

Praca statyczna stropów z płyt kanałowych w warunkach czterokrawędziowego oparcia

mgr inż. Jakub Zając (ORCID 0000-0001-9525-8650), prof. dr hab. Łukasz Drobiec (ORCID 0000-0001-9825-6343), dr hab. inż. Radosław Jasiński (ORCID 0000-0003-4015-4971), mgr inż. Krzysztof Grzyb (ORCID 0000-0001-9039-5015), Katedra Konstrukcji Budowlanych, Wydział Budownictwa, Politechnika Śląska, dr inż. Artur Kisiołek (ORCID: 0000-0002-8815-6776), Wydział Ekonomiczny, Wielkopolska Wyższa Szkoła Społeczno-Ekonomiczna

1. Wprowadzenie

Płyty kanałowe (HC) mają swój początek w stropie pomyślnego Wilhelma Sieglera z 1906 roku. Pierwsze prefabrykаты o kształcie zbliżonym do obecnych płyt HC zaczęto masowo produkować w latach 20. XX wieku [1]. Szacuje się, że w samej Europie wykonano do tej pory ponad miliard metrów kwadratowych stropów z płyt kanałowych [2]. Wraz z doświadczeniem w wykonywaniu takich stropów rozwijano przepisy normowe dotyczące obliczania płyt kanałowych. Regulacje były uzupełniane o kolejne zagadnienia, często bazując na awariach już wykonanych konstrukcji. Pomimo powszechności stosowania stropów z płyt HC – wytyczne normowe nie zawsze znajdowały wystarczające potwierdzenie w badaniach naukowych, a wybrane aspekty projektowania wciąż budzą pewne wątpliwości [3].

2. Projektowanie płyt kanałowych

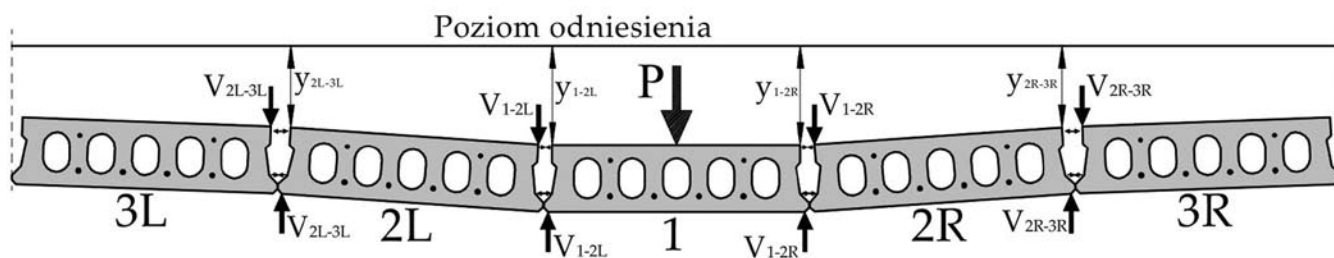
Kompletny projekt stropu zgodny z PN-EN 1168 [4] powinien uwzględniać weryfikację nośności: na zginanie, ścinanie oraz na skręcanie, gdy element podparty jest na trzech krawędziach lub gdy występuje mimośrodowe przekazywanie obciążeń. Należy również rozważyć warunki przebicia płyty pod działaniem sił skupionych i obciążeń liniowych oraz przeanalizować nośność na ścinanie zamków między płytami. Konieczność uwzględnienia ugięcia podpór na nośność na ścinanie [5], obliczania nośności zamka pomiędzy

płytami czy rozdziału obciążeń [6] wynikają z rzeczywistej pracy przestrzennej płyt kanałowych.

Konstrukcja poprzecznego połączenia pomiędzy płytami (zamka ścinanego), determinującego współpracę płyt – istotnie wpływa na rozdział obciążeń. Na podstawie badań [6] stwierdzono, że rozdział poprzeczny obciążenia w przypadku płyt połączonych wyłącznie poprzez podłużne niezbrojone zamki odpowiada przegubowemu połączeniu płyt (rys. 1). Model taki odpowiada założeniom podanym w normie PN-EN 1168 (załącznik C).

Pomimo konieczności weryfikacji lokalnych efektów pracy poprzecznej pojedynczego panelu w normach nie podano wytycznych do globalnego uwzględnienia pracy przestrzennej stropu. Brak zaleceń w tym zakresie może skutkować znacznym błędem w określaniu stopnia wyężenia stropu, a w szczególności w miarodajnym oszacowaniu ugięcia konstrukcji. Rozbieżności pomiędzy modelem obliczeniowym a rzeczywistym zachowaniem stropu będą tym większe, im stosunek długości boków stropu będzie zbliżony do jedności.

