

Marcin Kluczyk¹⁾

ANALIZA KINEMATYKI I DYNAMIKI UKŁADU KORBOWO-TŁOKOWEGO JEDNOCYLINDROWEGO CZTEROSUWOWEGO SILNIKA ZS

AN ANALYSIS OF THE KINEMATICS AND DYNAMICS OF A SHAFT-PISTON SYSTEM IN A SINGLE CYLINDER FOUR-STROKE ENGINE ZS

STRESZCZENIE W artykule przedstawiono analizę kinematyki i dynamiki układu korbowo-tłokowego silnika jednocylindrowego zrealizowaną numerycznie w środowisku Matlab. Wszystkie pomiary oraz obliczenia oparto na jednocylindrowym silniku doświadczalnym znajdującym się w Laboratorium Eksploatacji Siłowni Okrętowych Akademii Marynarki Wojennej. Zaprezentowano równania niezbędne w opisie kinematyki oraz dynamiki układów korbowo-tłokowych, które stały się podstawą do stworzenia algorytmu umożliwiającego symulację obciążeń dynamicznych związanych z pracą jednocylindrowego silnika tłokowego. Obliczenia sił gazowych zastąpiono przebiegiem zmian ciśnienia zarejestrowanym podczas indykowania silnika. Opracowany algorytm pozwala na symulację dynamiki wolnoścącego jednocylindrowego czterosuwowego silnika ZS. Artykuł jest pierwszym etapem pracy, która ma na celu numeryczną symulację drgań silnika wielocylindrowego.

Słowa kluczowe:

silnik, układ korbowo-tłokowy, kinematyka, dynamika, symulacja, Matlab.

ABSTRACT This article presents an analysis of the kinematics and dynamics of a piston-shaft system in a single cylinder done numerically in the Matlab environment. All the measurements and calculations are based on an experimental single cylinder engine located in the Power Plant Operation Laboratory at the Naval Academy, Gdynia Naval Academy. It presents equations indispensable to describe the kinematics and dynamics of piston-shaft systems. They are used to develop an algorithm which enables simulating dynamic loads during the work of the single cylinder piston engine. Calculations of gas forces are replaced for the distribution of changes in pressure recorded during engine indication. The algorithm developed can be used to simulate the dynamics of the naturally aspirated single cylinder four stroke engine ZS. The article is the first stage of the work whose aim is numerical simulation of vibrations in a multi cylinder engine.

Keywords:

engine, shaft-piston system, kinematics, dynamics, Matlab.

DOI: 10.5604/0860889X.1133254

¹⁾ Akademia Marynarki Wojennej, Wydział Mechaniczno-Elektryczny, 81-103 Gdynia, ul. J. Śmiodowicza 69; e-mail: m.kluczyk@amw.gdynia.pl

WSTĘP

Podstawowym zadaniem układu korbowo-tłokowego silników tłokowych jest zamiana energii cieplnej procesu spalania paliwa na ruch postępowo-zwrotny tłoka, a następnie na ruch obrotowy wału korbowego przekazywany do odbiornika. Układ podlega oddziaływaniu zmiennych sił, które w uproszczeniu można podzielić na dwie grupy:

- siły gazowe powstające w wyniku działania ciśnienia gazów na denko tłoka;
- siły bezwładności powstające w wyniku przyspieszania i opóźniania masy układu korbowego, przy czym chodzi o siły pochodzące od ruchu obrotowego i posuwisto-zwrotnego.

Wartość sił bezwładności jest zmienna w czasie pracy silnika i zależy od chwilowej prędkości obrotowej wału korbowego. Wartości sił gazowych również się zmieniają, ale przy założeniu właściwej regulacji instalacji paliwowej są zależne od chwilowego obciążenia silnika, a co za tym idzie — od dawki paliwa trafiającej do cylindra. Wstępnie założono, że wszystkie rozpatrywane elementy są doskonale sztywne, a zatem nie występują drgania. Z powodu ich znaczenia dla niezawodnej eksploatacji silnika w kolejnym etapie pracy zostaną one jednak poddane analizie numerycznej. Założono również, że każdy element rozpatrywanego układu ma tylko jeden stopień swobody względem kadłuba silnika. Kolejnym uproszczeniem jest pominięcie oporów tarcia.

