

Anna DYLAŁ, Sylwia PERYT-STAWIARSKA

e-mail: adylak@zut.edu.pl, peryt@zut.edu.pl

Instytut Inżynierii Chemicznej i Procesów Ochrony Środowiska, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny, Szczecin

Zastosowanie metody symulacji wielkowirowych do analizy przepływu *Taylor-Couette'a* płynu newtonowskiego

Wstęp

Numeryczna mechanika płynów CFD (*Computational Fluid Dynamics*,) należy do najbardziej dynamicznie rozwijających się technik komputerowego wspomaganie projektowania. To nowoczesne narzędzie projektowe dające informacje o przepływie płynów, ruchu ciepła i przemianach fizykochemicznych stało się integralną częścią procesu projektowego wielu firm. Rozwój metod numerycznych w mechanice płynów udoskonalił i znacznie uprościł analizę procesów transportu. Analiza metodą CFD opiera się na budowaniu wirtualnych modeli matematycznych opisujących fizykę przepływu, które bazują na różniczkowych równaniach zachowania masy, pędu i ciepła [Jaworski, 2005]. Następnie uzyskane modele rozwiązywane są metodami numerycznymi. Takie podejście minimalizuje konieczność przeprowadzania czasochłonnych i często drogich badań doświadczalnych. Skraca się dzięki temu czas projektowania oraz obniża koszty. Ponadto symulacje procesów umożliwiają ich optymalizację. Stosowanie metod CFD nie oznacza jednak całkowitej eliminacji podejścia teoretycznego i eksperymentalnego, lecz stanowi ich uzupełnienie.

W ramach niniejszej pracy wykonano symulacje numeryczne przepływu *Taylor-Couette'a* płynu newtonowskiego w trójwymiarowym układzie dwóch współosiowych cylindrów.

Przepływ *Taylor-Couette'a*

Przepływ płynu spowodowany lepkością, występujący między dwiema równoległymi ścianami wówczas, gdy jedna z tych ścian jest w ruchu a druga pozostaje nieruchoma nosi nazwę przepływu *Couette'a* [Cole, 1964]. Przepływ *Couette'a* występować może między dwiema płaskimi płytami [Orzechowski i in., 2009] lub w bardziej złożonych układach geometrycznych, na przykład między dwoma współosiowymi wirującymi cylindrami. Analizując ostatni przypadek można stwierdzić, że duża częstość obrotowa jednego z cylindrów może zakłócać laminarny przepływ płynu. Istotne jest, który z cylindrów wykonuje ruch obrotowy. Jeżeli wiruje cylinder zewnętrzny, laminarny przepływ jest znacznie bardziej stabilny; jeżeli wiruje cylinder wewnętrzny – przepływ zakłócany jest działającą siłą odśrodkową [Kembłowski, 1973]. Wraz ze wzrostem prędkości obrotowej wewnętrznego cylindra wzrastają siły odśrodkowe, które pokonują siły lepkości występujące między cząsteczkami cieczy, co powoduje kształtowanie się w przestrzeni między cylindrami toroidalnych wirów nazywanych *wirami Taylora* [Domański, 2006]. Przepływ płynu nosi wówczas nazwę przepływu *Taylor-Couette'a*. Przepływ ten został gruntownie zbadany zarówno na drodze badań eksperymentalnych jak i metod numerycznych.

Przykładowo Peryt-Stawiarska i Jaworski [2010] przeanalizowali przepływ płynu nienewtonowskiego (0,3% roztwór CMC) w przestrzeni między dwoma współosiowymi cylindrami wykorzystując metodę LDA (*Laser Doppler Anemometry*). W badanym układzie cylinder zewnętrzny pełnił rolę statora, wewnętrzny – rotora ($n = 10 \div 160$ obr/min). Na podstawie uzyskanych wyników stwierdzono występowanie wirów *Taylora* dla obrotów rotora w zakresie $n = 90 \div 160$ obr/min.

