywnych w zależności od typu (materiału) mostu. Zaleca się aby dla mostów stalowych próbne obciążenie statyczne wywołało od 75% do 85% skutków normatywnego obciążenia obliczeniowego zgodnego z określoną klasą. Natomiast dla mostów betonowych i zespolonych próbne obciążenie powinno wywołać od 75% do 100% skutków normowego, charakterystycznych obciążenia ruchomego określonej klasy. Brak jest w tej kwestii pełnej jednoznaczności.

Próbne obciążenie pozwala dokonać sprawdzenia poprawności modelu obliczeniowego, potwierdzić założenia projektowe, wykluczyć ewentualne błędy wykonawcze.

Podczas badania pod próbnym obciążeniem statycznym dokonywane są pomiary następujących wielkości:

- a) w typowych sytuacjach:
  - przemieszczenia pionowe przęsła,
  - osiadania podpór,
- b) w pozostałych sytuacjach:
  - odkształcenia jednostkowe dźwigarów głównych i/lub innych elementów konstrukcyjnych,
  - kąty obrotu,
  - przemieszczenia poziome (wzdłuż lub w poprzek osi przęsła).

Dobór aparatury pomiarowej jest kolejnym niezmiernie ważnym zagadnieniem, które zależy głównie od zakresu mierzonej wielkości, dostępności do badanych elementów konstrukcji (co bezpośrednio wpływa na dobór metody pomiarowej) czy dokładności urządzenia danego typu.

Próbne obciążenie statyczne wykorzystywane jest także, jako narzędzie do analizy istniejących obiektów mostowych. Pomijając kwestie określania nośności, badania takie są niezwykle atrakcyjne do wyznaczenia eksperymentalnych linii wpływu poprzecznego rozdziału obciążenia użytkowego (LWPRO), która odzwierciedla przestrzenną pracę przęsła. W pracy [5] zaprezentowano metodologię określania LWPRO, która uwzględniała zapewnienie reprezentatywności wyników badań i redukcję wpływu błędów poprzez dublowanie pomiarów (ponowne ustawianie pojazdów dla danego schematu, używanie dwóch urządzeń pomiarowych), wykonywanie badań w bezsłoneczne dni czy prowadzenie od-

czytów przez dwóch obserwatorów. We wspomnianej pracy dokonano także rachunku niepewności pomiarowych według [19] posługując się do oszacowania wpływów przypadkowych rozkładem t-Studenta, dla którego określono wartość minimalnej liczebności próby  $N=6$ .

W pracy [6] podsumowano badania pod próbnym obciążeniem statycznym 6 wiaduktów drogowych (3 o konstrukcji żelbetowej i 3 z betonu sprężonego). Wszystkie obiekty w przekroju poprzecznym są ustrojami belkowymi dwudźwigarowymi, o trapezowym kształcie dźwigara głównego. Przeprowadzona weryfikacja prętowych modeli numerycznych (w postaci płaskich, dwu- i czteroprzęsłowych ciągłych rusztów) pozwoliła dokonać porównań wartości sił wewnętrznych i ugięć uzyskanych pod próbnym obciążeniem statycznym i od wartości projektowych. Otrzymane wnioski wskazywały na niedostateczne odwzorowanie ustroju nośnego (szczególnie przy braku poprzecznic przęsłowych) za pomocą rusztu płaskiego. Lepszą zgodność wyników osiągnięto dla obiektów z betonu sprężonego niż w przypadku wiaduktów żelbetowych (co wynikało z przyjętych w modelach sztywnościach dźwigarów i parametrów betonu oraz z uplastycznieniu betonu i zarysowaniu dźwigarów w badanych obiektach).

#### 4. NIEPEWNOŚĆ POMIARU

Analiza niepewności pomiaru przemieszczenia pionowego konstrukcji przęsła mostu jest bardzo złożonym zagadnieniem. Wynika to między innymi z charakteru badań (badania terenowe), ograniczeń dostępności do konstrukcji, stosowania danej metody pomiaru, wpływem czynników atmosferycznych czy z wielkością badanego mostu. Odniesienie do metrologii wiąże ze sobą konieczność uwzględnienia zasad poprawnego wyznaczania niepewności pomiaru ugięcia w kontekście specyfiki i uwarunkowań próbnego obciążenia mostu.

Tak duża ilość czynników zewnętrznych wpływających na pomiar powoduje, że istnieje pewne prawdopodobieństwo, że na etapie definiowania wielkości mierzonej, doboru metody (sposobu) wykonania pomiaru czy podczas przeprowadzania pomiaru popełnimy pomyłkę. Doświadczenie podpowiada, że w celu właściwej oceny pracy konstrukcji mostu nie jest istotna duża precyzja pomiaru<sup>5</sup>, ale poprawność metodologiczna połączona z właściwym zrozumieniem i opisem modelu konstrukcji. Należy dążyć do zachowania rozsądnych proporcji pomiędzy oczekiwaną precyzją pomiaru a rzeczywistymi możliwościami jego uzyskania.

Do pewnego czasu określano niepewność wyniku jako błąd graniczny i był on najczęściej powiązany jedynie z parametrami metrologicznymi stosowanego urządzenia pomiarowego (np. rozdzielczością, błędami wskazań). W teorii błędów pojawia się pewny dysonans w odniesieniu do istoty podstawowych definicji. Rozchodzi się o pojęcie wartości prawdziwej wielkości mierzonej oraz

---

<sup>5</sup> czyli mała niepewność rozszerzona wyniku pomiaru.

o termin błąd pomiaru. Są to wielkości, których nie jesteśmy w stanie wyznaczyć (określić) ze 100% pewnością. W odpowiedzi na tą ułomność w teorii niepewności pomiarów wprowadzono pojęcie wyniku pomiaru, czyli estymacie wartości wielkości mierzonej oraz termin niepewność pomiaru. Obydwie wielkości są, przy określonych założeniach, w pełni wyznaczalne. Pojęcie błędu jest w teorii pomiarów użyteczne do właściwego zrozumienia dokładności pomiaru. Typowa klasyfikacja błędów wg [1] to błędy systematyczne i błędy przypadkowe.

Opis metod pomiaru przemieszczeń pionowych przęsł, z określeniem ich zalet i wad, stosowanych pod próbnym obciążeniem statycznym przedstawiono w [11]. Zwrócono uwagę na to, że należy stosować metody zapewniające właściwą niepewność pomiarów i krótko omówiono źródła niepewności dla typowych metod. Szczególną uwagę zwrócono na konieczność stosowania przyrządów pomiarowych umożliwiających prowadzenie ciągłej obserwacji konstrukcji pod obciążeniem, co umożliwiłoby kontrolę procesu stabilizacji przemieszczeń i skrócenie czasu obciążenia. Kompleksowy opis badań dużych obiektów mostowych pod próbnym obciążeniem statycznym i dynamicznym, z rejestracją i analizą wpływu temperatury, w oparciu o modele obliczeniowe uwzględniające szereg elementów niekonstrukcyjnych znajdziemy w [2,9].