INTRODUCTION

The main task of a crank-piston system in piston engines is to transform heat energy during a fuel burning process into the reciprocal motion of a piston, and then into the rotary motion of a crankshaft, transmitted to a receiver. The system is affected by changing forces, which can be divided into two groups:

- gas forces generated as a result of gas pressure applied to a piston head;
- forces of inertia occurring as a result of the acceleration and deceleration of the crank's mass, i.e. forces generated by the rotational and reciprocal.

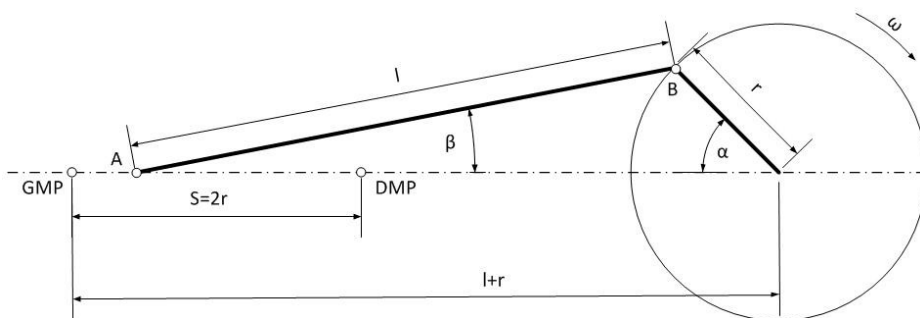
The magnitudes of changes in inertial forces during the performance of an engine depend on the instantaneous rotational speed of the crankshaft. The magnitudes of gas forces also change, but when it is assumed that proper regulation of the fuel installation is performed, they are dependent on the instantaneous engine load, i.e. on the fuel dose injected into the cylinder. Initially an assumption was made that all the elements considered are perfectly still, which means there does not occur any vibration. Due to their importance for the engine's operational reliability they will be given numerical analysis in the next stage of the study. It was also assumed that each element in the system considered has only one degree of freedom in relation to the crankcase. Another simplification is the disregard of frictional resistance.

KINEMATYKA UKŁADU KORBOWO-TŁOKOWEGO

W artykule analizowano silnik jednocylindrowy wyposażony w zbieżnoosiowy mechanizm korbowy. Mechanizm zbieżnoosiowy charakteryzuje się tym, że oś cylindra i wału korbowego przecinają się (rys. 1.). Należy podkreślić, że występują również silniki mające mimoosiowy mechanizm korbowy, w których oś cylindra jest przesunięta względem osi wału korbowego o wartość mimoosiowości e [2, 4]. Analizie poddano jednocylindrowy silnik doświadczalny wykonany jako część silnika sześciocylindrowego WOLA 150 DM.

KINEMATICS OF A CRANK-PISTON SYSTEM

This article analyses a single-cylinder engine (a) with a tapered crank mechanism. In a cross-plane mechanism the cylinder axis and the crankshaft axis (fig. 1) cross each other. It must be underlined that there are also engines with a flat-plane crank mechanism, in which the cylinder axis is shifted in relation to the crankshaft axis by the magnitude of (e) [2, 4]. To conduct the analysis an experimental single-cylinder engine was used, made as part of a six-cylinder engine WOLA 150 DM.



Rys. 1. Schemat zbieżnoosiowego układu korbowego: GMP — górny martwy punkt, DMP — dolny martwy punkt, l — długość korbowodu, r — promień wykorbienia, S — skok tłoka

Fig. 1. A diagram of a cross-plane crank system: TDC — top dead center, BDC — bottom dead center, l — length of connecting-rod, r — crank throw, S — piston travel

Przemieszczenie punktu A znajdującego się w osi sworznia tłokowego zależy od kąta α i dane jest wzorem (3), (5):

The shift of point A located in the axis of the piston pin depends on angle α and is expressed with the formula (3), (5):

$$x = r \left(1 + \frac{\lambda \sin^2 \alpha}{2} - \cos \alpha \right), \quad (1)$$

gdzie:

where:

r — promień wykorbienia / crank throw;

l — długość korbowodu od osi sworznia tłokowego do osi czopa korbowego / length of connecting-rod from the piston pin axis to the crank-pin;

$\lambda = r/l$.