Kadar i Balan [2012] przedstawili wyniki eksperymentalnych badań przepływu cieczy newtonowskiej (wody) w układzie dwóch współosiowych cylindrów o stosunku średnic $\eta = 0,87$. Cylinder wewnętrzny obracał się ze stałą prędkością kątową. Badania eksperymentalne oparte były na wizualizacji i obserwacji przepływu płynu. Wyniki badań wykazały, że przejście z laminarnego przepływu *Couette'a* (LCF) do przepływu *Taylora* (TVF) następuje dla liczby *Taylora* (Ta) wynoszącej ok. 3285, natomiast wiry faliste (WVF) pojawiają się gdy osiągnie

ona wartość $Ta = 4463$. Autorzy dokonali weryfikacji numerycznej CFD wyników otrzymanych na drodze badań eksperymentalnych stwierdzając, że wyniki symulacji były zbliżone z danymi eksperymentalnymi.

Numeryczna weryfikacja CFD wyników badań eksperymentalnych otrzymanych metodą PIV została także przeprowadzona przez Hwanga i Yanga [2004] oraz Denga i in. [2010]. W obu przypadkach wyniki symulacji numerycznych CFD były zgodne z doświadczalnymi. Dodatkowo Hwang i Yang [2004] wyodrębnili w przepływie sześć struktur pojawiających się kolejno w miarę zwiększania prędkości przepływu płynu. Deng i in. [2010] zbadali natomiast wpływ położenia i szerokości przegród na strukturę wirów.

Z kolei Peryt-Stawiarska i Tomkiel [2009] wykonały symulacje CFD przepływu *Taylor-Couette'a* (płyn newtonowski) dla trzech wartości prędkości kątowej równych kolejno $\omega = 0,55; 2,43; 3,46$ rad/s. Na podstawie wyników symulacji stwierdzono występowanie w przepływie wirów *Taylora* oraz zaobserwowano występowanie charakterystycznych pierścieni. Wysokość pojedynczego wiru wynosiła około $1,5 \cdot 10^{-2}$ m.

Na podstawie przeprowadzonych studiów literaturowych dla przepływu *Taylor-Couette'a* w układzie cylinder-cylinder stwierdzono, że przepływ ten był przedmiotem wielu badań eksperymentalnych i symulacji numerycznych. W badaniach eksperymentalnych najczęściej wykorzystywano metodę PIV. Symulacje numeryczne często wykorzystywano do weryfikacji wyników badań eksperymentalnych stosując przeważnie model $k-\varepsilon$ lub laminarny. W literaturze przedmiotu nie znaleziono informacji o zastosowaniu metody LES do analizy numerycznej tego przepływu. Dlatego też celem niniejszej pracy było wykonanie symulacji numerycznych przepływu *Couette'a-Taylora* z zastosowaniem metody symulacji wielkowirowych.

Symulacje wielkowirowe LES

Symulacje metodą LES należą do lepszych metod numerycznego modelowania przepływów turbulentnych. Model *Smagorinskiego* polega na przestrzennym uśrednianiu pola przepływu. W metodzie LES bezpośrednio symulowane są wiry gruboskalowe, to znaczy całkuje się tu równanie *Naviera-Stokesa* dla wirów, których rozmiar jest większy od skali siatki numerycznej. Wiry mniejsze (takie, których rozmiar jest mniejszy od szerokości filtra) uwzględniane są poprzez wykorzystanie modeli szczegółowych (podsiatkowych) [Jaworski, 2005]. Istotną cechą symulacji wielkowirowych LES jest możliwość monitorowania zmian wybranych parametrów w czasie.

Podstawowe równania stosowane dla symulacji wielkowirowych LES zostały otrzymane poprzez przefiltrowanie zależnych od czasu równań *Naviera-Stokesa* w przestrzeni liczb falowych lub określonej przestrzeni fizycznej [Wilcox, 1993]. Podczas procesu filtrowania wiry, których wielkość jest mniejsza od szerokości filtra lub rozmiaru zastosowanej siatki w obliczeniach są odfiltrowywane, a uśrednione skutki ich działania są ujmowane w tak zwanym modelu podsiatkowym. Zmienna odfiltrowana jest zdefiniowana jako [Hallbäch i in., 1996; Fluent, 2005]:

$$\tilde{\phi}(x) = \int_D \phi(x') G(x, x') dx' \quad (1)$$

gdzie:

D – dziedzina płynu,

G – funkcja filtrująca, która określa skalę rozwiązywanych wirów.

Zastosowanie metody objętości skończonych do dyskretyzacji równań różniczkowych pośrednio prowadzi również do operacji filtrowania:

$$\tilde{\phi}(x) = \int_V \phi(x') dx' \quad (2)$$

gdzie:

V – objętość komórki obliczeniowej.