W celu uzupełnienia stanu wiedzy, wykonano badania doświadczalne stropu złożonego z płyt kanałowych, w skali rzeczywistej. Celem badań była weryfikacja mechanizmu pracy przestrzennej wraz z porównawczą analizą obliczeniową. Równolegle prowadzono badania nad innymi typami stropów prefabrykowanych. Szczegółowy opis badań przedstawiono w pracy [7], w której zawarto podsumowanie analiz różnego rodzaju stropów prefabrykowanych.



Rys. 1. Mechanizm rozdziału obciążeń dla stropu z płyt kanałowych (na podstawie [6]): V_i – reakcja od ścinania w złączu, y_i – przemieszczenie pionowe złącza

W niniejszym artykule skupiono się na przedstawieniu wyłącznie pracy płyt kanałowych pod nierównomiernym obciążeniem długotrwałym. Opisano również morfologię za rysowań modelu przed zniszczeniem i po nim.

3. Badania eksperymentalne

3.1. Budowa modelu

Modelem badawczym był budynek ze ścianami wykonanymi z autoklawizowanego betonu komórkowego (ABK) o grubości 24 cm i wysokości ścian 2,20 m. Strop składał się z dziesięciu płyt kanałowych o szerokości 600 mm i wysokości 150 mm, opartych na prefabrykowanych kształtkach wieńcowych. Minimalna szerokość oparcia wynosiła 80 mm (rys. 2).

Każdą płytę sprężono dołem czterema cięgnami $\varnothing 9,3$ mm, składającymi się z siedmiu drutów (1x3,17 mm; 6x3,08 mm) oraz dwoma cięgnami $\varnothing 6,85$ mm (1x2,40 mm; 6x2,24 mm), ulokowanymi w górnej części przekroju (rys. 3). Grubość otuliny betonowej splotów górnych i dolnych wynosiła 35 mm. Celowo zrezygnowano z nadbetonu prefabrykatów, wypełniając betonem in situ jedynie styki płyt. W strefie przypodporowej w każdym z wypełnionych betonem styków ułożono pręt średnicy 8 mm, który był zlokalizowany w górnej części zamka. Ciężar własny stropu wynosił 2,65 kN/m². Parametry wytrzymałościowe zastosowanych materiałów zestawiono w tabelach 1 i 2.

Tabela 1. Parametry zastosowanego w badaniach betonu określone zgodnie z [8–9]

Beton prefabrykatu			Beton w zamkach		
$f_{cm,cyl}$ [N/mm ²]	E_{cm} [N/mm ²]	$E_{cm,lt}$ [N/mm ²]	$f_{cm,cyl}$ [N/mm ²]	E_{cm} [N/mm ²]	$E_{cm,lt}$ [N/mm ²]
56.0	36459	12572	40.8	32764	12134

$f_{cm,cyl}$ – średnia wytrzymałość na ściskanie uzyskana na walcach $\varnothing 150 \times 300$ mm,

E_{cm} – średni moduł sprężystości betonu.

$E_{cm,lt}$ – średni, długotrwały moduł sprężystości betonu wyznaczony według procedury zawartej w normie EC-2 [9].

Tabela 2. Właściwości stali sprężającej zbrojenia głównego zastosowanych do wykonania modeli wyznaczone zgodnie z [11–13]

Gatunek stali	R_{eH} [N/mm ²]	R_m/R_e	A_{gt} [%]
Y1860S7	1756	1,14	6,1

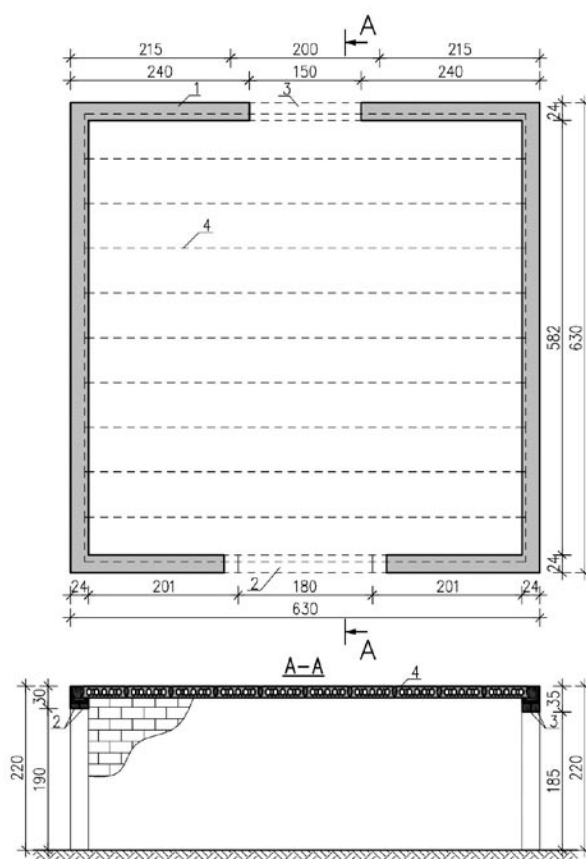
R_{eH} – średnia, górna granica sprężystości,