Prędkość tłoka jest pierwszą pochodną przemieszczenia względem czasu, w związku z czym można zapisać:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = r \cdot \left(\sin\alpha + \frac{\lambda \sin 2\alpha}{2} \right) \frac{d\alpha}{dt}. \quad (2)$$

Należy zauważyć, że $\frac{d\alpha}{dt} = \omega = 2\pi f = \frac{\pi n}{30}$ jest prędkością kątową wału, oczywiście n jest prędkością wyrażoną w obr/min. Stąd wzór na prędkość tłoka silnika możemy zapisać jako [2]:

$$v = r\omega \left(\sin\alpha + \frac{\lambda \sin 2\alpha}{2} \right). \quad (3)$$

Dla potrzeb dalszych rozważań przyjęto prędkość obrotową jako stałą (nie uwzględniono nierównomierności biegu silnika), jednak konstrukcja algorytmu obliczeniowego opracowanego w środowisku Matlab umożliwia kalkulację wszystkich wielkości związanych z kinematyką i dynamiką układu korbowego dla dowolnej prędkości obrotowej. Przyspieszenie tłoka jest pierwszą pochodną prędkości względem czasu, w związku z czym dane jest równaniem (2), (7):

$$a = \frac{dv}{dt} = r\omega^2 (\cos\alpha + \lambda \cos 2\alpha). \quad (4)$$

Rysunek 2. przedstawia przebieg wielkości opisanych równaniami (1), (3), (5). Wszystkie wykresy rozpoczynają się od GMP suwu ssania. Zmiany przemieszczenia tłoka zależą jedynie od konstrukcji silnika, a zatem od promienia wykorbienia i długości korbowodu. Zmiany prędkości i przyspieszenia są zależne od chwilowego położenia tłoka oraz prędkości kątowej wału korbowego.

The piston speed is the first derivative of the shift in relation to time. Therefore it can be written as:

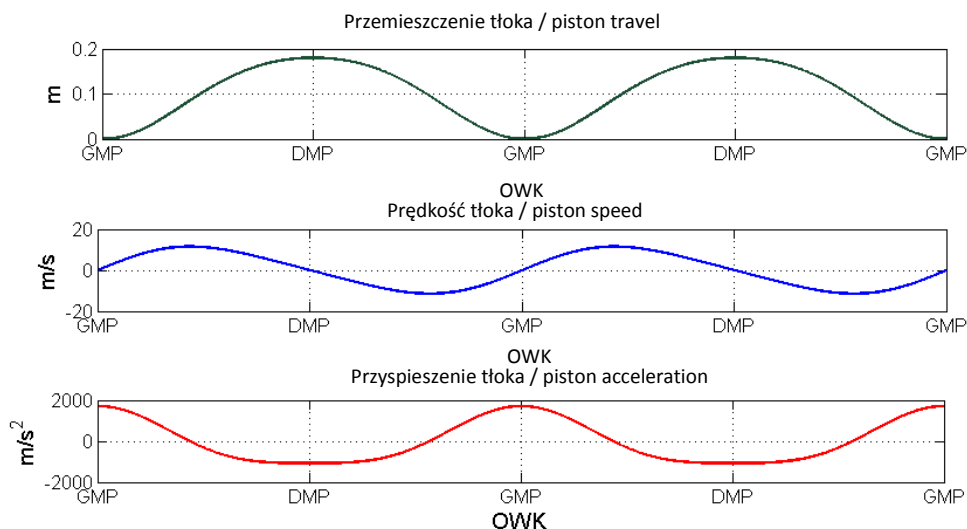
It should be noted that $\frac{d\alpha}{dt} = \omega = 2\pi f = \frac{\pi n}{30}$ is the shaft angular speed, and obviously n is the speed expressed in rpm. Hence the formula for the engine piston speed can be written as [2]:

For further considerations the rotational speed has been assumed as constant (rough running of the engine has not been taken into account). In fact, the structure of the calculation algorithm developed in the Matlab environment allows for calculating all the magnitudes relating to kinematics and dynamics of the crankshaft system for any rotational speed. The piston acceleration is the first derivative of speed in relation to time. Hence it is expressed with the equation (2), (7):

Figure 2 presents the distribution of the magnitudes described with equations (1), (3), (5). All the diagrams start from TDC in the intake cycle. Changes in piston position depend exclusively on the engine design, i.e. on the crank throw and the length of the connecting-rod. Changes in speed and acceleration are dependent on instantaneous position of the piston and the

Rysunek 2. przedstawia przebieg prędkości i przyspieszenia dla prędkości obrotowej wału $n = 1189$ obr/min, przy której przeprowadzono indykowanie wykorzystane następnie w analizie dynamiki silnika.

angular speed of the crankshaft. Figure 2 shows the distribution of speed and acceleration for the shaft rotational speed $n = 1189$ rpm. For this speed an indicating procedure was carried out and the results were later used to analyze the engine dynamics.