Po odfiltrowaniu równań ciągłości i *Naviera-Stokesa* dla płynów nieściśliwych, otrzymuje się wyrażenia:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{v}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_i \bar{v}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4)$$

Ponieważ naprężenia podsiatkowe τ_{ij} otrzymane w wyniku operacji filtrowania nie są znane, konieczne jest ich modelowanie. Podsiatkowa lepkość burzliwa μ_t może być wyznaczona na przykład z modelu *Smagorinskiego-Lilly* [Hallbäch i in., 1996; Fluent, 2005]:

$$\mu_t = \rho L_s^2 |\bar{S}| \quad \text{gdzie } |\bar{S}| \equiv \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (5)$$

Droga mieszania L_s jest wyznaczana z zależności:

$$L_s = \min(K, d, C_s, V^{1/3}) \quad (6)$$

gdzie:

K – stała *Kármána*,

d – odległość od najbliższej ściany,

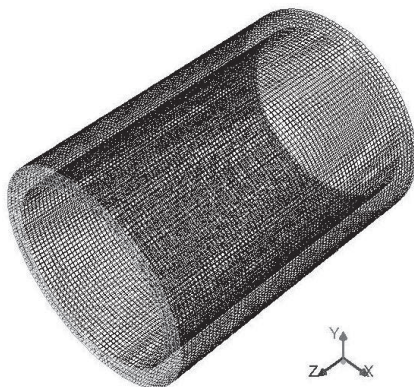
V – objętość komórki obliczeniowej.

Doświadczenia numeryczne wykazały, że najlepsze rezultaty osiąga się dla $C_s = 0,1$ [Wilcox, 1993].

Część obliczeniowa

W ramach niniejszej pracy wykonano symulacje numeryczne dla trójwymiarowego układu dwóch współosiowych cylindrów (Rys. 1).

W układzie tym cylinder zewnętrzny ($R_s = 0,0800$ m) był nieruchomy i pełnił rolę statora, natomiast cylinder wewnętrzny ($R_r = 0,0664$ m) poruszał się ze stałą prędkością kątową ω i pełnił rolę rotora. Obrót rotora uwzględniono poprzez zdefiniowanie warunków granicznych jako *Moving Wall*. Cylinder zewnętrzny (stator) był nieruchomy (*Wall*). Zachowanie płynu określał model przepływu laminarnego opisany równaniami *Naviera-Stokesa* i ciągłości. Średnice cylindrów były analogiczne jak w pracy *Peryt-Stawiarskiej i Tomkiel* [2009], a stosunek R_r/R_s wynosił $\eta = 0,83$. Wysokość cylindrów $H = 0,22$ m. Geometrię układu wraz z siatką numeryczną składającą się z 401 940 komórek obliczeniowych wygenerowano w programie *Gambit 2.4.6*.



Rys. 1. Siatka numeryczna

W pierścieniowej szczelinie między cylindrami przepływała badana ciecz newtonowska (woda) o gęstości $\rho = 998,2$ kg/m³ i lepkości $\mu = 1,003 \cdot 10^{-3}$ kg/m·s. Założono izotermiczne warunki przepływu (temperatura $T = 293$ K).

Po zdefiniowaniu warunków brzegowych i granicznych, przeprowadzono symulacje numeryczne CFD w programie *ANSYS Fluent 14.0*. Symulacje wykonano dla stanu ustalonego. Do modelowania przepływu wykorzystano metodę symulacji wielkowirowych LES z modelem burzliwości *Smagorinskiego-Lilly* w skali podsiatkowej.

Symulacje numeryczne przepływu *Taylor-Couette'a* zostały wykonane dla trzech wartości prędkości kątowej wewnętrznego cylindra równych kolejno $\omega = 1,05; 2,43; 9,42$ rad/s, co odpowiadało wartościom liczby $Re = 945; 2210; 8490$.