#### 4.1. Podstawowa terminologia [3,4]

Analiza niepewności pomiarów jest jednym z podstawowych zagadnień, którymi zajmuje się metrologia. W celu wyjaśnienia i uściślenia terminologii związanej z szacowaniem niepewności pomiaru zebrano i poniżej zestawiono podstawowe definicje.

- Wielkość mierzona** – określona wielkość stanowiąca przedmiot pomiaru.
- Pomiar** – zbiór czynności (operacji) prowadzących do ustalenia wartości wielkości mierzonej.
- Dokładność pomiaru** – stopień zgodności wyniku pomiaru z wartością rzeczywistą wielkości mierzonej.
- Błąd pomiaru** – różnica między wynikiem pomiaru a wartością prawdziwą wielkości mierzonej.
- Niepewność pomiaru**<sup>6</sup> – parametr związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej.
- Niepewność rozszerzona** – wielkość określająca przedział wokół wyniku pomiaru, od którego to przedziału oczekuje się, że obejmuje dużą część rozkładu wartości, które

---

<sup>6</sup> w języku angielskim *uncertainty*.

w uzasadniony sposób można przypisać wielkości mierzonej (rys.1a).

**Spójność pomiarowa** – jest to właściwość pomiaru, którą w naszej dyscyplinie możemy interpretować jako zapewnienie odpowiedniej jakości i porównywalności badań poprzez: wykonywanie wzorcowań i sprawdzeń okresowych urządzeń pomiarowych, wykonywanie porównań międzylaboratoryjnych itp.

**Poziom ufności** –  $P=(1-\alpha)$ ; oznacza (najczęściej procentowe) prawdopodobieństwo, że wynik pomiaru mierzonej wielkości zawiera się w przedziale ograniczonym przez wielkość niepewności rozszerzonej. Wzór (2) uwzględnia określone prawdopodobieństwo  $P$  otrzymanego wyniku pomiaru:

$$P(x-U \leq x_p \leq x+U) = 1-\alpha, \quad (2)$$

gdzie:  $\alpha$  to wartość liczbowa  $\leq 0,05$  określająca prawdopodobieństwo, że prawdziwa wartość wielkości mierzonej znajduje się poza granicami przedziału określonego jako  $U^7$ .

**Współczynnik rozszerzenia** – współczynnik liczbowy stosowany jako mnożnik do niepewności standardowej całkowitej w celu określenia wartości niepewności rozszerzonej, np. dla  $k=2$   $P=1-\alpha \cong 0,95$

**Współczynnik wrażliwości** – współczynnik określający wrażliwość wielkości mierzonej na zmiany wielkości wejściowych, najczęściej jest to pochodna cząstkowa funkcji pomiaru względem wielkości wejściowej.

#### 4.2. Niepewność standardowa i rozszerzona [3, 4]

**Niepewność standardowa** – niepewność wyniku pomiaru wyrażona jako odchylenie standardowe

$$u_s(x) = \frac{\Delta_{gr}(x)}{\sqrt{3}}, \quad (3)$$

gdzie:  $\Delta_{gr}(x)$  to błąd graniczny, czyli maksymalna wartość błędu wskazania urządzenia pomiarowego (wartość mianownika różna – patrz rysunek 1b).

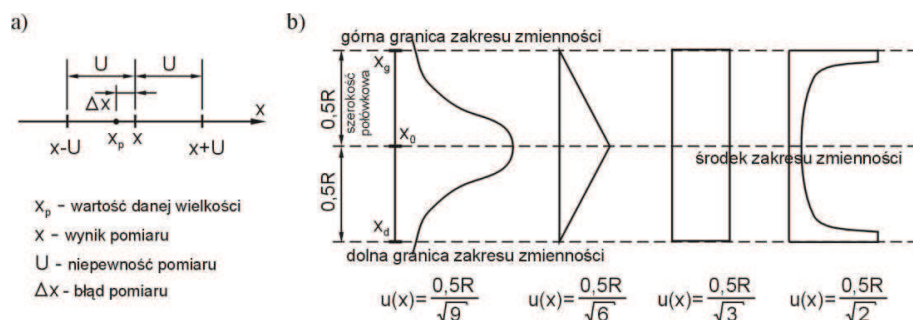
**Niepewność standardowa** – składanie kilku niepewności wyniku pomiaru

<sup>7</sup> według [1,7] zalecaną wartością jest  $P=95\%$ .

**złożona (całkowita)**

– (czasem pierwiastek sumy kwadratów poszczególnych niepewności cząstkowych)

$$u_{s,cal} = \sum_{i=1}^n u_{s,i}(x) . \quad (4)$$



Rys. 1. Graficzna interpretacja definicji niepewności rozszerzonej  $U$  (a), warianty rozkładu gęstości prawdopodobieństwa (b), kolejno: normalny, Simpsona (trójkątny), równomierny (prostokątny) i arcsin wraz z przypisanymi im niepewnościami standardowymi  $u(X)$

**Niepewność rozszerzona** – iloczyn wyznaczonej wartości niepewności standardowej złożonej i przyjętego współczynnika rozszerzenia:

$$U = u_{s,cal} \cdot k . \quad (5)$$

Według [1] niepewność rozszerzoną, przy określonym, wysokim poziomie ufności, należy interpretować jako granice zmienności ostatecznych błędów pomiarów, tzn. tych błędów, których nie udało się skompensować lub wyeliminować.

Dodajmy, że błąd pomiaru (jego bezwzględna wartość) nie może przekroczyć wartości niepewności pomiaru (Rys. 1a).

### 4.3. Obliczanie niepewności pomiaru

W metrologii metoda wyznaczania niepewności pomiaru zależy od zbioru obserwacji (ilości pomiarów). Przy dostatecznie dużej próbie (ok. kilkunastu pomiarów) obserwacji mierzonej wielkości, prowadzonych w identycznych ale niezależnych warunkach, obliczenie niepewności pomiaru przeprowadza się za pomocą analizy statystycznej. Najczęściej obserwuje się wtedy typowy rozrzut wyników (np. rozkład normalny Gaussa lub rozkład t-Studenta) odwzorowujący rozrzut błędów pomiaru. Wówczas obliczanie niepewności standardowej pomiaru prowadzi się zgodnie z zasadami analizy statystycznej tzw. metodą typu A. Z reguły niepewność równa się wtedy wartości odchylenia standardowego cha-



rakteryzującego rozrzut wyników serii  $n$  pomiarów eksperymentalnej wartości średniej<sup>8</sup>.