GMP — TDC; DMP — BDC; OWK — Crankshaft Rotation (CR)

Rys. 2. Zmiany przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia w funkcji OWK

Fig. 2. Changes in positions, speed and acceleration in the function of Crankshaft Rotation (CR)

DYNAMIKA UKŁADU KORBOWO-TŁOKOWEGO

Naturalną konsekwencją występowania przyspieszeń i opóźnień elementów wchodzących w skład układu korbowo-tłokowego jest występowanie sił bezwładności. Tłok z pierścieniami oraz sworzniem tłokowym wykonuje wyłącznie ruch posuwisto-zwrotny. Korbowód jako całość wykonuje natomiast ruch złożony: wał korbowy — ruch obrotowy. Na potrzeby obliczeń przyjęto, zgodnie z literaturą [5, 6],

THE DYNAMICS OF A CRANK-PISTON SYSTEM

The natural consequence of the occurrence of acceleration and deceleration of the elements in a crank-piston system is the occurrence of forces of inertia. A piston with rings and a piston-pin perform only a to-and-fro motion. A connecting-rod as a whole performs a complex motion: crankshaft — rotational motion. For the calculations, following the literature [5, 6], a simplification has been assumed. It involves

uproszczenie polegające na skupieniu 25% masy korbowodu w osi sworznia tłokowego (ruch posuwisto-zwrotny) — punkt A na rysunku 1., natomiast pozostałe 75% w osi czopa korbowego — punkt B, gdzie wykonuje ona ruch obrotowy [5, 6]. W kolejnym etapie pracy autor wykonał model MES układu korbowo-tłokowego, który umożliwił dokładne określenie udziału poszczególnych mas. Siły bezwładności można opisać równaniem ogólnym w postaci:

$$F_b = -ma, \quad (5)$$

gdzie:

where:

a — przyspieszenie rozpatrywanej masy, w przypadku ruchu posuwisto-zwrotnego opisane równaniem (4), natomiast dla ruchu obrotowego $a = r\omega^2$ / acceleration of the mass considered, described with the equation in the case of reciprocal motion (4), and $a = r\omega^2$ for the rotational motion.

W celu określenia mas elementów przeprowadzono ważenie części składowych układu korbowo-tłokowego. Na rysunku 3. przedstawiono kompletny korbowód wraz z tłokiem i pierścieniami.

In order to determine the masses of the individual elements, the component parts of the crank-piston system were weighed. A complete connecting-rod with a piston and rings are presented in figure 3.



Rys. 3. Kompletny korbowód i tłok pochodzące z analizowanego silnika
 Fig. 3. The complete connecting-rod and a piston from the engine analyzed

Źródło / Source: zdjęcie wykonane przez autora / photo taken by the author.

Uwzględniając (4) i (5), zależność określająca siły bezwładności mas poruszających się ruchem postępowo-zwrotnym dana jest wzorem:

$$F_{bp} = -m_{bp}r\omega^2(\cos\alpha + \lambda\cos 2\alpha), \quad (6)$$

a mas poruszających się ruchem obrotowym:

$$F_{bo} = -m_{bo}r\omega^2, \quad (7)$$

gdzie:

m_{bp} — masa elementów układu korbowo-tłokowego wykonująca ruch posuwisto-zwrotny / a mass of elements in a crank-piston system making a to-and-fro motion;

m_{bo} — masa wykonująca ruch obrotowy / a mass making a rotational motion.

Równania (5-7) nie uwzględniają wpływu sił ciężkości, które zależnie od zwrotu sił F_{bp} i F_{bo} będą zwiększać lub zmniejszać ich wartość. Przyjęte uproszczenie dla rozważanego silnika wprowadza błąd o wartości poniżej 1% (siła ciężkości elementów wykonujących ruch postępowo-zwrotny wynosi $F_g = 44,28$ N, natomiast maksymalna siła bezwładności dla rozpatrywanej prędkości obrotowej wynosi $F_{bp} = 4601$ N). W przypadku dużych wolnoobrotowych silników okrętowych (zazwyczaj dwusuwowych), gdzie masy elementów układu korbowo-tłokowego są znacząco większe, siły ciężkości nie mogą być pominięte.