Liczbę *Reynoldsa* obliczano z zależności [Wang i in., 2005]:

$$Re = \frac{R_r \omega_r d \rho}{\mu} \quad (7)$$

gdzie:

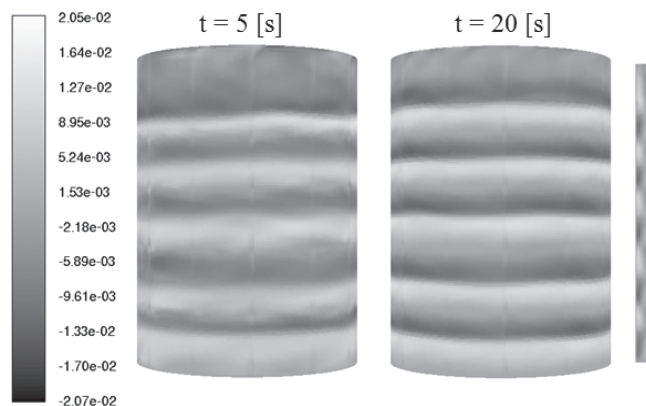
$d = R_s - R_r$ – szerokość szczeliny pomiędzy walcami,

Dyskusja wyników

Otrzymane z symulacji CFD wyniki opracowano i przedstawiono w postaci map oraz profili prędkości dla składowej osiowej.

Mapy prędkości; $\omega = 1,05$ rad/s, $Re = 945$

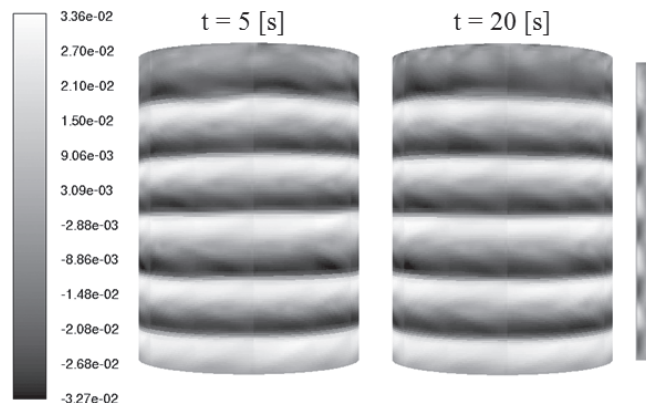
Dla prędkości kątowej $\omega = 1,05$ rad/s stwierdzono występowanie w przepływie charakterystycznych pierścieni – wirów *Taylora*, które pojawiały się regularnie na całej wysokości cylindrów. Na jednej wysokości występowały dwa wiry o przeciwnych zwrotach. Zaobserwowano 10 par wirów. Na rys. 2 przedstawiono przykładowe mapy prędkości osiowej uzyskane po czasie $t = 5, 20$ [s]. Na podstawie otrzymanych wyników stwierdzono, że prędkość osiowa przyjmowała wartości z zakresu $v = -0,021 \div 0,021$ [m/s].



Rys. 2. Kontury składowej osiowej prędkości dla $\omega = 1,05$ [rad/s]

Mapy prędkości; $\omega = 2,43$ rad/s, $Re = 2210$

Dla prędkości kątowej $\omega = 2,43$ [rad/s] także stwierdzono w badanym układzie występowanie regularnych wirów *Taylora* (10 par wirów), co przedstawiono na rys. 3. Analiza wyników wykazała, że wartość prędkości osiowej zmieniała się w zakresie $v = -0,035 \div 0,034$ [m/s]. Jest więc większa niż dla prędkości kątowej rotora $\omega = 1,05$ rad/s.

