

## ANALIZA DOBORU UKŁADU REGULACJI DO ELEKTRYCZNEGO NAPĘDU POJAZDU

### Streszczenie

W pracy przedstawiono matematyczny model elektrycznego napędu oraz układu regulacji prędkości pojazdu. Zbudowany model pozwala na badanie procesów zachodzących podczas przyspieszania, ruchu ze stałą prędkością i odzyskowego hamowania pojazdu. Zaproponowany układ regulacji zapewnia utrzymanie zadawanej prędkości pojazdu. W pracy zaprezentowano metodykę doboru parametrów układu sterowania oraz wpływ parametrów sterowania na utrzymanie danego cyklu jazdy.

Na podstawie przedstawionego matematycznego opisu przetwarzania energii w układzie elektrycznym opracowano numeryczny model pojazdu z napędem elektrycznym w programie Matlab/Simulink a parametry regulatora PID dobrano z wykorzystaniem modułu PID Tune.

Wykorzystywany podczas badań cykl jazdy obejmował po dwie fazy przyspieszania pojazdu, jazdy ze stałą prędkością i odzyskowego hamowania. Do oceny skuteczności działania układu regulacji PID przyjęto kryterium oceny, które uwzględnia różnicę przebiegu prędkości zadanej i prędkości obliczonej. Przedstawione wyniki symulacji numerycznych potwierdzają poprawność przyjętego modelu napędu elektrycznego oraz poprawne działanie regulatora PID.

### WSTĘP

W pracy prezentowany jest elektryczny układ napędowy pojazdu, który jest zasilany z akumulatora elektrycznego. Przedstawiony układ napędowy służy do przetwarzania energii w trakcie rozpędzania, jazdy i hamowania odzyskowego pojazdu. Szczegółowy opis matematycznego modelu pojazdu został opisany w pracy [3]. W obecnej pracy autorzy prezentują metodykę doboru parametrów regulatora PID służącego do sterowania układem napędowym tak, aby było możliwe zrealizowanie założonego cyklu jazdy.

Prezentowany napęd elektryczny jest częścią hybrydowego elektryczno-hydrostatycznego napędu pojazdu, w którym podstawowym jest napęd elektryczny a układ hydrostatyczny pełni rolę pomocniczą podczas rozruchu i hamowania pojazdu [1]. Rozważania dotyczące układu hybrydowego oparto na założeniu, że w układzie hybrydowym przetwarzanie energii jest efektywniejsze niż w układzie elektrycznym lub hydrostatycznym oddzielnie.

Badania zostały przeprowadzone w oparciu o założony cykl jazdy, podczas którego występują dwa cykle rozpędzania, jazdy ze stałą prędkością i hamowania odzyskowego pojazdu. Pomiędzy cyklami jazdy jest postój pojazdu. W pracy prezentowany jest także matematyczny model pojazdu [2], na podstawie którego w programie Matlab/Simulink został opracowany numeryczny model pojazdu. Autorzy skoncentrowali się na analizie wpływu doboru regulatora PID i jego parametrów na działanie napędu elektrycznego pojazdu i utrzymanie założonego cyklu jazdy. Opracowany numeryczny model napędu został wykorzystany do przeprowadzenia badań wstępnych z uwzględnieniem wyznaczonych parametrów regulatora. Do wyznaczenia parametrów regulatora wykorzystano program Matlab/Simulink z modulem PID Tune. Ocena uzyskanych parametrów przeprowadzona została w oparciu o kryterium, jakim był przebieg prędkości zadanej i wyznaczonej na podstawie symulacji. Badania związane z doбором parametrów regulatora PID w napędzie hydrostatycznym pojazdu zostały zaprezentowane w pracy [4]. W niniejszej pracy przedstawiono metodykę pracy pozwalającą na zautomatyzowanie prac związanych z doбором parametrów regulatora PID

oraz modyfikację układu regulacji celem uproszczenia modułu sterowania.