W celu określenia sił związanych z oddziaływaniem na denko tłoka zmiennego w czasie pracy silnika ciśnienia do algorytmu wprowadzono jego przebieg w postaci wykresu indykatorowego (rys. 4.).

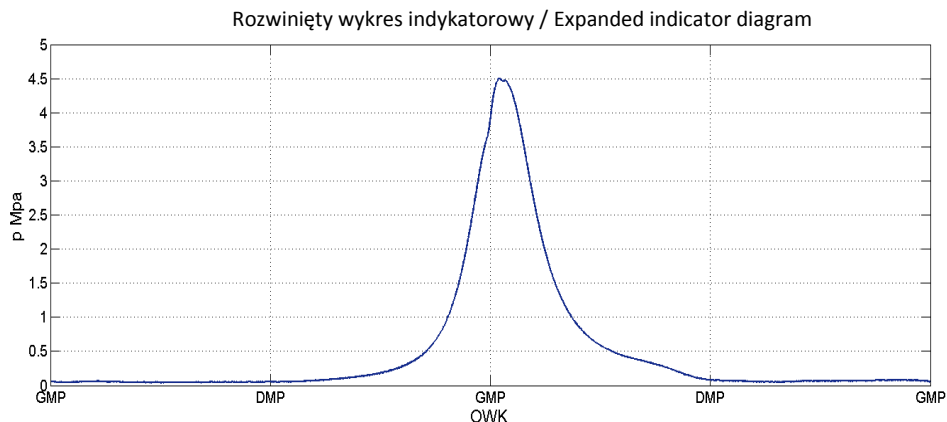
Taking into account (4) and (5), the dependence determining the forces of inertia of the masses moving in a reciprocal motion is described with the formula:

and the masses moving in a rotational motion with:

where:

Equations (5-7) do not take into account the impact of weight forces, which depending on the orientation of forces F_{bp} and F_{bo} will increase or decrease their magnitudes. The adopted simplification for the considered engine introduces an error whose magnitude is lower than 1% (the weight force of the elements making a reciprocal motion is $F_g = 44,28$ N, and the maximum force of inertia for the considered rotational speed is $F_{bp} = 4601$ N). In the case of two big slow-speed marine engines (usually two-stroke ones), where masses of elements in the crank-piston system are much larger, the weight forces can not be neglected.

In order to determine the forces connected with acting on the piston head which changes during the engine work its distribution is introduced to the algorithm in the form of indicator diagram (fig. 4).



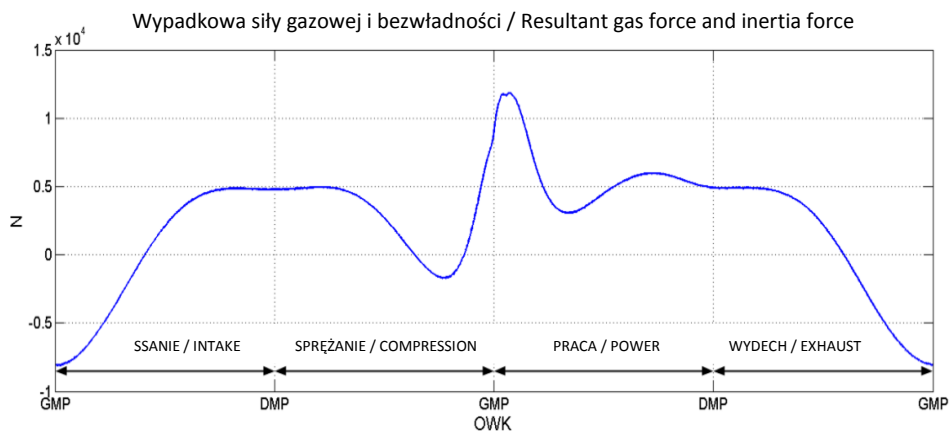
DMP — BDC; GMP — TDC; OWK — CR

Rys. 4. Rozwinięty wykres indykatorowy badanego silnika

Fig. 4. Expanded indicator diagram of the studied engine

Znając chwilową wartość ciśnienia w cylindrze, można obliczyć chwilową wartość siły P działającej na denko tłoka, będącej iloczynem ciśnienia i powierzchni tłoka. Jej przebieg będzie identyczny jak przebieg wykresu indykatorowego, zmieniają się jedynie wartości na osi rzędnych. Przebieg wypadkowej siły gazowej oraz siły bezwładności elementów poruszających się ruchem posuwisto-zwrotnym, oznaczanej dalej jako F , przedstawiono na rysunku 5.