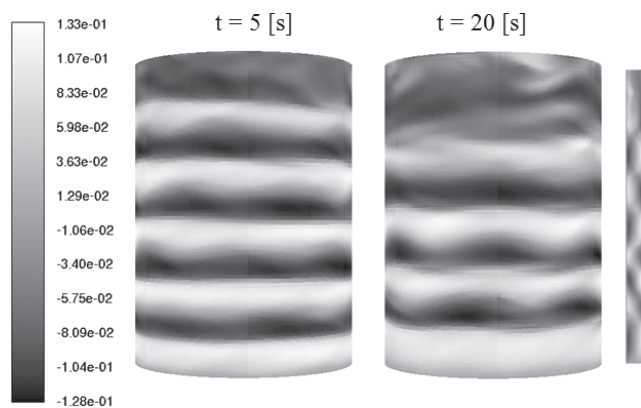
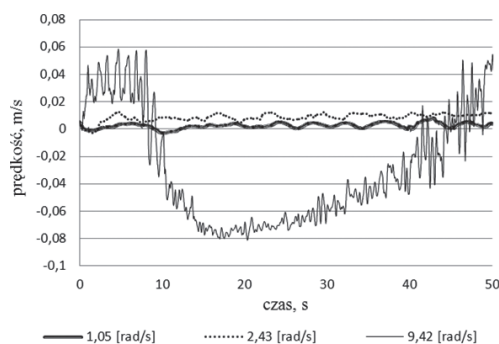
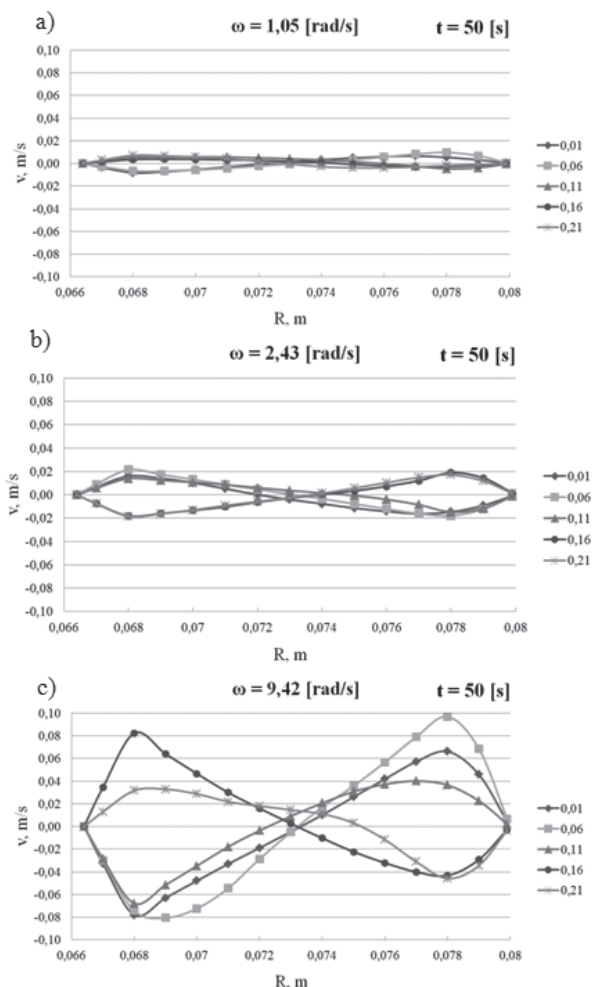


Rys. 3. Kontury składowej osiowej prędkości dla $\omega = 2,43$ [rad/s]

Dla tej samej częstości obrotów rotora wykonano też symulacje z wykorzystaniem modelu laminarnego. Wyniki otrzymane po przeprowadzeniu symulacji z zastosowaniem modelu laminarnego były bardzo zbliżone do wyników otrzymanych po przeprowadzeniu symulacji wielkowirowych LES. W tym przypadku średnia wartość składowej osiowej prędkości zmieniała się w zakresie $v = -0,032 \div 0,031$ [m/s].

Mapy prędkości; $\omega = 9,42$ rad/s, $Re = 8490$

Dla częstości obrotów rotora równej $\omega = 9,42$ [rad/s] stwierdzono występowanie w przepływie wirów *Taylora* (Rys. 4). Na początku procesu zaobserwowano 10 par wirów, jednak w miarę upływu czasu liczba par wirów zmniejszyła się (8 par wirów). Składowa osiowa prędkości w tym przypadku była największa i oscylowała wokół wartości $v = -0,15 \div 0,15$ [m/s].

Rys. 4. Kontury składowej osiowej prędkości dla $\omega = 9,42$ [rad/s]Rys. 5. Zmiany wartości składowej osiowej prędkości chwilowej w czasie $t = 50$ [s] dla różnych prędkości kątowych rotora ω , $H = 0,11$ [m], $R = 0,07$ [m]Rys. 6. Profile prędkości osiowej w szczelinie pomiędzy wałcami na różnych wysokościach układu: a) $\omega = 1,05$ [rad/s], b) $\omega = 2,43$ [rad/s], c) $\omega = 9,42$ [rad/s]

Profile prędkości osiowej

Na rys. 5 przedstawiono fluktuacje składowej osiowej prędkości w czasie 50 sekund dla różnych wartości prędkości kątowych rotora w wybranym punkcie układu. Natomiast na rys. 6 przedstawiono profile prędkości osiowej w szczelinie pomiędzy wałcami dla różnych wartości prędkości obrotów rotora na pięciu wysokościach układu $H = 0,01; 0,06; 0,11; 0,16; 0,21$ m dla $t = 50$ s.

