

Znajdowanie najkrótszej drogi z wykorzystaniem algorytmów mrówkowych

JEL: O18 DOI: 10.24136/atest.2018.539
Data zgłoszenia: 19.11.2018 Data akceptacji: 15.12.2018

Praca poświęcona jest problemowi znajdowania najkrótszej drogi w grafie poszukiwań. Zastosowano do tego celu algorytmy mrówkowe. Zbudowano model optymalizacyjny. Wybrano 8 różnych algorytmów mrówkowych. Przedstawiono i omówiono uzyskane wyniki optymalizacji długości drogi.

Słowa kluczowe: optymalizacja długości drogi, algorytm mrówkowy, heurystyka, logistyka, transport

Wstęp

Poszukiwanie najkrótszej drogi łączącej różne miejsca jest praktycznym problemem, którego rozwiązania są poszukiwane od dawna. O ile w prostych przypadkach (kilka-kilkanaście punktów jest to stosunkowo proste, szczególnie jeśli nie ma zbyt wielu połączeń między punktami (graf poszukiwań nie jest grafem pełnym)¹, o tyle rozrost problemu (liczba miejsc i dróg je łączących) prowadzi szybko do niemożliwości otrzymania racjonalnego rozwiązania w skończonym czasie..

Jednym z modeli formalnych jest problem poszukiwania najkrótszej drogi w grafie.. Jest to jeden z problemów optymalizacyjnych NP.-zupelných. Nie odkryto do tej pory metody znajdowania optymalnego rozwiązania tego problemu. Mimo poszukiwań, do dyspozycji pozostają jedynie metody przybliżone.

Problem najkrótszej drogi jest istotnym zagadnieniem optymalizacyjnym w logistyce. Spotykamy go w transporcie (zwłaszcza drogowym). Wprowadzając dodatkowe założenia (ograniczenia) można zastosować proponowane rozwiązania w transporcie morskim, powietrznym i kolejowym, a także rurociągowym.

W wielu przypadkach rozwiązanie problemu wyboru najkrótszej drogi odbywa się na zasadach instrukcyjnych, opracowanych, między innymi, w oparciu o doświadczenie, a także wcześniejsze rozwiązania, niekonieczne optymalne.

Problem optymalizacji długości drogi może być rozwiązywany w każdym konkretnym przypadku, w czasie rzeczywistym, a otrzymane rozwiązania były suboptymalnymi (racjonalnymi).

Problem najkrótszej drogi (ang. Shortest Route Problem - SRP), jest jednym z najprostszyc problemów grafowych. Polega on na znalezieniu najkrótszej drogi między dwoma punktami – startowym i końcowym.

Jednym z narzędzi umożliwiających rozwiązanie problemu najkrótszej drogi są algorytmy mrówkowe. Ścieżki feromonowe w tym algorytmie oznaczają atrakcyjność odwiedzenia punktu j bezpośrednio po punkcie i .

Wiadomość heurystyczna jest odwrotnie proporcjonalna do odległości między punktami i oraz j :

$$\eta_{ij} = 1/d_{ij},$$

gdzie d_{ij} oznacza odległość między wierzchołkami i oraz j .

1 Proponowana metoda optymalizacji długości drogi

Obserwacje zachowań stadnych owadów zostały przeniesione w wymiar abstrakcyjny – zbudowano modele symulacyjne systemów mrówkowych. W 1992 roku Marco Dorigo w swojej pracy doktorskiej opisał system mrówkowy (*Ant System*).

Wirtualne (symulowane) mrówki różnią się od naturalnego pierwowzoru tym, że:

- Czas w świecie mrówek wirtualnych nie jest ciągły, a dyskretny.
- Mrówki posiadają pamięć, w której zapamiętują np. odwiedzone przez siebie wierzchołki, bądź krawędzie (w zależności od problemu).
- Mrówki sztuczne posiadają „wzrok” umożliwiający im określenie odległości do najbliższego wierzchołka.
- Feromon w świecie mrówek wirtualnych nie musi być rozkładany ciągle, a w rozmaity sposób, np. dopiero po znalezieniu pełnego rozwiązania – w zależności od zastosowanego algorytmu i jego implementacji

Odnajdowanie drogi przez algorytm mrówkowy można w najprostszym sposobie przedstawić następująco:

- Wybierz (w taki sam sposób dla wszystkich mrówek) wierzchołek początkowy.
- Użyj feromonu i wartości heurystycznych do zbudowania drogi poprzez dodawanie kolejnych krawędzi/wierzchołków do drogi, zgodnie z naturą rozwiązywanego problemu.
- Po znalezieniu drogi rozłóż feromon zgodnie z regułami danego algorytmu.
- Powtarzaj czynności aż do spełnienia kryterium stopu².