W każdym innym przypadku, gdy zbiór pomiarów jest mały lub jak podczas próbnego obciążenia mostu, wartość przemieszczenia pionowego jest uzyskana za pomocą pojedynczego pomiaru, niepewność wyznacza się metodą inną niż analiza statystyczna, czyli tzw. metodą typu B. Podstawą wyznaczenia niepewności standardowej jest analiza naukowa wszelkich dostępnych informacji związanych z mierzoną wielkością. Gdy mierzoną wielkością jest przemieszczenie pionowe, przykładowymi istotnymi informacjami będą: dane uzyskane z wcześniejszych pomiarów, posiadane doświadczenie w obszarze wykonywania pomiarów danymi technikami i urządzeniami, specyfikacje producenta czy dane ze świadectw wzorcowania przyrządów pomiarowych.

Należy wspomnieć także o tym, że w teorii pomiarów wyróżnia się dwie metody pomiarowe. *Metoda pomiarowa bezpośrednia* to metoda, dzięki której wartość wielkości mierzonej otrzymuje się bezpośrednio, bez dodatkowych obliczeń opartych na zależnościach funkcyjnych wielkości mierzonej od innych wielkości. Drugą metodą jest *metoda pomiarowa pośrednia*, w której wartość wielkości mierzonej otrzymuje się pośrednio, po wykonaniu obliczeń opartych na zależności funkcyjnej wielkości mierzonej od innych wielkości (np. określenie rezystencji otrzymujemy pośrednio poprzez pomiar napięcia i natężenia prądu).

#### 4.4. Metody badawcze a niepewność pomiaru

Podstawowym kryterium wyboru metody badań (pomiarów) jest niepewność pomiaru. Zalecenia GDDKiA podają, że maksymalna niepewność pomiaru nie powinna przekraczać 5% mierzonej wielkości. Zgodnie z podaną w 3.1. definicją niepewności rozszerzonej oczekuje się od wyników pomiarów, aby odpowiadały (z pewnym prawdopodobieństwem) wielkości rzeczywistej w taki sposób, by wynik pomiaru mieścił się wewnątrz przedziału: wynik pomiaru  $\pm$  niepewność rozszerzona (patrz rys. 1a).

#### 4.5. Zapis wyniku pomiaru

Podstawowym zaleceniem wg [3] jest aby wynik pomiaru składał się z wartości uzyskanej na podstawie pomiaru (z ewentualnym uwzględnieniem błędów systematycznych) oraz z związanej z nią wartości niepewności rozszerzonej. Wartość liczbowa niepewności rozszerzonej podawana jest co najwyżej za pomocą dwóch cyfr znaczących. Zaokrąglenie wartości wyniku pomiaru należy tak przeprowadzić, aby ostatnia znacząca cyfra wyniku pomiaru była na tym samym miejscu, jak ostatnia cyfra wartości niepewności rozszerzonej<sup>9</sup>. Przykładowy zapis wyniku pomiaru przemieszczenia pionowego mostu podano poniżej:

<sup>8</sup> Wartość średnia jest obliczona metodą uśredniania (średnia arytmetyczna) lub metodą regresji.

<sup>9</sup> Jeżeli na skutek zaokrąglenia wartość liczbowa  $U$  zmniejszy się o więcej niż 5%, należy podać wartość zaokrągloną w górę [EA-4].

$$y = 12,45 \pm 0,08 \text{ mm} .$$

Oprócz wyniku pomiaru i niepewności rozszerzonej, zawsze należy podawać wartość współczynnika rozszerzenia  $k$  odpowiadającą danemu poziomowi ufności zgodnie np. z normalnym rozkładem prawdopodobieństwa. Typową formułę można znaleźć w pkt. 6 [3].

## 5. ANALIZA ŹRÓDEŁ NIEPEWNOŚCI

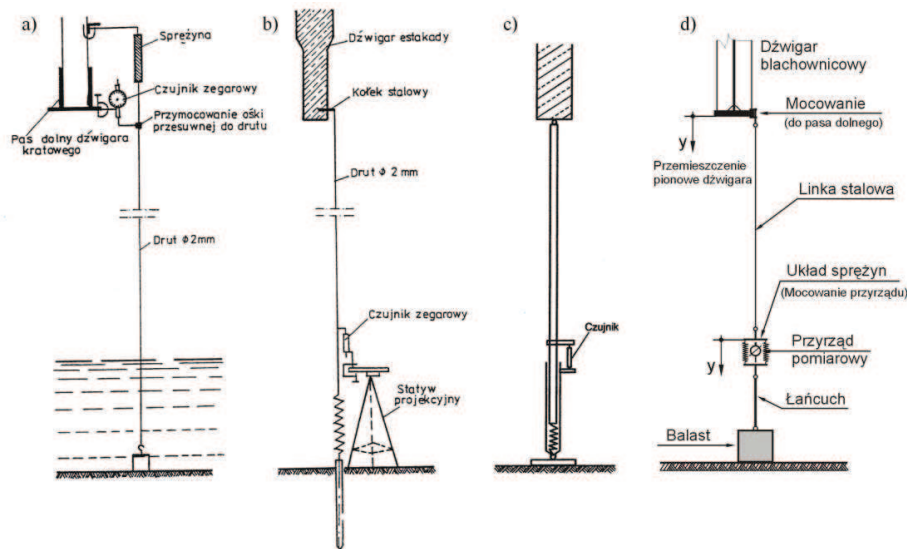
W punkcie 8.3. zarządzenia [7] możemy między innymi przeczytać, że:

- źródła składowych niepewności nie można ograniczyć tylko do wyposażenia pomiarowego,
- wyniki pomiarów zawarte w sprawozdaniach (raportach) muszą być podawane łącznie z ich niepewnością,
- zaleca się podawanie niepewności z prawdopodobieństwem 95%,
- pozostałe informacje związane z szacowaniem niepewności należy poszukiwać w [3,4].

O ile bardzo ważną sprawą jest ustalenie wszelkich potencjalnych źródeł czynników, które, w jakikolwiek sposób wpływają na pomiar, o tyle podstawowym problemem jest wyznaczenie cząstkowych wartości niepewności standardowych. Można oczywiście grupować czynniki wpływu na istotne i zanedbywalne. Wymaga to jednak skrupulatnego przeanalizowania poszczególnych składowych niepewności (w ramach zdefiniowanych założeń), wyznaczenia ich wartości i ustaleniu, które z czynników można traktować jako małoistotne. W poniższym rozdziale dokonano, z dołożeniem staranności, zdefiniowania i wyznaczenia czynników wpływowych.