R_m – wytrzymałość na rozciąganie,

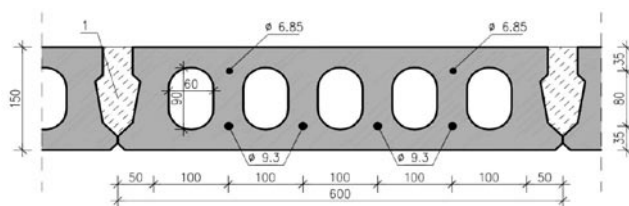
A_{gt} – całkowite wydłużenie procentowe przy największej sile.

3.2. Procedura prowadzenia badań

Przemieszczenia długotrwałe były odczytywane dzięki znacznikom do pomiarów geodezyjnych, a pomiar przemieszczeń

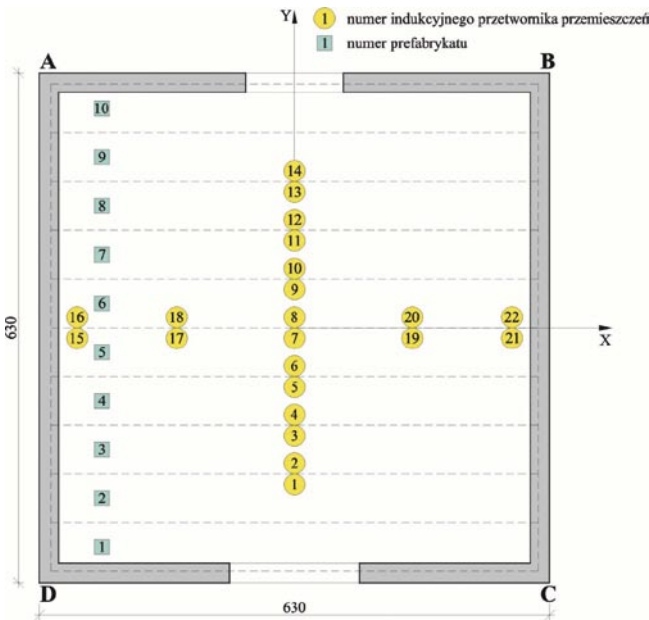


Rys. 2. Geometria modelu: 1 – ściana murowana z bloczków betonowych, 2 – nadproże 2xSBN 7,2/12/210, 3 – nadproże 2xSBN 12/12/180, 4 – płyty kanałowe

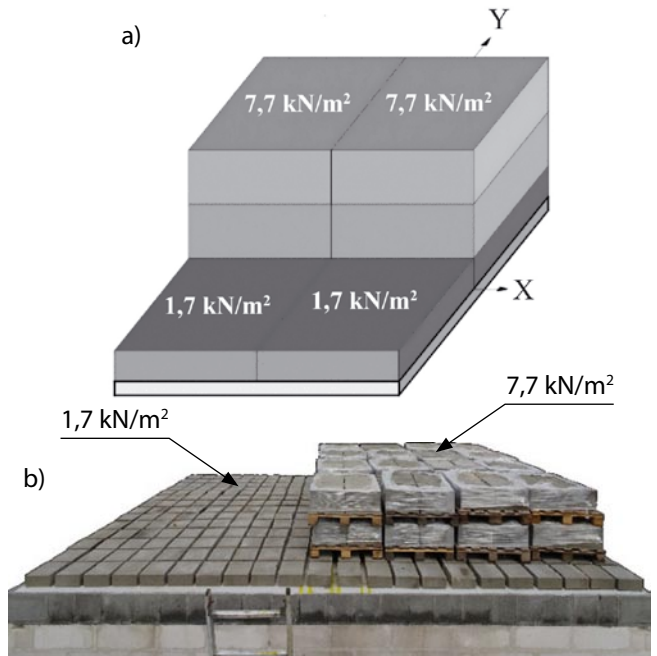


Rys. 3. Przekrój poprzeczny płyty kanałowej – złącze między płytami (zamek ścinany)

w dniu badań zrealizowano dodatkowo za pomocą transformatorowych przetworników przemieszczeń liniowych (tzw. czujników LVDT). Znaczniki geodezyjne były rozmieszczone około 25 mm od styku paneli, a odległość pomiędzy sąsiednimi czujnikami wynosiła ~50 mm (rys. 4). Obciążenie przykładano w sposób grawitacyjny, według ustalonego harmonogramu badań, przy obciążeniu doraźnym. Do wywołania obciążeń zastosowano pojedyncze bloczki betonowe (350x250x120 mm) oraz bloczki układane na paletach. Obciążenie przykładane ponad ciężar własny stropu zostało podzielone na dwie części (rys. 5). Na płytach od 1 do 5 zadano obciążenie o wartości 1,7 kN/m² (bloczki betonowe układane na górnej powierzchni stropu) oraz 7,7 kN/m² na płytach od 6 do 10 (palety z bloczkami betonowymi układane na położonych wcześniej bloczkach betonowych). Badania długotrwałe zaplanowano na 12 miesięcy.