Większość algorytmów mrówkowych stanowią modyfikacje pierwszego z nich – *Ant System* Marco Dorigo. Podstawowa różnica między algorytmami to sposób, w jaki określana jest ilość i miejsce rozkładania feromonu.

Kluczem do sukcesu jest komunikacja między mrówkami. Podczas marszu z mrowiska do źródeł pożywienia i z powrotem, mrówki rozkładają na ziemi substancje zapachową zwaną *feromonem*, tworząc tym samym *ścieżki feromonowe* [1], [2]. Mrówki potrafią wyczuć feromon i mają tendencję do wybierania z większym prawdopodobieństwem drogi oznaczonej większą ilością feromonu. Jest to rodzaj komunikacji pośredniej zwanej inaczej *stygmergią* [2].

1.1 Wykorzystane algorytmy mrówkowe

Do porównań zostały wytypowane poniższe algorytmy mrówkowe.

- Trzy odmiany systemu mrówkowego (AS)
 - Density Ant System (DAS) (gęstościowy),
 - Quantity Ant System (QAS) (jakościowy),
 - Cycle Ant System (CAS) (cykliczny).

W algorytmach gęstościowym i ilościowym feromon jest rozmieszczany zaraz po pokonaniu gałęzi z wierzchołka do kolejnego

¹ Zawsze można uciec się do metody pełnego przeglądu (I otrzymać rozwiązanie optymalne) albo zastosować metody probabilistyczne i otrzymać rozwiązanie suboptymalne.

² Na przykład, upływ przewidzianego czasu obliczeń, wykonana ustalona liczba iteracji, uzyskanie określonej poprawy rozwiązania.

wierzchołka. Natomiast w algorytmie cyklicznym dodawanie feromonu następuje dopiero po skonstruowaniu całego rozwiązania, a ilość dodawanego feromonu uzależniona jest od jakości uzyskanego wyniku.

– Elitist Ant System (EAS).

To modyfikacja pierwotnego algorytmu mrówkowego, gdzie nadawana jest duża waga najlepszemu znalezionemu dotąd rozwiązaniu i na takiej ścieżce rozściela się dużą ilość feromonu.

– Max-Min Ant System (MMAS).

MAX-MIN Ant System (MMAS) wprowadził cztery podstawowe modyfikacje w stosunku do pierwotnego AS:

– Silnie eksploruje się najlepsze rozwiązanie: tylko najlepsza w danej iteracji, lub najlepsza w ogóle, mrówka jest upoważniona do pozostawienia feromonu.

– Wprowadza się limity możliwych wartości feromonu na łukach. Oznacza to, że mamy dwie, graniczne wartości limitów feromonu – górną (T_{max}) i dolną (T_{min}).

– Początkowe wartości feromonów są ustalane na poziomie górnej granicy (T_{max}). W połączeniu z powolnym parowaniem feromonu powoduje to wydłużenie eksploracji, co służy lepszym jej efektom.

– Jeśli podczas działania algorytmu dojdzie do stagnacji – algorytm zatrzyma się w martwym punkcie – algorytm jest reinicjowany (wartości ilości feromonów na ścieżkach są ustalane na nowo).

– Rank-Based Ant System (AS_{rank}).

Każda mrówka pozostawia tym większą porcję feromonu, im wyższa jest jej pozycja rankingowa (biorąc pod uwagę jakość znalezionego przez nią rozwiązania).

– Ant Colony System (ACS).

Ant Colony System wprowadza kilka zmian w stosunku do standardowego AS:

– O wiele lepiej wykorzystuje doświadczenie mrówek zdobyte podczas szukania, poprzez bardziej agresywne zasady wyboru drogi

– Feromon paruje i jest odkładany tylko na krawędziach należących do najlepszej drogi

– Za każdym razem, gdy dana krawędź jest używana, usuwana jest z niej część feromonu. Powoduje to, wzrost eksploracji alternatywnych ścieżek.