Knowing the instantaneous magnitude of the pressure in the cylinder it is possible to calculate the instantaneous magnitude of force P acting on the piston head, being the product of the pressure and the piston surface. Its distribution will be identical with the distribution of the indicator diagram. Only the magnitudes on the axis of coordinates will change. The distribution of the resultant gas force and the force of inertia of the elements moving in a reciprocal motion, further referred to as F , is presented in figure 5.

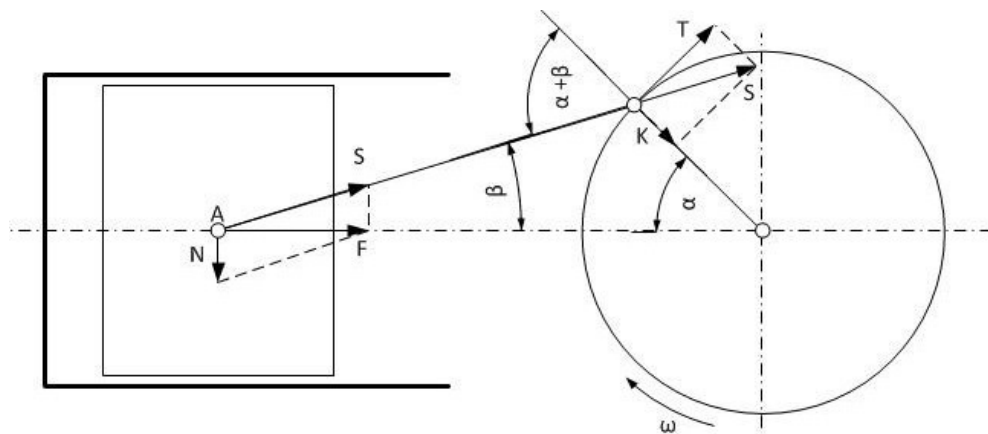


Rys. 5. Przebieg wypadkowej siły bezwładności i siły tłokowej F

Fig. 5. The distribution of the resultant inertia force and piston force F

Analizując rysunek 5., stwierdzono, że siły bezwładności zmniejszają wartość maksymalnej siły tłokowej P , która bez uwzględnienia sił bezwładności osiągnęła w rozważanym przypadku maksimum $P = 19830$ N. Poza położeniami tłoka odpowiadającymi DMP i GMP wypadkową siłę działającą na tłok F można rozłożyć na dwie składowe: składową normalną do tulei cylindrowej — N oraz składową działającą wzdłuż osi korbowodu — S (rys. 6.). Siłę S działającą w osi czopa korbowego można rozłożyć na siłę T styczną do okręgu zataczanego przez oś czopa korbowego oraz siłę K skierowaną prostopadłe do osi obrotu wału korbowego. Siły te opisują równania (8–11).

Analysing figure 5, it has been found out, that inertial forces decrease the magnitude of maximum piston force P which, when neglecting the inertial forces, reached in the considered case maximum $P = 19830$ N. Apart from the positions of the piston corresponding to BDC and TDC, the resultant force acting on the piston F can be resolved into two components: the component normal in relation to the cylinder liner — N and the component acting along the axis of the connecting-rod — S (fig. 6.). Force S acting in the axis of the piston pin can be resolved into force T tangent to the circle described by the axis of the piston pin and force K directed orthogonally to the axis of crankshaft rotation. Equations (8–11) describes these forces.