### 5.1. Zdefiniowanie wielkości mierzonej

Wielkość mierzona jest rozumiana, jako przemieszczenie elementu konstrukcyjnego obiektu mostowego, najczęściej w kierunku pionowym, które jest efektem obciążenia konstrukcji przęsła pojazdami. Przyrządy pomiarowe (mechaniczne, cyfrowe lub elektroniczne czujniki drogi), zamontowane w dogodnym miejscu dla obserwatora, rejestrują zmiany położenia dolnej krawędzi przęsła mostu względem poziomu odniesienia (np. poziomu terenu). Odczyty przemieszczeń z przyrządów pomiarowych, zapisywane w dziennikach pomiaru, traktowane są jako wartości surowe. Schematy stanowisk do pomiaru przemieszczenia z zastosowaniem różnych układów przeniesienia np. drut-sprężyna przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Schematy układów pomiarowych przemieszczeń pionowych: a) przęsła nad rzeką z zastosowaniem układu sprężyna–druć–balast, b) wiaduktu w układzie drut–sprężyna–podłoże, c) wiaduktu przy użyciu sztywnej rury, d) wiaduktu z zastosowaniem układu drut–sprężyna–balast

## 5.2. Równanie pomiaru przemieszczenia

Równanie wielkości mierzonej (przemieszczenia pionowego -  $y$ ) elementu konstrukcji przęsła, otrzymanej bezpośrednio z przyrządu pomiarowego, może przyjąć postać:

$$y = y_s + \delta y_1 + \delta y_2 + \delta y_3 + \dots + \delta y_m \quad [\text{mm}] \quad (5a)$$

lub

$$y = (y_s + \sum \delta y_i) \pm U(y) \quad [\text{mm}], \quad (5b)$$

gdzie:

$y_s$  – wartość pomiaru (wartość surowa) uzyskana na podstawie wskazań przyrządu,

$\sum \delta y_i$  – suma poprawek kompensujących wyznaczalne błędy systematyczne,

$U(y)$  – niepewność rozszerzona wielkości  $y$ ,

$\delta y_1$  – poprawka wskazania przyrządu (na podstawie świadectw wzorcowania),

$\delta y_2$  – poprawka kompensująca błąd rozdzielczości przyrządu,

$\delta y_3$  – poprawka lub suma poprawek związanych z wpływem czynników atmosferycznych,

$\delta y_m$  – poprawka związana z innymi, znanymi i zdefiniowanymi wpływami.

Wzór (5a) stosowany jest, gdy badania prowadzi się w warunkach laboratoryjnych. Wówczas wyznaczenie poprawek poszczególnych wielkości wpływowych

i odpowiadających im niepewności jest łatwe i precyzyjne. Podczas badań terenowych wyznaczenie niektórych wpływów (np. temperatury) jest trudne technicznie i niejednoznaczne. Wyznaczając wartość wielkości mierzonej według wzoru (5b) można błędy wskazań przyrządów w danym zakresie, określonych podczas wzorcowania, potraktować jako poprawkę mierzonej wielkości, a pozostałe wpływy uwzględnić w oszacowaniu niepewności.

### 5.3. Zdefiniowanie czynników wpływających na pomiar

Z reguły, gdy nie ma ograniczeń przestrzeni pod badanym obiektem przemieszczenie pionowe wyznacza się stosując analogowe, cyfrowymi bądź indukcyjne czujniki drogi. Gdy nie ma bezpośredniego dostępu do punktów odniesienia pod przesłem (przeszkodą jest rzeka bądź czynna trasa komunikacyjna) stosuje się metody geodezyjne. Rodzaj użytego urządzenia pomiarowego, budowa stanowiska pomiarowego, specyfika danej metody wykonywania pomiarów przekłada się na zdefiniowanie określonych grup czynników mających wpływ na pomiar.

#### 5.3.1. Metoda pomiaru bezpośredniego

Wykorzystanie układu linka-sprężyna-balast<sup>10</sup> jest najczęściej stosowaną techniką pomiarową. Technika ta polega na przeniesieniu urządzenia pomiarowego, rejestrującego przemieszczenia pionowe dźwigara głównego, do poziomu nad terenem w celu ułatwienia prowadzenia odczytów przez obserwatora. Budowa układu pomiarowego implikuje następujące czynniki wpływające na pomiar:

- a) niedokładności wynikające z elementów składowych układu pomiarowego:
  - luzy lub niestabilność mocowania:
    - linki do elementu konstrukcyjnego,
    - linki do zestawu sprężyn,
    - łańcucha,
    - czujnika,
  - niejednoznaczność parametrów linki stalowej:
    - grubość (zał. 3,15 mm),
    - współczynnik sprężystości podłużnej ( $E=190\div 195$  GPa),
    - współczynnik liniowej rozszerzalności termicznej ( $\alpha_T=1,2\cdot 10^{-5}$  [1/°C]),
  - niejednoznaczność parametrów układu dwóch sprężyn:
    - średnica drutu sprężyny,
    - średnica zewnętrzna sprężyny,
    - długość sprężyny nieobciążonej (ew. na zwojach),
    - sztywność sprężyny,
- b) niedokładności wynikające z zastosowanego urządzenia pomiarowego:
  - błędy wskazań urządzenia w danym lub pełnym zakresie pracy (podane w *świadczeniu wzorcowania*),

---

<sup>10</sup> ew. mocowanie w podłożu.

- błąd wynikający z rozdzielczości czujnika:
  - analogowego  $\Delta_{gr} = (klasa \cdot zakres) / 100$ ,
  - indukcyjnego  $\Delta_{gr} = (c_1 \cdot wskazanie + c_2 \cdot zakres) / 100$ .

Tablica 1. Zestawienie błędów granicznych wskazań mechanicznych urządzeń pomiarowych,  $\Delta_{gr,1}$  [mm]

|            |              |         |         |         |
|------------|--------------|---------|---------|---------|
| BAKER JO8A | Pełny zakres | 15,0 mm | 10,0 mm | 6,0 mm  |
|            |              | 0,040   | 0,028   | 0,018   |
| BAKER J72  | Pełny zakres | 30,0 mm | 20,0 mm | 10,0 mm |
|            |              | 0,070   | 0,050   | 0,035   |
| BAKER ED1  | Pełny zakres | 15,0 mm | 10,0 mm | 6,0 mm  |
|            |              | 0,035   | 0,030   | 0,020   |
| BAKER JO2  | Pełny zakres | 7,5 mm  | 5,0 mm  | 2,5 mm  |
|            |              | 0,010   | 0,005   | 0,003   |

- c) niedokładność wynikająca z wpływu temperatury:
- zmiana naciągu układu sprężyn spowodowana zmianą temperatury linki (ochłodzenie lub ogrzanie) wyznaczono wg  $\Delta l = L \cdot \Delta T \cdot \alpha_T$ ,
  - niepełna wiedza na temat rzeczywistych wpływów oddziaływania temperatury i niedoskonałości metod jej pomiaru,

Tablica 2. Zestawienie błędów granicznych ze względu na temperaturę,  $\Delta_{gr,T}$  [mm]

|         |       |       |       |       |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| L=4,0 m | 0,5°C | 1,0°C | 1,5°C | 2,0°C |
|         | 0,024 | 0,048 | 0,072 | 0,096 |

- d) niedokładność wynikająca ze zmiany naciągu układu sprężyn spowodowane zmniejszeniem siły w lince wskutek przemieszczeniem pionowego przęsła:

$$\frac{\Delta_{gr}}{y} = \frac{4 \cdot L}{\pi \cdot d^2 \cdot E} \cdot \frac{\Delta N}{y}, \quad (6)$$

gdzie:

- $L$  – długość drutu/linki [cm],
- $d$  – średnica drutu/linki [cm],
- $E$  – współczynnik sprężystości podłużnej linki [kN/cm<sup>2</sup>],
- $\Delta N^{11}$  – zmiana siły naciągu [kN],
- $y$  – przemieszczenie pionowe elementu konstrukcji mostu [cm].