– Ant-Q (AQ).

Jest to algorytm podobny do ACS. Inaczej w nim jest nanoszona początkowa ilość feromonu.

Powyższe algorytmy zastosowano do rozwiązywania zdefiniowanego problemu optymalizacji długości pokonywanej drogi.

1.2 Wartość heurystyczna i konstruowanie rozwiązań

Problem najkrótszej drogi (Shortest Route Problem - SRP), jest jednym z najprostszych problemów grafowych. Polega on na znalezieniu najkrótszej drogi między dwoma punktami – startowym i końcowym. Feromon rozkładany jest na krawędziach.

Ścieżki feromonowe są opisane atrakcyjnością odwiedzenia miejsca j bezpośrednio po miejscu i .

Wiadomość heurystyczna jest odwrotnie proporcjonalna do długości odległości między miastami i oraz j :

$$\eta_{ij} = 1/d_{ij}.$$

2 Porównanie algorytmów mrówkowych

Zasadniczym pytaniem jest czy bardziej skuteczny jest algorytm, który znajduje jakościowo lepsze rozwiązanie, czy ten, który odnajduje rozwiązanie gorsze, ale za to w krótkim czasie?

Należy uznać, że istotne są oba aspekty – zarówno jakość uzyskanego rozwiązania, jak i czas, który był potrzebny, aby rozwiązanie

uzyskać. Najlepszym algorytmem byłby zatem taki, który uzyskiwałby idealne rozwiązanie w błyskawicznym czasie. W rzeczywistości mamy prawie zawsze do czynienia z koniecznością znalezienia kompromisu.

Miarą skuteczności algorytmów mogą być:

– *jakość znalezionej rozwiązania* – czyli wartość najlepszego, znalezionej przez algorytm, rozwiązania przybliżonego. Miara ta jest stosowana w zasadzie zawsze, gdy mowa jest o ocenie skuteczności algorytmu;

– *koszt znalezienia najlepszego rozwiązania* - czyli liczba iteracji, bądź czas procesora potrzebny do uzyskania najlepszego rozwiązania.

Wielu autorów sądzi, że zastosowanie tych dwóch miar nie jest wystarczające do oceny skuteczności algorytmów.

Ponieważ zdarzają się sytuacje, gdy potrzebne jest rozwiązanie o zadanej jakości, bądź dysponujemy ograniczonym czasem, dwie powyższe miary są często poszerzane o dodatkowe:

– *koszt znalezienia rozwiązania o zadanej jakości* – liczba iteracji, bądź czas procesora, jakie są potrzebne do uzyskania rozwiązania o z góry zadanej jakości. W sytuacji gdy algorytm nie jest w stanie uzyskać rozwiązania o zadanej jakości, wartość tej miary przyjmuje się jako nieskończoność.

– *jakość uzyskanego rozwiązania po zadanej liczbie iteracji* – czyli ocena najlepszego znalezionej rozwiązania, po wykonaniu przez algorytm zadanej liczby iteracji (upływie danego czasu).

W przypadku algorytmów populacyjnych, jakimi są algorytmy mrówkowe korzysta się z miary nazywanej średnim rozwiązaniem.

Średnie rozwiązanie, czyli średnia arytmetyczna ocen wszystkich odnalezionych rozwiązań. W tym przypadku miara ta jest bardziej wiarogodna niż miara w postaci najlepszego uzyskanego rozwiązania, gdyż algorytmy często zupełnie heurystycznie (ale nie przypadkowo) mogą znaleźć bardzo dobre rozwiązanie, natomiast większość poszukiwań rozwiązań odbywa się w obszarach, gdzie rozwiązania są dalekie od optymalnych. Średnie rozwiązanie to:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

gdzie:

n – liczba pomiarów

x_i – i -ty wynik pomiaru

Powyższe proste miary umożliwiają nam ocenę skuteczności algorytmów mrówkowych. Jednak nie dają obrazu postępu poszukiwania rozwiązań. A może mieć to olbrzymie znaczenie dla sterowania realizacją algorytmów. Ważne są zachowania algorytmu w fazie inicjacji, w etapie iteracyjnego poszukiwania rozwiązań i dojście do wyniku końcowego, a nie tylko wynik ostateczny.