Rys. 4. Położenie czujników indukcyjnych oraz znaczników geodezyjnych do pomiaru przemieszczeń pionowych (ugięć stropu)



Rys. 5. Realizacja obciążenia modelu badawczego: a) schemat, b) widok na modelu

Ze względu na pandemię COVID-19 program badań przedłużono o kolejny rok.

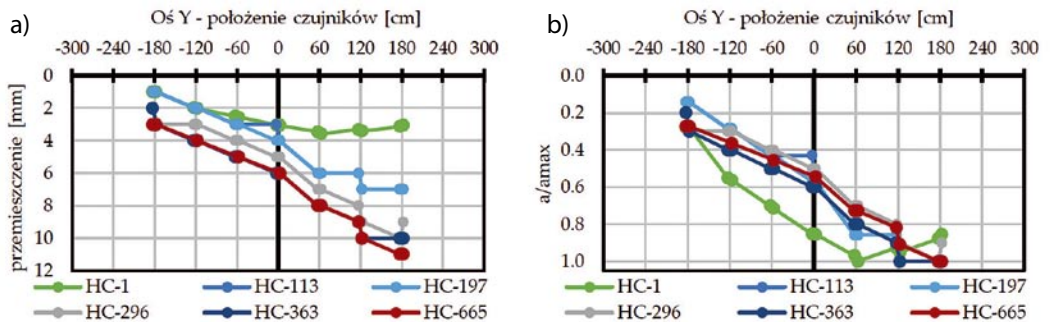
3.3. Wyniki obciążenia długotrwałego

Badania pod obciążeniem stałym długotrwałym prowadzono przez okres 665 dni. Na wykresach pokazanych na rysunkach 6 i 7 podano wyniki wyłącznie dla tych odczytów, w których zarejestrowano istotną zmianę przemieszczeń punktów pomiarowych (ugięć). Maksymalne przemieszczenie stropu w pierwszym dniu badania wynosiło 3,6 mm

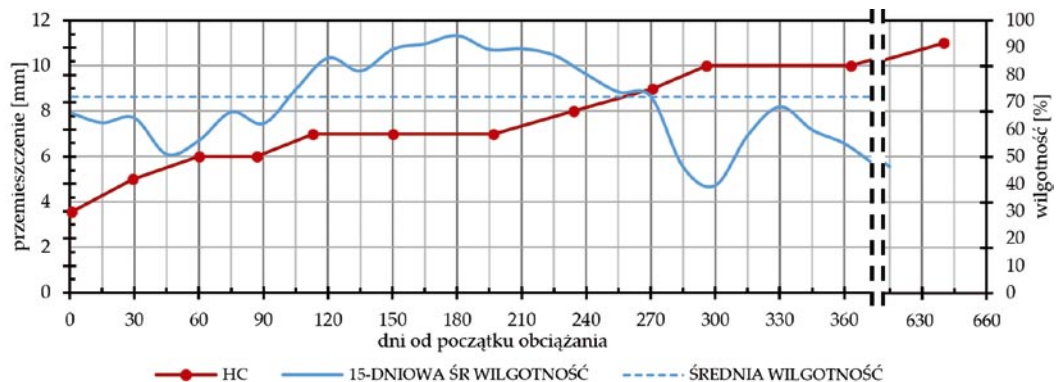
i odczytane zostało w punkcie nr 10 (płyta nr 6) – położonym 60 cm od środka stropu. W kolejnych odczytach odnotowano systematyczny przyrost przemieszczeń pionowych, aż do osiągnięcia wartości 10 mm, po pierwszym roku obciążania oraz 11 mm, po kolejnych 300 dniach. Największy przyrost przemieszczeń zarejestrowano w pierwszych 120 dniach obciążania.