<sup>11</sup> człon  $\Delta N/u$  można w przybliżeniu przyjąć jako sztywność układu dwóch sprężyn połączonych równolegle

Tablica 3. Zestawienie błędów granicznych ze względu na zmianę siły w linie spowodowanej ugięciem przęsła,  $\Delta_{gr,k}$  [mm]

|                              |       |       |       |       |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| przesilenie                  | 0,5   | 1,0   | 1,5   | 2,0   |
| przesilenie pionowe $y$ [cm] | 0,002 | 0,004 | 0,006 | 0,008 |

- e) niedokładności wynikające z działania wiatru:
- skorelowane ze zmianami temperatury (ochłodzenie), wywołujące drgania układu pomiarowego,
  - niepełna wiedza na temat rzeczywistych wpływów oddziaływania wiatru i niedoskonałości metod pomiaru tych warunków.

Tablica 4 Zestawienie błędów granicznych ze wzg. na działanie wiatru,  $\Delta_{gr,w}$  [mm]

| Prędkość wiatru [m/s] | bezwietrznie (0,0÷1,0) | wiatr słaby (1,0÷3,0) | wiatr umiarkowany (3,0÷5,0) | wiatr silny (powyżej 7,0) |
|-----------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------------|---------------------------|
|                       | 0,000                  | 0,010                 | 0,02                        |                           |
|                       | 0,005                  | 0,015                 | 0,03                        |                           |
|                       | 0,010                  | 0,020                 | 0,04                        |                           |

- f) niedokładność odczytywania wskazań przez obserwatora,  
 g) czynniki losowe, niezależne od metody i procedury pomiarowej,  
 h) niedokładności wynikające z różnicy mas pojazdów.

Masa pojazdów powinna być zgodna z założoną w *Programie badań* i jest kontrolowana przed przystąpieniem do próbnego obciążenia. W niniejszym artykule, w celu oszacowania wpływu różnic mas pojazdów na niepewność pomiaru przemieszczenia, wyznaczono wartości błędów na podstawie analiz numerycznych modeli klasy  $e_1p_2$  obiektów dwu- i wielodźwigarowych przy założeniu różnic mas poszczególnych osi pojazdów od  $\pm 50$  do  $\pm 250$  kg (przyjęto skok co 50 kg). Według analiz, obiekty dwudźwigarowe wykazują większą wrażliwość na różnice nacisków osi niż obiekty wielodźwigarowe. Losowy charakter zmian nacisków poszczególnych osi powoduje, że nie ma wyraźnej współliniowości pomiędzy wzrostem wartości błędu a wzrostem różnicy mas osi pojazdów. Biorąc pod uwagę, że wiele współczesnych wag samochodowych to urządzenia zbudowane na bazie wysokiej jakości podzespołów<sup>12</sup>, przyjęto że w rachunku niepewności uwzględni się minimalną wartością błędu na poziomie 0,01 mm.

- i) niedokładności wynikające z lokalizacji pojazdów na obiekcie.

<sup>12</sup>zapewniające dokładność ważenia  $\pm 20$  kg

Na podstawie analiz numerycznych wyznaczono wartości błędów przemieszczeń pionowych modeli klasy  $e_{1p_2}$  obiektów dwu- i wielodźwigarowych zakładając różnice lokalizacji osi pojazdów w kierunku podłużnym do osi mostu od 0,1 do 0,4 m (interwał co 0,1 m), a w kierunku poprzecznym od 0,05 do 0,2 m (interwał co 0,05 m). Częściowe wyniki analiz przedstawia tablica 1. Dla modelu obiektu dwudźwigarowego uzyskano bardzo zbliżone wartości błędów granicznych. Założono, że do oszacowania niepewności zostaną uwzględnione pewne wartości minimalne błędów, przy założeniu, że ustawienie pojazdów na obiekcie jest możliwie dokładnie odpowiadające teoretycznemu.

Tablica 5. Zestawienie błędów granicznych ze wzg. na niecentryczność ustawienia pojazdów,  $\Delta_{gr,5}$  [mm]

|                        |  |        |        |        |               |
|------------------------|--|--------|--------|--------|---------------|
| Obiekt wielodźwigarowy | Przesunięcie osi pojazdu w kierunku poprzecznym do osi mostu |        |        |        |               |
|                        | 0,05 m   | 0,1 m  | 0,15 m | 0,20 m | Nie mniej niż |
|                        | 0,04   | 0,06   | 0,1    | 0,15   | 0,02          |
|                        | Przesunięcie osi pojazdu wzdłuż osi mostu                    |        |        |        |               |
|                        | 0,10 m   | 0,20 m | 0,30 m | 0,40 m | Nie mniej niż |
|                        | 0,008  | 0,016  | 0,025  | 0,035  | 0,01          |

Wiele z wyżej wymienionych czynników jest niezwykle trudnych do oszacowania. Uproszczenia i założenia użyte do określenia wartości błędów granicznych wielkości wpływowych siłą rzeczy zwiększają wartość niepewności pomiaru. Zdecydowanie mniej czynników występuje, gdy mierzymy przemieszczenia pionowe łożysk. Wówczas niepewność pomiaru jest adekwatnie mniejsza niż przy pomiarze przemieszczenia pionowego przęsła. Istnieje taka możliwość, aby znane błędy wskazań danego przyrządu (*ze świadectw wzorcowania*) traktować jako poprawkę przemieszczenia pionowego.

### 5.3.2. Metoda geodezyjna

Stosując metodę niwelacji precyzyjnej wyróżnia się trzy podstawowe grupy czynników wpływających na pomiar:

- instrumentalne,
- osobowe,
- atmosferyczne.