### 1. MATEMATYCZNY MODEL ELEKTRYCZNEGO NAPĘDU POJAZDU

Model napędu pojazdu elektrycznego, jaki przyjęto do badań, składa się z trzech podstawowych elementów: silnika elektrycznego prądu stałego, baterii akumulatorów oraz przekształtnika napięcia. Model tego napędu został pokazany na rysunku 1. Podczas badań założono także, że pojazd porusza się ruchem prostoliniowym a koła toczą się bez poślizgu. Model pojazdu opisany jest przez następujące podstawowe parametry:

- $m$  – masa pojazdu,
- $r$  – promień dynamiczny koła,
- $V$  – prędkość pojazdu,
- $p$  – przełożenie przekładni między kołem a wałem silnika elektrycznego,
- $f_{opr}$  – funkcja opisująca opory ruchu pojazdu w zależności od prędkości.

Na podstawie podstawowych parametrów ustalona została wartość  $J$  masowego momentu bezwładności odwzorowującego inercję pojazdu na wałę silnika. Wartość tą opisuje zależność:

$$J = \frac{mr^2}{p^2} \quad (1)$$

Założona została również funkcja opisująca opory ruchu pojazdu  $f_{opr} = 0,013mg$  i na tej podstawie wyznaczony został moment oporów ruchu również zredukowany do wału silnika:

$$M_{opr}(\omega) = \frac{r}{p} f_{opr} \left( \frac{r}{p} \omega \right) \quad (2)$$

gdzie:  $\omega$  - prędkość kątowna wału silnika,

W akumulatorach elektrycznych stosowanych do napędów elektrycznych zachodzi odwracalna przemiana elektrochemiczna, która jest charakteryzowana siłą elektromotoryczną [6]. Wartość wskaźnika naładowania akumulatora zależy od ilości ładunku  $q$  jaka może być pobrana w stosunku do akumulatora w pełni naładowanego. Przyjęto charakterystykę akumulatora zależną od jego siły elektromotorycznej  $E_{AK}$ , która zależy od ładunku zgromadzonego i pozostałego w akumulatorze  $q$ . Siłę elektromotoryczną akumulatora elektrycznego przyjętego do badań opisuje wzór:

$$E_{AK}(q) = E_0 + \frac{q}{C} \quad \text{dla } q > 0 \quad (3)$$

gdzie:  $q$  - ładunek elektryczny zgromadzony w akumulatorze;

Ilość energii zgromadzonej w akumulatorze można wyznaczyć z zależności:

$$\varepsilon_{AK}(q) = E_0 q + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad \text{dla } q > 0 \quad (4)$$

Opis modelu przedstawionego na rysunku 1 obejmuje opis modeli podzespołów: akumulatora, przekształtnika napięcia, silnika prądu stałego, pojazdu, układu regulacji prędkości.

Proces przetwarzania energii w elektrycznym układzie napędowym oraz ruch pojazdu przedstawiony został za pomocą następujących równań i relacji:

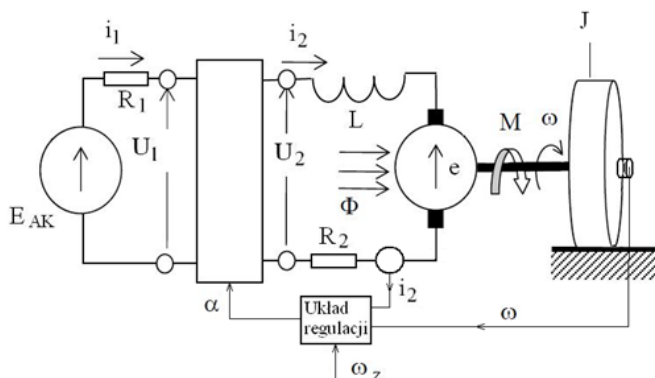
$$E_{AK}(q) - R_1 i_1 = U_1 \quad (5)$$

$$\dot{q} = -i_1 \quad (6)$$

$$U_2 = \alpha U_1, \quad i_1 = \alpha i_2, \quad \alpha \in [0,1] \quad (7)$$

$$L \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 + c\phi\omega = U_2 \quad (8)$$

