

**Waldemar MORZUCH**

WYDZIAŁOWY ZAKŁAD WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW PRZY WYDZIALE MECHANICZNYM POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ  
ul. Smoluchowskiego 25, 50-372 Wrocław

## Pomiar odkształceń kół zębatych przy zastosowaniu interferometrii holograficznej

Dr inż. Waldemar MORZUCH

Ukończył studia na Wydziale Mechanicznym Politechniki Wrocławskiej w 1976r. W roku 1980 uzyskał stopień doktora nauk technicznych na tym samym Wydziale. Obecnie jest adiunktem w Wydziałowym Zakładzie Wytrzymałości Materiałów przy Wydziale Mechanicznym Politechniki Wrocławskiej. Zainteresowania naukowe autora dotyczą zagadnień związanych z interferometrią holograficzną oraz zagadnień związanych ze statecznością dynamiczną układów mechanicznych.



e-mail: waldemar.morzuch@pwr.wroc.pl

### Streszczenie

Przedstawiono pomiar przemieszczeń i naprężeń kół zębatych metodą interferometrii holograficznej. Przedmiotem badań było koło zębate. W pomiarach zastosowano jedną z metod holografii optycznej zwanej metodą podwójnej ekspozycji. W wyniku interferencji fali przedmiotowej i fali odniesienia na materiale światłoczułym otrzymano obraz prążków interferencyjnych na podstawie których wyznaczono przemieszczenia i naprężenia.

**Słowa kluczowe:** holografia, lasery.

### Measurement of gear wheel displacements with use of holographic interferometry

#### Abstract

The estimation of displacements and stresses of gear wheels with use of holographic interferometry is presented. A gear wheel was an object of investigations. The double exposure method of optic holography was used for measurements. As a result of the interference of the reference and main wave on a light sensitive material, an image of interferential striae was obtained. On the basis of this image, displacements and stresses of the studied object could be determined. The gear wheel tested is shown in Fig. 1, whereas the scheme of the test stand is presented in Fig. 2. Fig. 3 shows the load of the gear wheel. The standard beam is depicted in Fig. 4. Based on the interferometry striae shown in Fig. 5, the displacements and stresses were determined. The loads at the stop of the tooth and at the pitch diameter are given in Tabs. 1 and 2. The stresses with the load at the stop are shown in Fig. 6. The stresses with the load on the pitch diameter are shown in Fig. 7. Based on the results given in Tabs. 1 and 2, the displacements and stresses of the studied object were determined. In this work the holographic method and the method of finite elements were used.

**Keywords:** holography, lasers.

### 1. Wstęp

Podczas pracy kół zębatych, w wyniku działania sił międzyzębnych występuje deformacja zębów, co prowadzi do określonego stanu odkształcenia i naprężenia. Powstaje zatem potrzeba ilościowego określenia przemieszczeń i naprężeń zębów. Zdaniem autora bardzo przydatna tu może być metoda optyczna wyznaczania tych wielkości związana z interferometrią holograficzną. Metoda ta wykorzystując źródło światła spójnego jakim jest laser pozwala na dokładne wyznaczenie przemieszczeń poszczególnych elementów badanego ciała. W poniższej pracy przedstawiono analizę przydatności jednej z metod holografii optycznej, zwaną metodą podwójnej ekspozycji. Metoda ta została przedstawiona w poprzednich pracach autora [3, 4, 5, 6]. Przypomnijmy, że polega ona na kolejnej rejestracji fal odbitych od obiektu w stanie nieobciążonym i obciążonym. W wyniku interferencji fali przedmiotowej i fali odniesienia na materiale fotograficznym otrzymuje się obraz prążków interferencyjnych, na podstawie których można

wyznaczyć przemieszczenia poszczególnych punktów badanego obiektu.