Na podstawie rysunku 7 można zauważyć zależność przyrostu przemieszczeń od średniej wilgotności powietrza w danym okresie. Zgodnie z literaturą pelzanie jest tym mniejsze

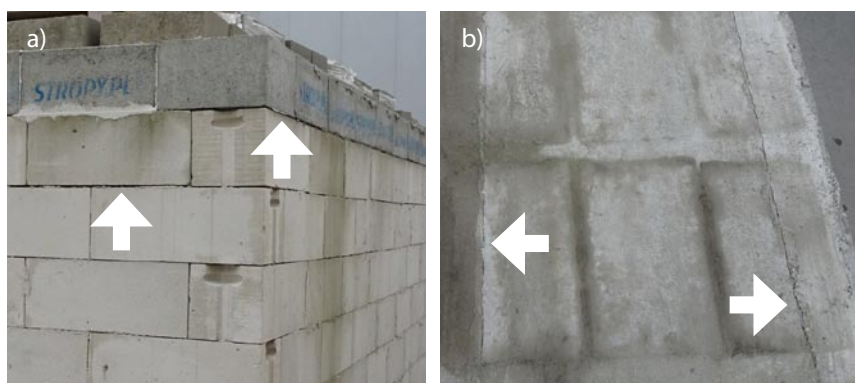
Rys. 6. Przesunięcia stropu w kierunku prostopadłym w kolejnych pomiarach: a) zmierzone wartości, b) charakterystyka przemieszczeń (stosunek przemieszczenia w punkcie do przemieszczenia maksymalnego)



Rys. 7. Maksymalne przemieszczenie stropu w czasie trwania badań



Rys. 8. Zarysowania modelu po badaniu:
a) unoszenie naroży, b) zarysowania styków
podłużnych płyty skrajnej



im większa jest wilgotność otoczenia. Obserwacje potwierdziły tę zależność, pomiędzy 120 a 200 dniem badań – kiedy wilgotność wynosiła ponad 90% i nie odnotowano przyrostu przemieszczeń (z wyjątkiem punktu nr 7).

Pomimo nierównomiernego rozkładu obciążenia charakterystyka przemieszczeń pionowych w pierwszym dniu badań wskazuje na pracę przestrzenną stropu. Krzywa przemieszczeń (rys. 6b) ma przebieg zbliżony do pracy stropu dwukierunkowo pracującego. Na skutek oddziaływań długotrwałych zmieniła uległa charakterystyka krzywej. Wartość największego ugięcia odczytano w odległości 120 cm od osi środka stropu.

3.4. Morfologia rys i mechanizm zniszczenia modelu

Przed rozpoczęciem badań na stropie nie odnotowano żadnych zarysowań powierzchni dolnej i górnej stropu. Nie zaobserwowano również zarysowań w połączeniu stropu z murem (ścianami z ABK). W dniu zakończenia badań (po 665 dniach) wykonano ponowną inwentaryzację uszkodzeń. Zaobserwowano efekt unoszenia naroży, widoczny jako zarysowanie pomiędzy ścianą murowaną a kształtką wieńcową (rys. 8a). Po zdjęciu obciążenia na powierzchni górnej stropu zinwentaryzowano zarysowania pomiędzy płytą skrajną i przed skrajną a wieńcem stropu. Rysy przebiegały podłużnie wzdłuż styku prefabrykatu z betonem wypełniającym złącze.

Po zakończeniu badań podjęto próbę przeciążenia stropu. Przyłożono obciążenie o sumarycznej wartości 21,9 kN/m² w środkowej części stropu (rys. 9). Odnotowano przyrost maksymalnego przemieszczenia o kolejne 7 mm. Dalsze obciążanie przerwano ze względu na ryzyko zniszczenia ścian modelu, na których zaobserwowano ukośne zarysowania. W ostatnim etapie przeprowadzono kontrolowane zniszczenie



Rys. 9. Widok modelu pod maksymalnym obciążeniem – próba zniszczenia



Rys. 10. Widok stropu po zniszczeniu

stropu, bez przyłożonego obciążenia pionowego. Mechanicznie doprowadzono do zniszczenia ścian obiektu (siła pozioma przyłożona do stropu przez łyżkę koparki), na skutek czego strop dynamicznie opadł. Pomimo zniszczenia ścian, a w następstwie stropu, zauważono, że strop zachował swoją integralność, dzięki wykonaniu żelbetowego wieńca obwodowego. Ponadto zaobserwowano zarysowania złączy pomiędzy płytami – na styku betonu wypełniającego i prefabrykatu.

W przypadku czterech złączy doszło nawet do całkowitego odspojenia betonu wypełniającego od prefabrykatów. Powyższe obserwacje należy traktować jako punkt wyjścia do kolejnych badań i analiz przestrzennej pracy takich stropów.

4. Analizy obliczeniowe

4.1. Obliczenia modelu belkowego

W celu uwypuklenia różnic w zachowaniu się stropu przeprowadzono inżynierskie obliczenia ugięć konstrukcji zgodnie z wytycznymi norm [4, 10], które porównano z wynikami badań. Rozważono dwa modele: belkowy i płytowy – obciążone krótko- i długotrwanie.