$$J\dot{\omega} + M_{opr}(\omega) = c\phi i_2 \quad (9)$$



Rys. 1. Model symulacyjny napędu elektrycznego pojazdu

Równanie (5) opisuje napięcie na zaciskach akumulatora, gdzie  $R_1$  jest wewnętrzną rezystancją akumulatora. Zmianę ładunku zgromadzonego w akumulatorze przedstawia równanie (6). Działanie przekształtnika napięcia działającego na podstawie sygnału  $\alpha$  w układzie regulacji opisuje relacja (7). Do opisu działania przekształtnika posłużono się materiałem przedstawionym w pracach [5], [8]. Prąd płynący przez uzwojenie silnika elektrycznego przedstawiono w równaniu (8). Równanie (9) prezentuje ruch pojazdu przy założeniu,

że pominięto poślizg kół. Na podstawie tego założenia prędkość pojazdu jest wyznaczona na podstawie zależności:

$$V = \frac{r\omega}{p} \quad (10)$$

Na podstawie równania (9) można wyznaczyć moment napędowy silnika:

$$M = c\phi i_2 \quad (11)$$

Wówczas wypadkowa siła napędowa pojazdu będzie w postaci:

$$F = \frac{M}{r} p \quad (12)$$

Przebieg momentu napędowego jest uzależniony od przebiegu zmiennej  $\alpha$ , która jest wyznaczana w układzie regulacji prędkości pojazdu.

## 2. UKŁAD REGULACJI PRĘDKOŚCI POJAZDU

Układ regulacji prędkości pojazdu służy do sterowania napędem, tak aby pojazd poruszał się zgodnie z zadanym cyklem jazdy i utrzymywał zadaną prędkość  $V_z$ . W celu utrzymania zadanej prędkości sygnał  $\alpha$  z regulatora steruje przepływem energii w obwodzie układu elektrycznego między akumulatorem i silnikiem. Realizowane jest to poprzez zmianę napięcia  $U_2$  zasilającego silnika, a to wpływa na zmianę prądu  $i_2$ . W efekcie zmienia się moment napędowy silnika. W układzie regulacji na podstawie zadanej prędkości  $V_z$  wyznaczany jest sygnał  $\alpha$ , który sterując pracą przekształtnika reguluje napięcie na zaciskach silnika  $U_2$ . Do opracowania struktury regulacji uwzględniono zasady projektowania takich układów przedstawionych w pracach [5], [8]. Układ regulacji przedstawiono na rysunku 2.

Przedstawiony układ regulacji składa się z dwóch regulatorów: prędkości PID i prądu PI. Regulator prędkości działa w oparciu o uchyb prędkości na podstawie:

$$e_\omega = \omega_z - \omega, \quad \text{gdzie } \omega_z = \frac{pV_z}{r} \quad (13)$$

gdzie:  $\omega_z$  – zadana prędkość kątowa wału silnika,  $\omega$  – aktualna prędkość kątowa wału silnika.

Regulator prędkości generuje sygnał zadanego prądu silnika  $i_{reg}$ , którego wartość jest ograniczana do wartości dopuszczalnej  $[-I_{max}, I_{min}]$ . Na tej podstawie wyznaczany jest skorygowany sygnał, który jest zadanym prądem silnika  $i_2$ . Natomiast regulator prądu działa w oparciu o uchyb:

$$e_i = i_z - i_2 \quad (14)$$

Sygnał z regulatora PI jest ograniczony na podstawie zależności:

$$\tilde{\alpha} \in [0,1] \quad (15)$$

wówczas zostaje wygenerowany sygnał  $\alpha^-$  sterujący pracą przekształtnika.