Szczegółowy zakres wymienionych powyżej czynników jest zależny od tego czy stosujemy niwelator analogowy (optyczny) w połączeniu z klasycznymi łątami inwarowymi czy niwelator cyfrowy z kodowymi łątami inwarowymi. Omówiony zostanie on za chwilę. Warto podkreślić, że stosowanie do wyznaczania przemieszczeń krótkookresowych metody różnicowej niesie ze sobą określone konsekwencje. Po pierwsze pomiar przemieszczenia konstrukcji polega na wyznaczeniu względnej zmiany położenia punktów (odniesienia i pomia-

rowego) w tzw. umownym pionie. Z powyższego stwierdzenia wynika, że następujące czynniki wpływu są małoistotne i mogą zostać zupełnie pominięte. Są to błąd miejsca zera łaty (pary łat) połączony z wpływem krzywizny ziemi oraz wpływ rozszerzalności termicznej taśmy inwarowej łącznie ze zjawiskiem refrakcji. Po drugie można wprowadzić uproszczenie, że wartości błędów granicznych urządzeń cyfrowych są takie jak określono dla instrumentów optycznych. Po trzecie uważa się, że stabilność pomiarów zależy przede wszystkim od wahań temperatury i siły wiatru, natomiast wpływ opadów powinno się redukować poprzez osłanianie instrumentu i miejsca pomiarowego.

Przypatrzmy się bliżej poszczególnym czynnikom.

Do grupy czynników instrumentalnych zalicza się niedokładności związane z parametrami urządzeń pomiarowych i łat inwarowych. Są to:

- niedokładność podziału łaty,
- znamionowa dokładność urządzenia.

Do grupy czynników osobowych zalicza się następujące niedokładności związane z:

- poziomowaniem instrumentu,
- celowaniem (obrót krzyża nitek),
- odczytywaniem<sup>13</sup> – zależy od możliwości powiększenia (optyki urządzenia) oraz od długości celowych,
- niepionowym ustawieniem łaty.

Do grupy czynników atmosferycznych zalicza się następujące niedokładności związane z:

- refrakcją (stałą lub różnicową),
- zamgleniem i opadami atmosferycznymi,
- drganiem kompensatora spowodowanymi oddziaływaniem wiatru<sup>14</sup>,
- nierównomiernym oświetleniem łaty, odbłaskami itp.<sup>10</sup>,
- drobnymi przeszkodami (gałęzie, wysokie trawy, siatka ogrodzenia itp.).

#### 5.4. Budżet niepewności

W celu zapewnienia uporządkowanego sposobu definiowania wielkości wpływowych (wejściowych)  $X_i$ , estymat tych wielkości  $x_i$ , niepewności standardowych  $u_s(x_i)$ , współczynników wrażliwości  $c_i$  oraz poszczególnych składowych niepewności  $u_{c_i}(y)$ , zgodnie z [1,3], analizę niepewności pomiaru przeprowadza się zestawiając jej istotne składowe w postaci tabelarycznej (wzór: patrz tablica 6). Według [3] takie zestawienie nazywane jest budżetem niepewności. W niniejszym artykule zaproponowano tytuł tabeli widoczny poniżej.

<sup>13</sup> przy pomiarach niwelatorem optycznym np. Ni007, stosując niwelatory cyfrowe nie uwzględnia się tego czynnika

<sup>14</sup> dotyczy głównie instrumentów optycznych (np. DNA03)



Tablica 6. Zestawienie wielkości wpływowych na niepewność pomiaru

| Lp. | Symbol wielkości $X_i$ | Estymata wielkości wejściowej $x_i$ | Cząstkowe wartości niepewności standardowej $u_s(x_i)$ | Typ rozkładu prawdopodobieństwa | Współczynnik wrażliwości $c_i$ | Udział w złożonej niepewności standardowej $u_{ci}(y)$ |
|-----|------------------------|-------------------------------------|--|---------------------------------|--------------------------------|--|
| 1.  | $X_1$                  | $x_1$                               | $u_s(x_1)$   |                                 | $c_1$                          | $u_{c1}(y)$  |
| 2.  | $X_2$                  | $x_2$                               | $u_s(x_2)$   |                                 | $c_2$                          | $u_{c2}(y)$  |
| 3.  | $X_3$                  | $x_3$                               | $u_s(x_3)$   |                                 | $c_3$                          | $u_{c3}(y)$  |
| 4.  | $\vdots$               | $\vdots$                            | $\vdots$   | $\vdots$                        | $\vdots$                       | $\vdots$   |
| 5.  | $X_N$                  | $x_N$                               | $u_s(x_N)$   |                                 | $c_N$                          | $u_{cN}(y)$  |
| 6.  | $Y$                    | $y$                                 |  |                                 |                                | $u(y)$   |

Oznaczenia w tablicy 6:

Symbol wielkości  $X_i$  – symbol definiujący rodzaj czynnika wpływającego na pomiar

Estymata wielkości wejściowej  $x_i$  – wartość błędu granicznego

Cząstkowe wartości niepewności standardowej  $u_s(x_i)$  – wg. pkt. 4.2.

Typ rozkładu prawdopodobieństwa – według pkt. 4.2. i Rys. 1b

Współczynnik wrażliwości  $c_i$  – według pkt. 4.1.

Udział w złożonej niepewności  $u_{ci}(y)$  – iloczyn wartości z komórek standardowej kolumny nr 4 i kol. nr 6

## 6. PRZYKŁADY OSZACOWANIA NIEPEWNOŚCI POMIARU PRZEMIESZCZENIA PIONOWEGO

Oszacowanie niepewności pomiaru dokonano na podstawie spodziewanych, teoretycznych wartości przemieszczeń pionowych przy założeniu określonej klasy i rozpiętości mostu. Uwzględniono trzy różne typy urządzeń pomiarowych. Czynniki wpływowe przyjęto, przy określonych warunkach, zgodnie z wytycznymi przedstawionymi w rozdziale 5. Poniższe przykłady mają charakter poznawczy i akademicki.

### 6.1. Przykład I oszacowania niepewności rozszerzonej $U$

W pierwszym przykładzie założono, że analizowany obiekt jest wiaduktem żelbetowym, płytowym, o ustroju wolnopodpartym o rozpiętości ok. 10,0 m. Pomiaru przemieszczenia pionowego dokonano przy użyciu czujnika analogowego Baker JO2 (o zakresie 10 mm). Założona wartość przemieszczenia to 3,0 mm. Uwzględniono następujące czynniki wpływające na niepewność pomiaru:  $\Delta_{gr,1}$  – błąd wskazań przyrządu,  $\Delta_{gr,2}$  – niedokładności układu pomiarowego,  $\Delta_{gr,3T}$  – błąd związany z wpływem temperatury na układ pomiarowy,  $\Delta_{gr,4W}$  – błąd związany z wpływem wiatru na układ pomiarowy,  $\Delta_{gr,5}$  – błąd związany ze zmianą siły naciągu linki spowodowanej ugięciem przęsła,  $\Delta_{gr,6}$  – błąd związany z rozdzielczością przyrządu,  $\Delta_{gr,7}$  – błąd związany z niecentrycznością ustawienia

pojazdów,  $\Delta_{gr,8}$  – błąd związany z niedokładnością mas pojazdów. Do obliczenia cząstkowych niepewności standardowych poszczególnych czynników przyjęto jednakowy prostokątny typ rozkładu prawdopodobieństwa. Obliczenia zestawiono w Tab. 7. Wartość niepewności rozszerzonej przy poziomie ufności około 95% i współczynniku rozszerzenia  $k=2$  wyniosła 0,082 mm. Ostateczny zapis wyniku pomiaru  $y = 3,00 \pm 0,08$  mm. Wartość niepewności stanowi 2,7% wartości przemieszczenia pionowego.