W niektórych przypadkach wynik zależy od decyzji w początkowej fazie iteracji. Czasami ostateczne wyniki, są ustalane już w pierwszej iteracji, a w innych przypadkach algorytm potrafi przeszukiwać przestrzeń rozwiązań bardzo długo. Dlatego jakość rozwiązania i czas jego uzyskania to za mało aby ocenić skuteczność algorytmu. Niektóre algorytmy mogą odnajdować rozwiązania szybko, ale w zasadzie z przypadkową dokładnością (różną w kolejnych próbach), inne mogą szukać dłużej, ale znalezione rozwiązania mogą być zawsze tej podobnej jakości (wyższa stabilność).

Aby ocenić algorytmów pod kątem stabilności rozwiązań lub zdolności do unikania ekstremów lokalnych, można wykorzystać dwa pojęcia:

Intensyfikacja (inaczej eksploatacja), czyli zdolność algorytmu do efektywnego badania obszaru poszukiwań i znajdowania rozwiązań o wysokiej jakości w niewielkim obszarze poszukiwania.

Dywersyfikacja (inaczej eksploracja), czyli zdolność algorytmu do przechodzenia do niezbadanych obszarów poszukiwań (opuszczanie obszarów ekstremów lokalnych).

Można posłużyć się miarami zaproponowanymi w [5]:

Liczba kroków pomiędzy lokalnymi minimami – określa ilość czasu niezbędną do przejścia od jednego suboptymalnego rozwiązania do innego. Często algorytmy heurystyczne zatrzymują się w ekstremum lokalnym, ale potrafią je opuścić w poszukiwaniu ekstremum globalnego. Miara ta określa liczbę kroków algorytm niezbędną do takiego przejścia. Im liczba mniejsza, tym dywersyfikacja wyższa.

Liczba powtórzeń podczas poszukiwania – określa czy algorytm ma pętlę – czy wraca do odwiedzonych już przez obszarów przestrzeni poszukiwań. Wysoka wartość tego wskaźnika oznacza, że dywersyfikacja jest zbyt wysoka. Z kolei niska wartość oznacza zbyt wysoką intensyfikację.

Odchylenie standardowe najlepszego znalezionego rozwiązania, to najbardziej klasyczna miara zmienności. Jest to miara określająca, jak bardzo wartości rozwiązania są skoncentrowane wokół rozwiązania średniego. Im mniejsza wartość tym rozwiązania są zbliżone do średniej (skupione).

Dla skończonej populacji przyjmuje postać:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2},$$

gdzie:

x_i - oznacza kolejne wartości danej zmiennej,
 \bar{x} - to średnia arytmetyczna wartości zmiennej,
 n - liczba elementów w populacji rozwiązań.

Oczywiście, im większe odchylenie standardowe tym większa dywersyfikacja.

Odchylenie standardowe można interpretować jako miara niepewności pomiarów. W momencie, gdy osiągnie wartość 0 – wszystkie pomiary są takie same.

Odchylenie standardowe można interpretować jako miara niepewności pomiarów. W momencie, gdy osiągnie wartość 0 – wszystkie pomiary są takie same.

Entropia, zwana miarą nieokreśloności. Entropię obliczamy jako [5]:

$$H(x) = \sum_{i=1}^p p(i) \log_r \frac{1}{p(i)} = - \sum_{i=1}^n p(i) \log_r p(i)$$

gdzie:

$p(i)$ - prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia i .

Entropia określa jak dokładnie rozpatrywane rozwiązania pokrywają przestrzeń rozwiązań. Przyjmuje wartości z zakresu przedziału [0, 1]. Jest maksymalna, gdy prawdopodobieństwo zdarzeń jest równe dla wszystkich zdarzeń. Przyjmuje wartość 0, gdy prawdopodobieństwo zajścia jakiegoś zdarzenia wynosi 1.

Im wyższa wartość entropii, tym dywersyfikacja algorytmu jest wyższa: dla wartości 1 rozwiązania pokrywają równomiernie całą przestrzeń poszukiwań, z kolei dla entropii równej 0 – sprowadzają się do jednego rozwiązania.

Ocena wyspecyfikowanych w punkcie 2. algorytmów została dokonana w dwóch omówionych powyżej dwóch aspektach.