### 2. Cel i zakres pracy

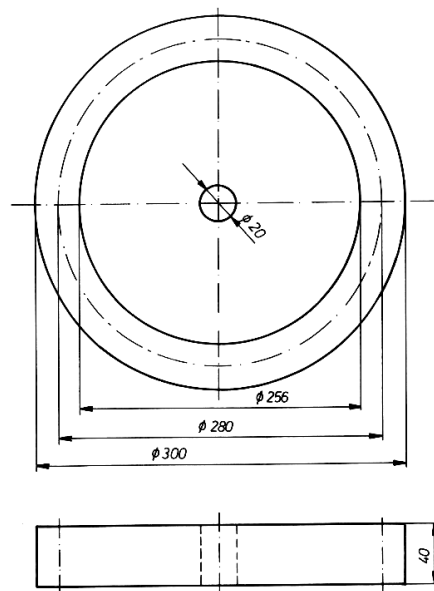
Przedmiotem pracy były następujące zagadnienia:

- ustalenie funkcji przemieszczeń powierzchni zębów w przypadku obciążenia przyłożonego w wierzchołku zęba i na średnicy podziałowej,
- określenie odkształceń i naprężeń na powierzchni zęba,
- zweryfikowanie otrzymanych wyników metodą elementów skończonych przy wykorzystaniu elementu tarczowego, czworokątnego, czterowęzłowego,
- wyznaczenie stałych technicznych: modułu Younga  $E$  i ułamka Poissona  $\nu$  wykorzystywanego tworzywa,
- wykazanie przydatności metody holografii optycznej do badań kół zębatych.

### 3. Wybór koła zębatego do badań

Dla uzyskania dobrej jakości hologramów tzn. aby obraz badanego przedmiotu był jasny, wyraźny a prążki interferencyjne ostre, należy brać do badań możliwie jak największe przedmioty. Ten warunek sprawił, że zdecydowano się na duże wymiary koła.

Cechy geometryczne badanego koła przedstawione zostały na rys. 1.



Rys. 1. Badane koło zębate  
Fig. 1. The gear wheel tested

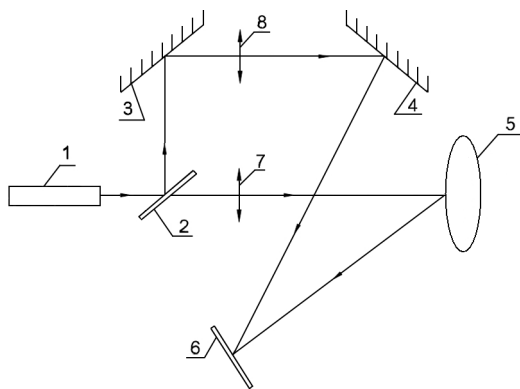
Dążono do maksymalnego obniżenia masy badanego koła, w związku z czym zdecydowano się na koło wykonane z tworzywa sztucznego z grupy poliamidów. Dla powyższego tworzywa wykonano próbę statycznego rozciągania, na podstawie której wyznaczono moduł Younga  $E$  oraz ułamek Poissona  $\nu$ . Wartości te wyniosły:  $E=1800$  MPa,  $\nu=0,57$ .

Tak duża wartość ułamka Poissona świadczy o dobrych własnościach plastycznych jak również o pewnej anizotropii własności spowodowanych strukturą materiału.

#### 4. Opis prowadzonych badań

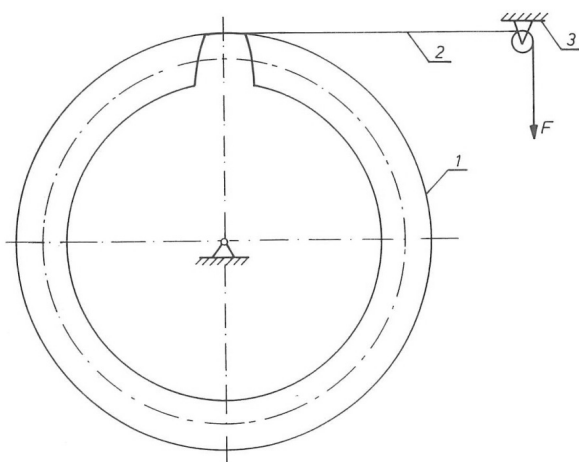
Badania holograficzne zostały przeprowadzone w pracowni holografii optycznej Instytutu Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej Politechniki Wrocławskiej. Do badań był użyty laser argonowy emitujący światło o długości fali  $\lambda=514,5$  nm. Schemat stanowiska na którym przeprowadzono badania przedstawiono na rys. 2.