Tablica 7. Zestawienie wielkości wpływowych na niepewność pomiaru [mm]

| Lp. | Symbol wielkości $X_i$ | Estymata wielkości wejściowej $x_i$ | Cząstkowe wartości niepewności standardowej $u_s(x_i)$ | Typ rozkładu prawdopodobieństwa | Współczynnik wrażliwości $c_i$  | Udział w złożonej niepewności standardowej $u_{ci}(y)$ |
|-----|------------------------|-------------------------------------|--|---------------------------------|---------------------------------|--|
| 1.  | $\Delta_{gr,1}$        | 0,0024                              | 0,001  | Prostokątny                     | 1,0                             | 0,001  |
| 2.  | $\Delta_{gr,2}$        | 0,0100                              | 0,006  | Prostokątny                     | 1,0                             | 0,006  |
| 3.  | $\Delta_{gr,3T}$       | 0,0170                              | 0,010  | Prostokątny                     | 1,0                             | 0,010  |
| 4.  | $\Delta_{gr,4W}$       | 0,0050                              | 0,003  | Prostokątny                     | 1,0                             | 0,003  |
| 5.  | $\Delta_{gr,5}$        | 0,0020                              | 0,001  | Prostokątny                     | 1,0                             | 0,001  |
| 6.  | $\Delta_{gr,6}$        | 0,0050                              | 0,003  | Prostokątny                     | 1,0                             | 0,003  |
| 7.  | $\Delta_{gr,7}$        | 0,0200                              | 0,012  | Prostokątny                     | 1,0                             | 0,012  |
| 8.  | $\Delta_{gr,8}$        | 0,0100                              | 0,006  | Prostokątny                     | 1,0                             | 0,006  |
|     |                        |                                     |  |                                 |                                 | <b>0,041</b>   |
|     |                        |                                     |  |                                 | <b>U (dla <math>k=2</math>)</b> | <b>0,082</b>   |

## 6.2. Przykład II oszacowania niepewności rozszerzonej $U$

W niniejszym przykładzie założono, że analizowany obiekt jest wiaduktem stalowo-betonowym, wielodźwigarowym, o ustroju wolnopodpartym o rozpiętości ok. 20,0 m. Pomiaru przemieszczenia dokonano przy użyciu czujnika analogowego Baker JO8A (o zakresie 25 mm). Założona wartość przemieszczenia pionowego to  $y=12,0$  mm. Przyjęto nowe wartości błędów granicznych  $\Delta_{gr,1}$ ,  $\Delta_{gr,5}$  oraz  $\Delta_{gr,6}$  zgodnie ze specyfikacją czujnika pomiarowego i założoną wartością  $y$ . Uwzględniono inne, nieco niekorzystniejsze warunki związane z wpływem temperatury  $\Delta_{gr,3T}$  i oddziaływaniem wiatru  $\Delta_{gr,4W}$ . Pozostałe czynniki przyjęto analogiczne jak w przykładzie I. Obliczenia zestawiono w tablicy 8. Wartość niepewności rozszerzonej przy poziomie ufności około 95% i współczynniku rozszerzenia  $k=2$  wyniosła 0,14 mm. Ostateczny zapis wyniku pomiaru  $y = 12,00 \pm 0,14$  mm. Wartość niepewności stanowi 1,17% wartości przemieszczenia pionowego.

Tablica 8. Zestawienie wielkości wpływowych na niepewność pomiaru

| Lp. | Symbol wielkości $X_i$ | Estymata wielkości wejściowej $x_i$ | Częstkowe wartości niepewności standardowej $u_s(x_i)$ | Typ rozkładu prawdopodobieństwa | Współczynnik wrażliwości $c_i$ | Udział w złożonej niepewności standardowej $u_{ci}(y)$ |
|-----|------------------------|-------------------------------------|--|---------------------------------|--------------------------------|--|
| 1.  | $\Delta_{gr,1}$        | 0,0220                              | 0,013  | Prostokątny                     | 1,0                            | 0,013  |
| 2.  | $\Delta_{gr,2}$        | 0,0100                              | 0,006  | Prostokątny                     | 1,0                            | 0,006  |
| 3.  | $\Delta_{gr,3T}$       | 0,0290                              | 0,017  | Prostokątny                     | 1,0                            | 0,017  |
| 4.  | $\Delta_{gr,4W}$       | 0,0100                              | 0,006  | Prostokątny                     | 1,0                            | 0,006  |
| 5.  | $\Delta_{gr,5}$        | 0,0050                              | 0,003  | Prostokątny                     | 1,0                            | 0,003  |
| 6.  | $\Delta_{gr,6}$        | 0,0150                              | 0,009  | Prostokątny                     | 1,0                            | 0,009  |
| 7.  | $\Delta_{gr,7}$        | 0,0200                              | 0,012  | Prostokątny                     | 1,0                            | 0,012  |
| 8.  | $\Delta_{gr,8}$        | 0,0100                              | 0,006  | Prostokątny                     | 1,0                            | 0,006  |
|     |                        |                                     |  |                                 |                                | <b>0,070</b>   |
|     |                        |                                     |  |                                 | <b>U (dla k=2)</b>             | <b>0,140</b>   |

### 6.3. Przykład III oszacowania niepewności rozszerzonej $U$

W trzecim przykładzie założono, że analizowany obiekt jest identyczny jak w przykładzie II. Zmianie uległo założenie dotyczące zastosowania urządzenia pomiarowego – przyjęto, że do pomiaru przemieszczenia pionowego użyto przetwornik indukcyjny W20TS firmy HBM (o zakresie  $\pm 20$  mm). Ze względu na dużą wartość błędów wskazania przyrządu w granicach wartości mierzonej<sup>15</sup>, uwzględniono błąd wskazania jako poprawkę wartości  $y=12,2$  mm. Niepewność wyznaczenia błędów wskazań, podana w świadectwie wzorcowania, wynosi 0,01 mm – została uwzględniona w oszacowaniu niepewności rozszerzonej. Pozostałe czynniki przyjęto analogiczne jak w przykładzie II. Wartość niepewności rozszerzonej przy poziomie ufności około 95% i współczynnika rozszerzenia  $k=2$  wyniosła 0,124 mm. Ostateczny zapis wyniku pomiaru  $y = 12,20 + (-0,17) \pm 0,12$  mm. Wartość niepewności stanowi około 1,0% wartości przemieszczenia pionowego. Gdyby nie uwzględniać poprawki z uwagi na błąd wskazania przyrządu końcowa wartość niepewności wyniosłaby około 3,5% wartości mierzonej.