Skuteczność algorytmów

Skuteczność algorytmów, mierzona dwoma parametrami:

- jakość najlepszego znalezionego rozwiązania
- czasem potrzebnym na znalezienie najlepszego rozwiązania

Eksploracja algorytmów

Sposób przeszukiwania przestrzeni rozwiązań, określane na podstawie:

- średniej jakości znalezionego rozwiązania,
- odchylenia standardowego najlepszych rozwiązań.
- entropii.

3 Porównanie skuteczności algorytmów mrówkowych zastosowanych do optymalizacji długości tras

3.1 Jakość uzyskanego rozwiązania

Aż cztery z testowanych algorytmów uzyskały identyczny wynik. Są to algorytmy CAS, EAS, MMAS i AS_{rank}. Wszystkie wyniki uzyskane przez nie dla tego problemu to były najlepsze jego znane rozwiązania.

Tuż za nimi, z niewiele gorszym wynikiem – w jednym problemie nie uzyskano najlepszego znanego rozwiązania – plasuje się algorytm ACS. Później dopiero daleko za nimi algorytmy Ant-Q, QAS i DAS, które uzyskały nawet ponad dwukrotnie większą średnią wyników.

Tab. 1. Porównanie jakości rozwiązań uzyskanych przez poszczególne algorytmy [4]

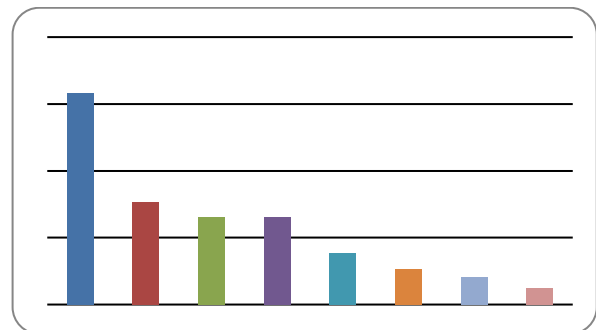
Lp.	Nazwa algorytmu	Jakość uzyskanego rozwiązania
1	Density Ant System	882
2	Quantity Ant System	802
3	Ant-Q System	654
4	Ant Colony System	442
5	Cycle Ant System	438
6	Eliitist Ant System	438
7	Max-Min Ant System	438
8	Rank-Based Ant System	438

3.2 Czas uzyskania najlepszego rozwiązania

Najwięcej czasu na wyszukiwanie rozwiązania potrzebuje algorytm MMAS. Uzasadnione jest to tym, że musi on wykonać 200 iteracji, podczas gdy inne algorytmy mogą zatrzymać się wcześniej. Algorytm EAS znajduje rozwiązanie w czasie o połowę krótszym.

Najszybciej znajdującym rozwiązanie jest algorytm ACS. Uzasadnione jest to tym, że zarówno odkładanie, jak i parowanie feromonu odbywa się tylko na najlepszej znalezionej do tej pory drodze.

Warto zauważyć, że algorytm AS_{rank} – trzeci z najlepszych - na znalezienie rozwiązania problemu potrzebuje średnio zaledwie około 2 sekund. Uzyskuje wyniki podobnie dobre jak algorytm EAS, który potrzebuje aż czterokrotnie więcej czasu.



Rys. 1. Średnie czasy wykonywania poszczególnych algorytmów [4]

Najlepsze rozwiązania odnajduje algorytm MMAS. Jeśli mamy zatem wystarczającą ilość czasu, jest to algorytm najlepszy. Jeśli jednak chcemy przyspieszyć uzyskanie rozwiązania – najlepszy okaże się algorytm AS_{rank}, który generuje prawie tak dobre wyniki, ale w o wiele krótszym czasie.

3.3 Uzasadnienie uzyskanych wyników

Algorytm MMAS okazuje się najlepszy. Zbiega się ku najlepszemu rozwiązaniu najwolniej ze wszystkich algorytmów. Można więc spodziewać się, że przeszukuje on (eksploruje) przestrzeń dopuszczalnych rozwiązań najbardziej systematycznie. Świadczy o tym wielokrotna reinicjalizacja algorytmu (kilkaset razy algorytm zaczyna poszukiwać rozwiązania od początku).