Układ optyczny składa się ze zwierciadeł: 2, 3, 4, soczewek: 7 i 8 oraz płyty holograficznej: 6. Zadaniem tego układu jest wytworzenie wiązek światła laserowego i ich rejestracja. Obiektem badań jest koło zębate: 5.



Rys. 2. Schemat stanowiska badawczego. 1 – laser, 2 – zwierciadło światłodzielące, 3, 4 – zwierciadła, 5 – badany obiekt, 6 – płyta holograficzna, 7, 8 – soczewki  
Fig. 2. The test stand: 1 - laser, 2 - plate of light division, 3, 4 – mirrors, 5 – investigated object, holographic plate, 7, 8 - lens

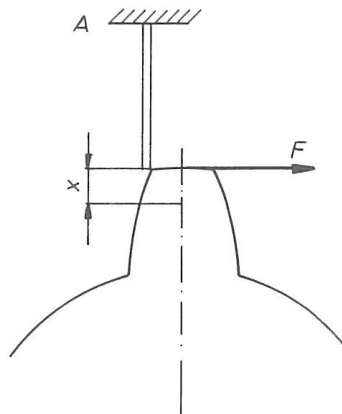
W powyższym układzie optycznym wykonano pomiary metodą dwukrotnej ekspozycji. Posługując się tą metodą wyznaczono przemieszczenia powierzchni bocznej zęba obciążonego siłą do niej prostopadłą. Obciążenie zadawano za pomocą nierozciągliwej nitki nawiniętej wokół zęba, obciążonej poprzez bleczek ciężarkami o znanej masie. Schemat powyższego obciążenia przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Obciążenie koła zębatego. 1 – koło zębate, 2 – nitka, 3 – bleczek  
Fig. 3. The gear wheel load. 1 – gear wheel, 2 – thread, 3 – block

Dla wyeliminowania sił tarcia na boczku, między bleczek a obciążany ząb wstawiono gumkę o znanej charakterystyce. W ten sposób można było określić siłę naciągu nitki bezpośrednio przy zębie. Zmieniając punkt przyłożenia siły z oświetlanej powierzchni bocznej na stronę przeciwną czyli nieoświetloną wyznaczono również przemieszczenia z powierzchni nieoświetlanych. W wyniku przeprowadzonych pomiarów na powierzchniach zębów powstawały prążki interferencyjne dla których należało

wyznaczyć ich rzędy. W tym celu zastosowano sztywno zamontowaną belkę wzorcową, którą sprężyste przyłożono do wierzchołka zęba (rys. 4).



Rys. 4. Belka wzorcową  
Fig. 4. Standard beam

Wiedząc, że w miejscu utwierdzenia belki (A) przemieszczenia równe są zero (czyli tutaj jest prążek zerowy) można wyznaczyć rzędy następnych prążków aż do styku z zębem a stąd i na całym zębie. Na podstawie wykonanych zdjęć, znając rzędy prążków, ze wzoru

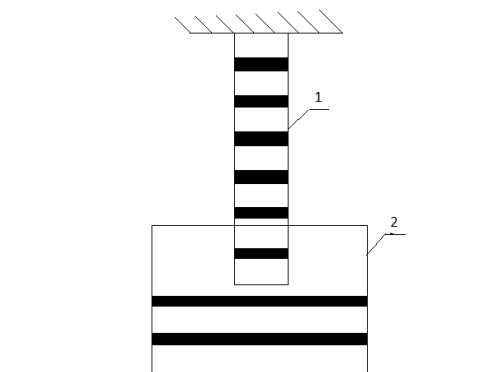
$$u = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

gdzie:  $u$  – przemieszczenie,  $n$  – rząd prążka,  $\lambda$  – długość fali użytego światła laserowego.