Rys. 6. Schemat przedstawiający rozkład sił w mechanizmie korbowo-tłokowym

Fig. 6. A diagram presenting the distribution of forces in the crank-piston mechanism

$$N = Ftg\beta; \quad (8)$$

$$S = F/\cos\beta; \quad (9)$$

$$T = S\sin(\alpha + \beta); \quad (10)$$

$$K = S\cos(\alpha + \beta). \quad (11)$$

Obliczając składową promieniową K (11), należy uwzględnić siłę bezwładności wynikającą z ruchu obrotowego mas poruszających się ruchem obrotowym i zsumować algebraicznie obie siły. Ostateczny wzór na obliczenie siły promieniowej przyjmie wówczas postać:

$$K = S \cos \alpha + \beta + F_{bo}. \quad (12)$$

Występujący w wyrażeniach (8-12) kąt pochylenia korbowodu β wygodnie jest zastąpić kątem α . Posługując się zależnościami geometrycznymi, możemy zapisać:

$$\sin \beta = \lambda \sin \alpha; \quad (13)$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}. \quad (14)$$

Korzystając z powyższych zależności oraz znajomości konstrukcji silnika i przebiegu ciśnienia w cylindrze, w środowisku programu Matlab wyznaczono przebiegi sił opisanych równaniami (8-11) dla jednego cyklu pracy badanego silnika (rys. 7-8). Do opracowanego algorytmu wprowadzono dane czterosuwowego silnika jednocylindrowego. Po niewielkich modyfikacjach program umożliwi również obliczenie przebiegów sił dla silników dwusuwowych.

Znając wartość chwilowej siły stycznej oraz promień, możliwe jest obliczenie chwilowego momentu obrotowego generowanego przez silnik, co opisane jest równaniem:

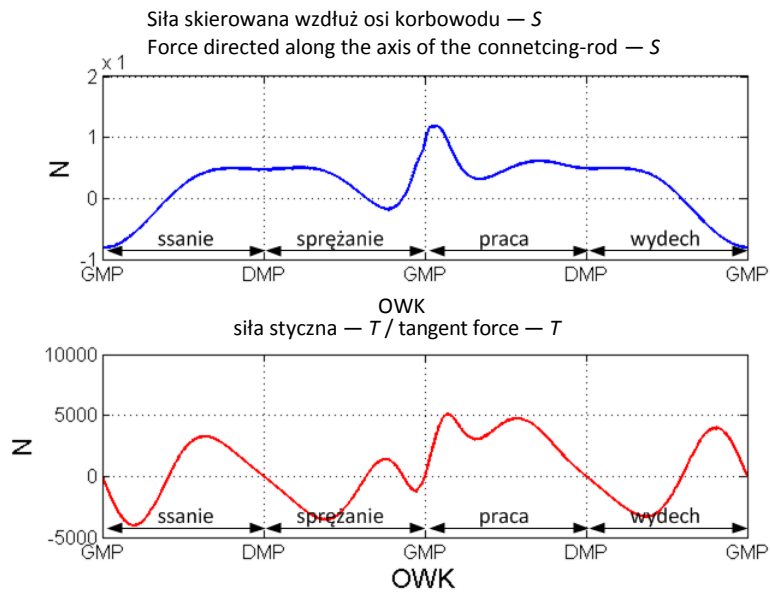
$$M = Tr. \quad (15)$$

Calculating radial component K (11), it is necessary to take into account the inertia force resulting from the rotating motion of masses moving in a rotational motion and to algebraically sum both forces. The final formula for calculating the radial force will then assume the form:

It is convenient to replace the inclination angle of the connecting-rod β occurring in the expressions (8-12) for angle α . Using geometrical dependences we can write:

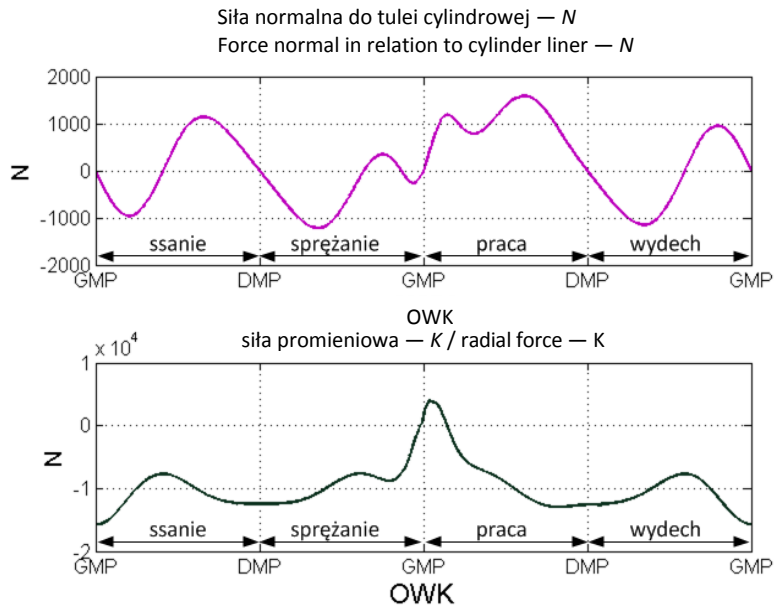
Using the dependences above as well as the knowledge relating to the engine structure and pressure distribution in the cylinder, distributions of forces described with equations (8-11) were determined in the Matlab software environment for one cycle of operation in the studied single-cylinder engine (fig. 7-8). After some modifications the program makes it possible to calculate distributions of forces for two-stroke engines.