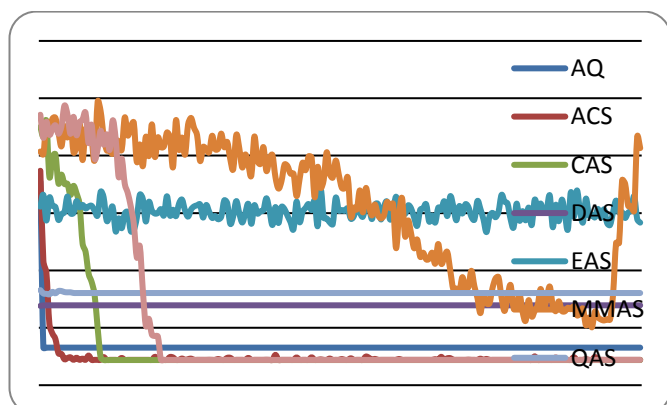
Niespodziewanym zjawiskiem jest brak zbieżności algorytmu EAS. Nie można tego było zaobserwować po najlepszych wynikach – pokrywały się one z algorytmami, które były zbieżne.

Najprawdopodobniej jest to wynikiem wysokiego poziomu feromonu startowego τ_0 i jednocześnie małej ilości feromonu odkładanego przez mrówki. Oznacza to, że w przypadku algorytmu EAS należałoby dokładniej zbadać zależność zbieżności tego algorytmu od wzajemnej proporcji początkowego poziomu feromonu i przyrostu feromonu podczas działania algorytmu. przesterowałem algorytm. Mimo braku zbieżności, algorytm uzyskał najwyższy możliwy wynik dla tego problemu.

Dosyć długo przeszukuje również przestrzeń algorytm AS_{rank} – 40 iteracji i CAS – ok. 20 iteracji.

Interesująco zachowuje się algorytm ACS. Mimo dość szybkiego osiągnięcia najlepszego rozwiązania (już w 8. iteracji), kontynuuje próby znalezienia innego, lepszego rozwiązania, co świadczy o jego eksploracyjności.

Algorytmy pozostawiające feromon podczas przeszukiwania grafu³, dość szybko osiągają ostateczne rozwiązania, niestety, na ogół, niskiej jakości.



Rys. 2. Średnia jakość rozwiązań znalezionych przez różne algorytmy mrówkowe zastosowane w problemie najkrótszej drogi [4]

Podsumowanie

Przedstawione wyniki badań wskazują na użyteczność algorytmów mrówkowych w optymalizacji długości drogi. Co prawda, algorytmy mrówkowe nie dają gwarancji uzyskania rozwiązania optymalnego, to jednak zapewniają otrzymanie rozwiązania suboptymalnego (racjonalnego). W sytuacji, gdzie dysponujemy ograniczonym czasem na rozwiązanie problemu optymalizacyjnego, gwarancja zakończenia działania algorytmu i uzyskania racjonalnego, dopuszczalnego rozwiązania, stanowi atrakcyjną alternatywę dla prowadzenia długotrwałych obliczeń i znalezienia rozwiązania niewiele lepszego.

Bibliografia:

1. Boryczka U., Algorytmy optymalizacji mrówkowej, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 2006
2. Dorigo M., Stutzle T., Ant Colony Optimization, Massachusetts Institute of Technology, London 2004
3. Dorigo., Maniezzo V., Colnari A., The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents, IEEE Transactions on Systems, 1996
4. Krajewski T., Porównanie skuteczności wybranych algorytmów mrówkowych, Politechnika Łódzka, Łódź, 2007
5. Mills P., Monitors for GLS and other Meta-heuristics”, Department of Computer Science, University of Essex, 2000

The Shortest Route Search with Ant Algorithms

The presented research results indicate the usefulness of ant algorithms in the optimization of the road length. Admittedly, ant algorithms do not guarantee an optimal solution, but they provide a suboptimal (rational) solution. In a situation where we have limited time to solve the optimization problem, the guarantee of terminating the algorithm and obtaining a rational, acceptable solution is an attractive alternative for conducting long-term calculations and finding a little better solution.

Keywords: road length optimization, ant algorithm, heuristics, logistics, transport.

Autor:

dr hab. inż. **Zbigniew Świątnicki** – Lotnicza Akademia Wojskowa, Wydział Bezpieczeństwa Narodowego i Logistyki, Instytut Logistyki i Organizacji Transportu, z.swiatnicki@wsosp.pl

³ Na bieżąco, podczas budowania ścieżki, a nie po jej skonstruowaniu.