Wyznaczono przemieszczenia powierzchni bocznej zęba w zależności od odległości od wierzchołka. W celu zweryfikowania otrzymanych przemieszczeń wykorzystano metodę elementów skończonych, która umożliwia rozwiązanie powyższego problemu w przemieszczeniach. Zastosowany program z MES traktuje badane koło zębate jak tarczę i liczy ją w płaskim stanie naprężenia. Wykorzystywany do obliczeń był element czworokątny, czterowęzłowy, przy czym elementy zagęszczano na powierzchni. Wykonane pomiary dotyczyły dwóch przypadków obciążenia zęba:

1. Ząb obciążony w wierzchołku siłą  $F=1,89$  N,
2. Ząb obciążony na średnicy podziałowej siłą  $F=2,52$  N.

Na rysunku 5. przedstawiono przykładowy obraz prążków interferencyjnych.



Rys. 5. Obraz prążków interferencyjnych. 1 – belka wzorcową, 2 – badany ząb  
Fig. 5. The picture of interference strias, 1 – standard beam, 2 – tooth tested

W oparciu o powyższy obraz wyznaczono przemieszczenia powierzchni bocznej zęba w zależności od współrzędnej  $x$ . Porównanie otrzymanych wyników metodą holograficzną i metodą elementów skończonych przedstawiono w tabelach 1 i 2.

Tab. 1. Obciążenie w wierzchołku zęba  
Tab. 1. The load at the tooth top

Współrzędna $x$ , mm	Przemieszczenia, $\mu\text{m}$	
	holografia	MES
7,5	20,56	20,77
12,5	17,99	18,10
20	15,42	16,04

Tab. 2. Obciążenie na średnicy podziałowej  
Tab. 2. The load on the pitch diameter

Współrzędna $x$ , mm	Przemieszczenia, $\mu\text{m}$	
	holografia	MES
7,5	23,13	23,14
15	20,56	20,60
22	17,99	17,73

Na podstawie otrzymanych wyników pomiarów interferencyjnych wyznaczono również naprężenia normalne  $\sigma_x$  dwiema metodami:

1. metodą holograficzną,
2. metodą elementów skończonych.

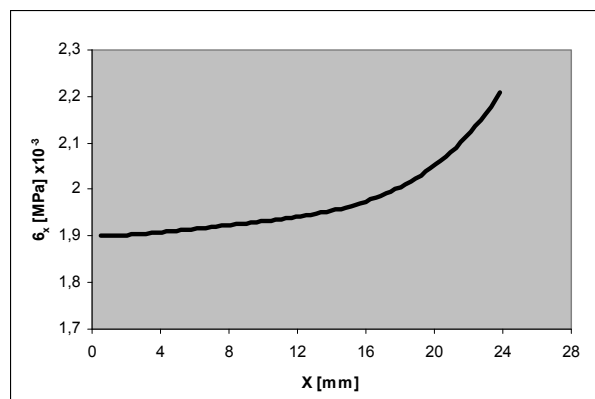
W pierwszym przypadku na podstawie wyników pomiarów drogą numeryczną otrzymano funkcję przemieszczeń  $u(x)$ . Następnie w wyniku różniczkowania tej funkcji z prawa Hooke'a otrzymano naprężenia  $\sigma_x$ . W drugim przypadku naprężenia te wyznaczono z programu MES. Naprężenia normalne obliczono również inną metodą po przyjęciu modelu zęba w postaci belki. Naprężenia  $\sigma_x$  wyznaczono z zależności:

$$\sigma_x = \frac{M_x}{W_x} \quad (2)$$

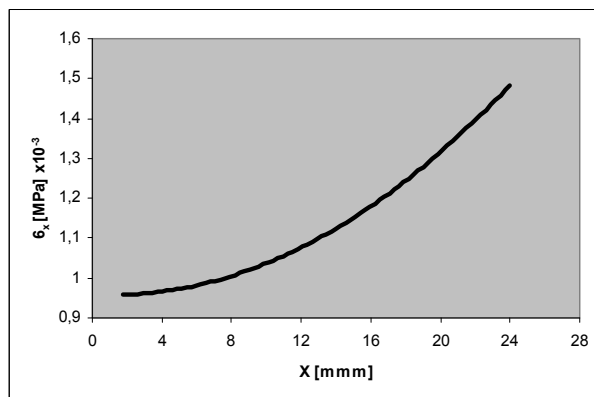
gdzie:  $M_x$  – moment gnący,  $W_x$  – wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie.

Wykresy naprężeń  $\sigma_x$  wyznaczonych metodą MES przedstawiono na rys. 6, 7.

Obliczone w taki sposób naprężenia są podobne do wyznaczonych ze wzoru (2). Stopień zgodności wyników był szczególnie duży w miejscach znacznie odległych od przyłożonego obciążenia oraz od karbów geometrycznych, w których występuje spiętrzenie naprężeń.



Rys. 6. Naprężenia  $\sigma_x$  przy obciążeniu w wierzchołku  
Fig. 6. Stresses  $\sigma_x$  for the load at the top



Rys. 7. Naprężenia  $\sigma_x$  przy obciążeniu na średnicy podziałowej  
Fig. 7. Stresses  $\sigma_x$  for the load on the pitch diameter

Przedstawione wyżej pomiary wykonano również dla zębów oddalonych od zęba obciążonego. Stwierdzono na nich występowanie prążków interferencyjnych, przy czym ich rzędy malały wraz ze wzrostem odległości danego zęba od zęba obciążonego.

To spostrzeżenie nasunęło myśl, że ząb obciążony odkształca część tarczy w miejscu utwierdzenia. Deformacja tarczy przenoszona jest w dalsze miejsca na kole zębatym, stąd model belki utwierdzonej, stosowanej do obliczeń naprężeń zębów można przyjąć tylko z pewnym przybliżeniem.

## 5. Podsumowanie

Otrzymane wyniki pomiarów potwierdzają przydatność holografii optycznej do badań przemieszczeń powierzchni bocznych zębów kół zębatych. Metody optyczne pozwalają na wyznaczenie funkcji przemieszczeń  $u(x)$ , która daje pogląd na temat deformacji zębów podczas pracy. Mając powyższą funkcję można wyznaczyć metodą różniczkowania lub metodą elementów skończonych naprężenia normalne  $\sigma_x$ .

Metody holograficzne mogą mieć zastosowanie do optymalnego kształtowania kół zębatych w fazie konstrukcji, a także do oceny ich sztywności i wytrzymałości w fazie kontrolno – pomiarowej.

## 6. Literatura

- [1] Jagoszewski E.: Wstęp do holografii. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1978.
- [2] Jakubowicz A., Orłoś Z.: Wytrzymałość Materiałów. WNT, Warszawa 1966.
- [3] Morzuch W.: Pomiar sztywności utwierdzenia belki przy zastosowaniu interferometrii holograficznej. Pomiary Automatyka Kontrola, vol. 55, 5(2009).
- [4] Morzuch W.: Pomiar sztywności skrętniej elementów maszyn przy zastosowaniu interferometrii holograficznej. Pomiary Automatyka Kontrola, vol. 56, 8(2010).
- [5] Morzuch W.: Pomiar przemieszczeń i sił wewnętrznych w płytach kołowych przy zastosowaniu interferometrii holograficznej. Pomiary Automatyka Kontrola, vol. 57, 11 (2011).
- [6] Morzuch W.: Pomiar stojanów maszyn elektrycznych przy zastosowaniu interferometrii holograficznej. Pomiary Automatyka Kontrola, vol. 57, 11 (2011).
- [7] Pluta M.: Holografia optyczna. PWN, Warszawa 1980.

otrzymano / received: 24.05.2013

przyjęto do druku / accepted: 01.11.2013

artykuł recenzowany / revised paper