Knowing the magnitude of the instantaneous tangent force and the radius it is possible to calculate an instantaneous rotational moment generated by the engine, which is described by equation:



ssanie — intake; sprężanie — compression; praca — power; wydech — exhaust

Rys. 7. Przebieg sił S i T
Fig. 7. Distribution of forces S and T



ssanie — intake; sprężanie — compression; praca — power; wydech — exhaust

Rys. 8. Przebieg sił N i K
Fig. 8. Distribution of forces N and K

PODSUMOWANIE

W artykule zaprezentowano ogólne równania umożliwiające określenie zależności kinematycznych i dynamicznych występujących w układach korbowo-tłokowych silników. Przedstawiono przebieg sił oddziałujących w doświadczalnym silniku jednocylinrowym. Opracowany algorytm umożliwia obliczanie tych sił dla dowolnego jednocylinrowego silnika czterosuwowego. Dalszym etapem prac autora będzie rozbudowa programu. Ma on pozwolić na symulację przebiegów drganiowych generowanych przez zjawiska gazodynamiczne zachodzące w czasie pracy wielocylinrowego silnika tłokowego o zapłonie samoczynnym wraz z możliwością wprowadzenia zmian ukierunkowanych uszkodzeniowo. Pozwoli to na opis efektów dynamicznych generowanych przez wprowadzone uszkodzenie. Symulacje prowadzone będą w funkcji obrotu wału korbowego.

BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] Gwiazda A., Szafraniec M., *Porównanie obciążeń układów korbowych w różnych typach silników tłokowych*, 'Wybrane Problemy Inżynierskie', 2011, No 2, pp. 107–112 [*Comparison of loads in crank systems in various types of piston engines* — available in the Polish].
- [2] Jędrzejowski J., *Mechanika układów korbowych silników samochodowych*, WKiŁ, Warszawa 1965 [*Mechanics of crank systems in car engines* — available in the Polish].
- [3] Korczewski Z., Zacharewicz M., *Diagnostyka symulacyjna układu turbodoładowania okrętowego tłokowego silnika spalinowego*, 'Zeszyty Naukowe AMW', 2007, No 2, pp. 73–102 [*Simulation-based diagnostics of a turbo-charging system in a marine engine* — available in the Polish].

SUMMARY

This article presents general equations which can be used to determine kinematic and dynamic dependences occurring in crank-piston systems in engines. It includes distribution of forces acting in an experimental single-cylinder engine. The developed algorithm can be used to calculate these forces for any four-stroke single-cylinder engine. A further stage of investigations carried out by the author will involve expansion of the software. It should allow for simulating distributions of vibration magnitudes generated by gas-dynamic phenomena occurring during an operation of a multi-cylinder diesel engine and offer a capability of implementing damage-related changes. This will allow describing dynamic effects generated through introduction of damage. Simulations will be carried out in the function of crankshaft.

- [4] Piotrowski I., Witkowski K., *Okrętowe silniki spalinowe*, Trademar, Gdynia 1996 [*Marine engines* — available in the Polish].
- [5] Wajand J. A., *Silniki o zapłonie samoczynnym*, WNT, Warszawa 1980 [*Self-ignition engines* — available in the Polish].
- [6] Wajand J. A., Wajand J. T., *Tłokowe silniki spalinowe średnio i szybkoobrotowe*, WNT, Warszawa 2005 [*Medium and high speed piston engines* — available in the Polish].
- [7] Wierzbicki S., *Analysis of piston-crank system balancing in V-VR engines*, 'Journal of Polish CIMAC', 2012, Vol. 7, No 2, pp. 235–242.