Podsumowanie i wnioski

W pracy przedstawiono wyniki symulacji numerycznych CFD. Symulacje wielkowirowe LES wykonano dla trzech wartości prędkości obrotów rotora: $\omega = 1,05; 2,43; 9,42$ [rad/s], co odpowiadało liczbie $Re = 945; 2210; 8490$. Wyniki przedstawiono w formie graficznej w postaci konturów prędkości oraz w postaci profili składowej osiowej prędkości.

Analiza otrzymanych wyników wykazała, że wzrost prędkości obrotowej rotora powodował wzrost maksymalnej i spadek minimalnej wartości składowej osiowej prędkości. Dla prędkości obrotów rotora $\omega = 1,05; 2,43$ [rad/s] na danej wysokości układu i w danym punkcie promieniowym wartość prędkości osiowej oscylowała wokół tej samej wartości średniej. Natomiast dla $\omega = 9,42$ [rad/s] w środkowej części układu zmiany wartości prędkości osiowej w czasie przyjmowały kształt falisty, co było zgodne z danymi literaturowymi [Hwang i Yang, 2004].

Na podstawie analizy profili prędkości osiowej w pierścieniowej szczelinie stwierdzono charakterystyczne sinusoidalne zmiany tej składowej prędkości płynu w badanym układzie. Kształt krzywych potwierdza występowanie w układzie przepływu *Taylor-Couette'a*.

LITERATURA

- Cole G. H. A., 1964. *Dynamika płynów*. PWN, Warszawa
- Deng R., Arifin D. S., Chyn M. Y., Wang C., 2010. Taylor vortex flow in presence of internal baffles *Chem. Eng. Sci.*, **65**, 4598-4605. DOI: 10.1016/j.ces.2010.05.001
- Domański J., 2006. Determination of the parameters of fluid motion in Taylor-Couette flow. *Technical Sciences / University of Warmia and Mazury in Olsztyn*, **9**, 73-78
- Fluent 6.2, 2005. Tutorial Guide, Chapter 11.7.1. Using dynamic meshes
- Hallbäch M., Henningson D.S., Johansson A.V., Alfredsson P.H., 1996. *Turbulence and transition modeling*. Kluwer Acad. Pub., Dordrecht – Boston – London
- Hwang J., Yang K., 2004. Numerical study of Taylor-Couette flow with an axial flow. *Comput. Fluids*, **33**, 97-118. DOI: 10.1016/S0045-7930(03)00033-1
- Jaworski Z., 2005. *Numeryczna mechanika płynów w inżynierii chemicznej i procesowej*. Wyd. Akad. EXIT, Warszawa
- Kadar R., Balan C., 2012. Transient dynamics of the wavy regime in Taylor – Couette geometry. *Eur. J. Mech. B/Fluid*, **31**, 158-167. DOI: 10.1016/j.euromechflu.2011.07.003
- Kemblowski Z., 1973. *Reometria płynów nienewtonowskich*. WNT, Warszawa
- Orzechowski Z., Prywer J., Zarzycki R., 2009. *Mechanika płynów w inżynierii i ochronie środowiska*. WNT, Warszawa
- Peryt-Stawiarska S., Jaworski Z., 2010. Przepływ płynu nienewtonowskiego pomiędzy dwoma współosiowymi wałcami – analiza pola prędkości na podstawie wyników LDA. *Inż. Ap. Chem.*, **49**, nr 3, 93-94
- Peryt-Stawiarska S., Tomkiel I., 2009. Wizualizacja przepływu Couette'a-Taylor dla płynu newtonowskiego – zastosowanie metody CFD. *Inż. Ap. Chem.*, **48**, nr 3, 158-160
- Wang, L., Marchisio, D.L., Vigil, R.D., Fox, R.O., 2005. CFD simulation of aggregation and breakage processes in laminar Taylor-Couette flow, *J. Coll. Interface Sci.*, **282**, 380-396. DOI: 10.1016/j.jcis.2004.08.127
- Wilcox D.C., 1993. *Turbulence Modelling for CFD*. DCW Ind. Inc., California

Praca była finansowana ze środków budżetowych na naukę w latach 2010-2013 jako projekt badawczy nr 3741/B/H03/2010/39.