W przypadku modelu belkowego przedmiotem obliczeń była jednoprzęsłowa belka swobodnie podparta o szerokości 60 cm, obciążona równomiernie obciążeniem o wartości 7,7 kN/m². Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 3. Otrzymane rezultaty obliczeń znacząco odbiegały od wyników eksperymentalnych. Niezależnie od czasu oddziaływania obciążenia różnica przemieszczeń była czterokrotna, a obliczenia stropów jako elementów jednokierunkowych, wielokrotnie zawyżyły wartości przemieszczeń. Obliczone ugięcia krótkotrwałe dla modelu belkowego przewyższyły nawet wartości uzyskane z badań, niemal po dwóch latach oddziaływania obciążenia.

Tabela 3. Porównanie wyników badań oraz obliczeń przy obciążeniach krótkotrwałych i długotrwałych dla modelu belkowego

Model	a_{obs} [mm]	model belkowy	
		$a_{obl,bel}$ [mm]	$a_{obs}/a_{obl,bel}$
HC – 0	3,57	14,0	0,25
HC – 363	10,0	38,6	0,26

a_{obs} – maksymalne ugięcie modelu uzyskane z badań

$a_{obl,bel}$ – maksymalne ugięcie modelu w obliczeniach modelu belkowego

4.2. Obliczenia modelu przestrzennego

Jak wykazano w pkt. 4.1, ugięcia obliczone według procedury normowej były przeszacowane zarówno w przypadku obciążeń krótko- i długotrwałych. Pominięcie efektu współpracy płyt kanałowych i idące za tym przeszacowania deformacji nie mogą być uznane za wiarygodne z punktu widzenia eksperckiej analizy obiektu. Wobec tego opracowano numeryczny model MES odzwierciedlający analizowaną sytuację (strop z zamkami ścinanymi w miejscu połączenia prefabrykatów). Zastosowano czterowęzłowe, powłokowe elementy skończone o sześciu stopniach swobody w każdym węźle. Grubość poszczególnych elementów skończonych odpowiadała grubości modelu w danym obszarze. W modelu zastosowano przegubowe połączenia w zamkach pomiędzy poszczególnymi prefabrykatami. Wyniki ugięć dla obciążenia krótkotrwałego przedstawiono po pomniejszeniu całkowitego ugięcia o wartość przemieszczenia pionowego, pochodzącego wyłącznie od ciężaru własnego.

W obliczeniach uwzględniających obciążenia krótkotrwałe założono liniowo-sprężystą charakterystykę betonu – moduły sprężystości pokazano w tabeli 1. W modelach odzwierciedlających obciążenia długotrwałe zmodyfikowano warunki początkowo-brzegowe zgodnie z obserwacjami. Zrezygnowano ze sztywnego połączenia stropu ze ścianami, wprowadzając połączenie przegubowe – spowodowane zaobserwowanym obrotem wieńca i zarysowaniem połączenia strop-ściana. Założono podpory przejmujące wyłącznie ściskanie, co pozwoliło na odwzorowanie efektu odrywania naroży. Dodatkowo uwzględniono redukcję modułu sprężystości betonu, spowodowanego pełzaniem, przy uwzględnieniu wilgotności otoczenia równej 72% (rys. 7).

Moduły sprężystości zredukowano do wartości $E_{cm,lt}$ (tabela 1). Tak obliczone ugięcia wykazały większą zbieżność z wynikami badań doświadczalnych. Dla obciążeń krótkotrwałych, rozbieżność wyniosła 17% (tabela 4), a charakterystyka ugięcia odzwierciedlała rzeczywistą krzywą przemieszczenia (rys. 11b).

W przypadku analizy długotrwałego oddziaływania obciążenia uzyskano mniejszą zbieżność wyników obliczeń i badań. Rzeczywiste ugięcia wyniosły 10 mm wobec obliczonych 16 mm co stanowiło różnicę 37%. Punkt maksymalnego przemieszczenia odczytany w trakcie badań (120 cm od osi środkowej) zgodny był z wynikami analizy MES.

Tabela 4. Porównanie wyników badań oraz obliczeń dla modelu przestrzennego, przy obciążeniach krótkotrwałych i długotrwałych

Model	a_{obs} [mm]	model przestrzenny	
		$a_{obl,MES}$ [mm]	$a_{obs}/a_{obl,MES}$
HC – 0	3.57	4,29	0,83
HC – 363	10.0	16,01	0,63