<sup>15</sup> 0,165 mm – wartość uśredniona

## 7. PODSUMOWANIE

Przedstawione w artykule zagadnienia wyznaczania niepewności pomiaru przemieszczeń pokazują złożoność tej problematyki. Identyfikacja czynników wpływających na pomiar, szczególnie związanych ze zmianami temperatury i oddziaływaniem wiatru, jest bardzo trudna. Z kolei parametry urządzeń pomiarowych: błędy wskazań, błąd rozdzielczości są relatywnie łatwe do określenia. Zaprezentowane przykłady oszacowania niepewności pomiaru należy traktować akademicko. Wskazują one jednak te obszary, które są istotne z punktu widzenia zrozumienia i właściwego opisanie zjawisk wpływających na pomiar. Szczególnie jest to widoczne w przyjętych w artykule błędach związanych z wpływem temperatury i wiatru na układ pomiarowy, które wymagają weryfikacji w warunkach polowych. Dobór urządzeń pomiarowych jest w tym przypadku dużo prostszym zadaniem, do którego wystarczą dane metrologiczne podane świadectwach wzorcowań. Podkreślimy, że wartości mierzone służą do porównań z wielkościami analitycznymi, obliczonymi na podstawie modeli numerycznych konstrukcji. Niedokładności odwzorowania rzeczywistych obiektów, przejawiające się w trudnościach z uwzględnieniem wpływu na sztywność elementów konstrukcyjnych np. zbrojenia czy elementów wyposażenia, powodują znaczne różnice<sup>16</sup> wartości pomierzonych i teoretycznych. W tym kontekście dążenie do nadmiernego obniżania niepewności pomiaru jest niepotrzebne i może być nieuzasadnione ekonomicznie.

## LITERATURA

- [1] Arendarski J., *Niepewność pomiarów*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2013.
- [2] Bień J., Kmita J., Rawa P., Zwolski J., *Próbne obciążenia mostu autostradowego przez Wisłę koło Torunia*, Inżynieria i Budownictwo, 9 (1999), 481-486
- [3] EA-4/02 - *Wyrażanie niepewności pomiaru przy wzorcowaniu*, Główny Urząd Miar, Warszawa 2001.
- [4] Guide to the expression of uncertainty in measurement, ISO 1995. Polskie wydanie: *Wyrażenie niepewności pomiaru – przewodnik*, Główny Urząd Miar, Warszawa 1999.
- [5] Karlikowski J., Wołowicki W., *Wyznaczanie linii rozdziału poprzecznego w mostach wielobelkowych na podstawie pomiarów in situ*, Archiwum Inżynierii Lądowej, 1-2 (1990), 63-79.
- [6] Karlikowski J., Madaj A., Wołowicki W., *Experimental verification of computational model of beam-slab bridges*, Conference proceedings of 4<sup>th</sup> International Conference of Analytical Models and New Concepts in Concrete and Masonary Structures, Kraków June 5-7 2002, Editors: K. Dyduch, K. Chudyba, W. Derkowski, P. Gwoździewicz, Published by Kontekst Publisher, Kraków 2002.

---

<sup>16</sup> kilku lub kilkunastoprocentowe (w mostach żelbetowych nawet większe)

- [7] Łagoda M., Mazanek M., Olszek P., *Zalecenia dotyczące wykonywania badań pod próbnym obciążeniem drogowych obiektów mostowych*, Zarządzenie nr 47 GDDKiA, Warszawa 2011.
- [8] Łagoda G., Łagoda M., *Zagadnienia obciążeń próbnych w diagnostyce mostów*, Inżynieria i Budownictwo, 7 (2014), 368-371.
- [9] Machelski C., Biliszczuk J., Sadowski K., *Ocena mostu drogowego w Opolu na podstawie próbnego obciążenia*, Inżynieria i Budownictwo, 9 (2000), 504-507
- [10] Madaj A., Wołowicki W., *Budowa i utrzymanie mostów*, Warszawa, WKŁ 2007.
- [11] Olszek P., *Metody badań przemieszczeń konstrukcji mostowych podczas próbnego obciążenia statycznego*, Inżynieria i Budownictwo, 7 (2014), 381-384.
- [12] Olszek P., Janas L., Salamak M., Matysek A., *Istota porównań międzylaboratoryjnych – jakość badań pod próbnym obciążeniem*, Mosty, 4 (2014), 32-35.
- [13] Owerko T., Salamak M., Łaziński P., *Pomiary przemieszczeń statycznych i dynamicznych mostu podwieszonego z użyciem radaru interferometrycznego i innych technik*, referat recenzowany z VII Ogólnopolskiej Konferencji Mostowców – Konstrukcja i Wyposażenie Mostów, Wisła 28-29 maja 2015 r., 153–166.
- [14] PN-EN ISO/IEC 17025:2005, *Ogólne wymagania dotyczące kompetencji laboratoriów badawczych i wzorcujących*.
- [15] PN-S-10040:1999 *Obiekty mostowe. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Wymagania i badania*.
- [16] PN-S-10050:1989 *Obiekty mostowe. Konstrukcje stalowe. Wymagania i badania*.
- [17] Ryżyński A., *Badania konstrukcji mostowych*, Warszawa, WKŁ 1983.
- [18] Standardy techniczne. Tomy III. *Kolejowe obiekty inżynieryjne*, Uchwała nr 263/2010 Zarządu PKP PLK S.A. z dnia 14 czerwca 2010, Warszawa 2010 .
- [19] Szydłowski H., *Teoria pomiarów*, PWN, Warszawa 1981.

## PROBLEM OF DETERMINING THE MEASUREMENT UNCERTAINTY OF DISPLACEMENTS DURING LOAD TEST OF BRIDGE STRUCTURE

### Summary

In the paper the problem of determining the uncertainty of vertical displacements measurement of bridge span recorded during static load test is presented. In addition to the required terminology of metrology, basic formulas and methods of estimating measurement uncertainty were given. Various groups of factors affecting the measurement were defined. In order to determine the standard uncertainties referred to the absolute of error using the relevant documents, the results of own numerical analyses or knowledge and professional experience were used. Several examples of estimation of the vertical displacement uncertainty (calculated theoretically) were performed. The specificity of the different measuring techniques with the assumption of influence of many external factors was as well taken into account.