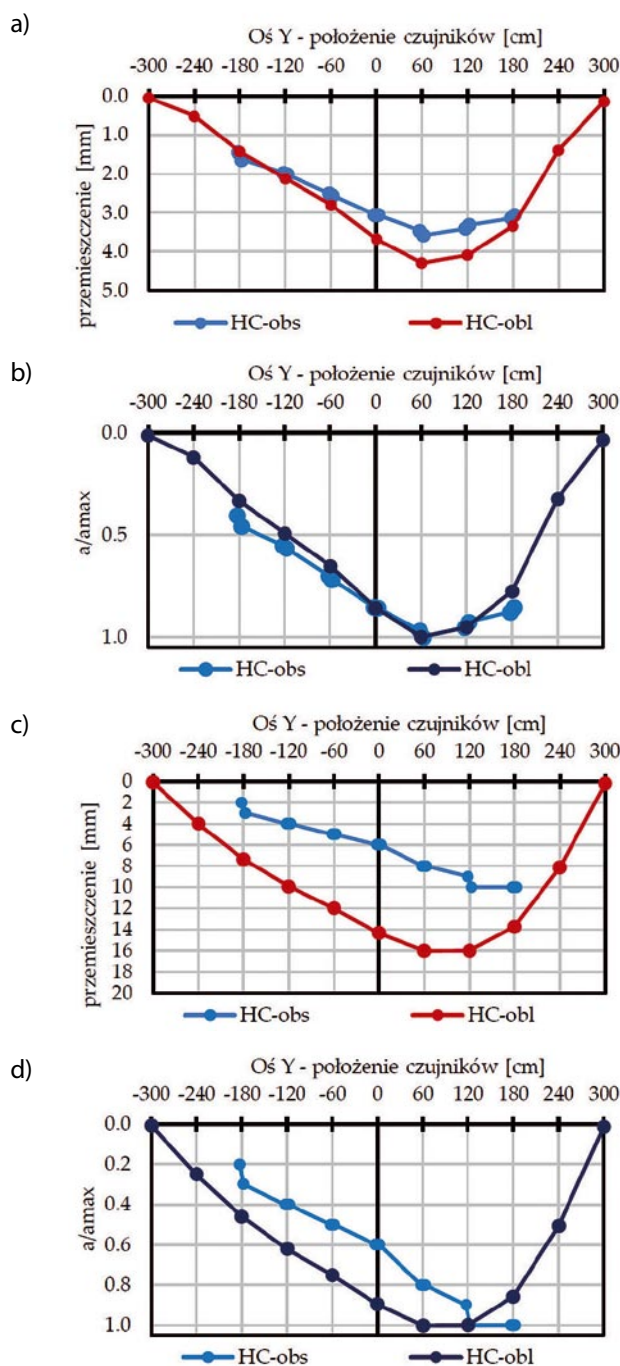
a_{obs} – maksymalne ugięcie modelu uzyskane z badań

$a_{obl,MES}$ – maksymalne ugięcie modelu w obliczeniach modelu przestrzennego MES

5. Podsumowanie

Przeprowadzone badania pozwoliły na określenie charakterystyki pracy przestrzennej stropu złożonego z płyt kanałowych w warunkach czterokrawędziowego oparcia, pod obciążeniem krótkotrwałym oraz długotrwałym. W obu sytuacjach wykazano współpracę paneli stropowych pomiędzy sobą, przy nierównomiernym rozkładzie obciążenia (dzięki wypełnieniu betonem zamków ścinanych). Strop w trakcie procesu obciążania z konstrukcji częściowo zamocowanej na ścianach, stał się swobodnie podparty. Efekt ten znalazł również swoje potwierdzenie w efekcie uniesienia naroży stropu. Poprawność założeń związanych z przyjęciem przegubowego modelu pracy już od początku zadanego obciążenia, potwierdziły wykonane obliczenia na modelu przestrzennym. Uzyskano zgodność co do lokalizacji punktu największej krzywizny, występującego na styku panelu nr 6 i 7 (rys. 11b). Na skutek oddziaływań długotrwałych punkt ten uległ przesunięciu na styk panelu nr 7 z elementami sąsiednimi.

Wykorzystując w obliczeniach model belki swobodnie podpartej i procedurę normową, uzyskano każdorazowo ponad trzykrotne przeszacowanie ugięć. Przyjęty model pracy belki wolnopodpartej był zatem podejściem zbyt konserwatywnym, nie pozwalającym na prawidłową ocenę zachowania się stropu. Obliczenia prowadzone na modelu przestrzennym pozwoliły na racjonalne oszacowanie wartości przemieszczeń. Otrzymane rozbieżności pomiędzy badaniami a obliczeniami wynikały z rzeczywistego, częściowego zarysowania zamków między prefabrykatami oraz częściowego utwierdzenia badanego stropu w miejscu jego oparcia na ścianach.



Rys. 11. Porównanie krzywych przemieszczeń obliczonych i pozyskanych z badań: a) obciążenia krótkotrwałe, b) charakterystyka przemieszczeń dla obciążeń krótkotrwałych, c) obciążenia długotrwałe, d) charakterystyka przemieszczeń dla obciążeń długotrwałych

Przedstawione wyniki stanowią wkład w dyskusję nad stosowaniem globalnej analizy obliczeniowej, uwzględniającej przestrzenną pracę stropów prefabrykowanych, bez poprzecznego zbrojenia zamków. Analizę zastosowania modelu płyty pracującej dwukierunkowo z przegubowym połączeniem w zamkach można znaleźć w publikacjach prof. Starosolskiego, w tym w tomie II konstrukcji żelbetowych. Model ten w praktyce znalazł zastosowanie w projektowaniu stropów z rodziny SH [14].

Prowadzenie analiz eksperckich istniejących konstrukcji powinno być podparte najbardziej wiarygodnym i zbliżonym do rzeczywistości modelem obliczeniowym. Wybór modelu należy poprzedzić oceną stanu technicznego konstrukcji. W szczególności należy zwrócić uwagę na charakter zarysowań zamków oraz jeśli to możliwe na zarysowania styku płyty stropowej i ścian (efekt unoszenia naroży). Dodatkowo należy wykonać pełną inwentaryzację geodezyjną ugięć stropu. Jeżeli charakterystyka ugięcia zbliżona jest do przedstawionych krzywych (rys. 11 b, d), to w takich przypadkach należy posłużyć się analizą przestrzenną. Wykonywanie analiz na modelach jednokierunkowych prowadzi do bezpiecznych wyników obliczeń, może jednak być niekorzystne z punktu widzenia ekonomicznego oraz niezgodne z filozofią zrównoważonego rozwoju. Autorzy kontynuują badania na modelach złożonych z innych typów stropów zarówno panelowych, jak i gęstożebrowych. Prowadzone są badania wpływu zespolenia na pracę statyczną elementów żelbetowych oraz badania stropów bez zbrojenia poprzecznego. Pozyskane rezultaty pozwolą na dokładniejsze odwzorowanie numeryczne pracy stropów i będą stanowiły podstawę dla sformułowania nowych wytycznych obliczeniowych.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Van Acker A., Maas S., Historical development of Hollow Core slabs. Concrete Plant International, 2, 112-123, 2021
- [2] <https://www.elematic.com/blogs/on-the-route-towards-more-efficient-hollow-core-slabs/>
- [3] Jeziorski M., Derkowski W., Wątpliwości dotyczące nośności stropu z płyt kanałowych obciążonego siłą skupioną, Inżynieria i Budownictwo 5-6/2022, str. 263-268
- [4] Comité européen de normalisation EN 1168: Precast Concrete Products – Hollow Core Slabs; CEN: Brussels, Belgium, 2011
- [5] Derkowski W., Surma M., Torsion of precast Hollow Core Slab. Technical Transactions Civil Engineering, 3-B/2015, DOI: 10.4467/2353737XCT.15.160.4335
- [6] Song J.-Y., Kim S. E., Lee H., Kwak H.-G., Load distribution factors for hollow core slabs with in-situ reinforced concrete joints. Int. J. Concr. Struct. Mater. 2009, 3, 63-69. DOI: 10.4334/ijcsm.2009.3.1.063
- [7] Zając J., Drobiec Ł., Jasiński R., Wieczorek M., Mazur W., Grzyb K., Kisiołek A., The Behaviour of Half-Slabs and Hollow-Core Slab in Four-Edge Supported Conditions. Applied Sciences, 2021; 11(21):10354. DOI: 10.3390/app112110354
- [8] Comité européen de normalisation EN 12390-2:2019, Testing Hardened Concrete-Part 2: Making and Curing Specimens for Strength Test; CEN: Brussels, Belgium, 2019
- [9] Comité européen de normalisation EN 12390-3 Testing Hardened Concrete. Compressive Strength of Test Specimens; CEN: Brussels, Belgium, 2009, str. 22
- [10] Comité européen de normalisation EN 1992-1-1:2004 Design of Concrete Structures. General Rules and Rules for Buildings; CEN: Brussels, Belgium, 2008
- [11] Comité européen de normalisation EN 10080:2007, Steel for the Reinforcement of Concrete-Weldable Reinforcing Steel-General; CEN: Brussels, Belgium, 2007
- [12] Comité européen de normalisation EN ISO 15630-1:2004, Steel for the Reinforcement and Prestressing of Concrete-Test Methods-Part 1: Reinforcing Bars, Wire Rod and Wire; CEN: Geneva, Switzerland, 2004
- [13] Comité européen de normalisation EN 6892-1 Metallic Materials-Tensile Testing-Part 1: Method of Test at Room Temperature, CEN: Geneva, Switzerland, 2016, str. 79
- [14] Starosolski W., Konstrukcje żelbetowe według Eurokodu 2 i norm związanych, tom 2, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2019