Matematyczny opis układu regulacji ma postać:

$$e_{\omega}(t) := \omega_z(t) - \omega(t) \quad (16)$$

$$i_{reg}(t) = K_p \left[ e_{\omega}(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e_{\omega}(\tau) d\tau + T_d \dot{e}_{\omega}(t) \right] \quad (17)$$

$$i_z = \Psi_1(i_{reg}(t)) \quad (18)$$

$$e_i(t) := i_z(t) - i_2(t) \quad (19)$$

$$\tilde{\alpha}(t) = K_p^0 \left[ e_i(t) + \frac{1}{T_i^0} \int_0^t e_i(\tau) d\tau \right] \quad (20)$$

$$\tilde{\alpha}(t) = \Psi_2(\tilde{\alpha}(t)) \quad (21)$$

$$T_w \dot{\alpha}(t) + \alpha(t) = k_w \tilde{\alpha}(t) \quad (22)$$

gdzie:  $\omega_z$  – zadana prędkość kątowna wału silnika,  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  – stałe regulatora PID,  $K_p^0$ ,  $T_i^0$  – stałe regulatora prądu PI,  $k_w$ ,  $T_w$  – stałe określające działanie przekształtnika napięcia,  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$  – funkcje ograniczające według poniższych definicji:

$$\Psi_1(i) := \begin{cases} i & \text{gdy } -I_{max} \leq i \leq I_{max} \\ I_{max} & \text{gdy } i > I_{max} \\ -I_{max} & \text{gdy } i < -I_{max} \end{cases} \quad (23)$$

$$\Psi_2(\alpha) := \begin{cases} \alpha & \text{gdy } 0 \leq \alpha \leq 1 \\ 1 & \text{gdy } \alpha > 1 \\ 0 & \text{gdy } \alpha < 0 \end{cases} \quad (24)$$

Na podstawie równań opisujących przetwarzanie energii w elektrycznym układzie napędowym pojazdu oraz zależności opisujących układ regulacji można przeprowadzić badania numeryczne dynamiki pojazdu przy założonym cyklu jazdy. Rozwiązanie zadania będzie sprowadzało się do wyznaczenia przebiegów czasowych badanych wielkości fizycznych.

### 3. BADANIA NUMERYCZNE NAPĘDU ELEKTRYCZNEGO

Badania numeryczne modelu napędu pojazdu przeprowadzono przy założeniu wartości parametrów: pojazdu, układu elektrycznego silnika i akumulatora oraz układu regulacji. Wartości parametrów

opisujących model badanego pojazdu przyjęto następująco:

- $m = 2000$  [kg] – masa pojazdu,
- $r = 0,32$  [m] – promień koła,
- $p = 8$  – przełożenie przekładni między kołem a osią silnika elektrycznego,
- $f_{opr} = 255$  [N] – stały opór ruchu pojazdu.
- Wybrany model akumulatora elektrycznego określają następujące parametry:
- $E_0 = 216$  [V] – napięcie wstępne,
- $C = 86,5$  [kF] – pojemność uzupełniająca,
- $R_1 = 0,1$  [ $\Omega$ ] – rezystancja wewnętrzna akumulatora,
- $q_{max} = 415$  [kC] – największy ładunek elektryczny, który może być zgromadzony w akumulatorze,
- $\epsilon_{AK}(q_{max}) = 90,636$  [MJ] – maksymalna ilość energii zgromadzonej w akumulatorze.

Model silnika jest określony parametrami:

- $L = 0,76$  [mH] – indukcyjność uzwojeń silnika,
- $R_2 = 0,04$  [ $\Omega$ ] – rezystancja uzwojeń silnika,
- $c\phi = 0,5$  [Nm/A] = [Vs] – stała charakteryzująca magnetyczny strumień wzbudzenia silnika,
- $I_{max} = 250$  [A] – dopuszczalna wartość prądu silnika,
- $L/R_2 = 0,0019$  [s] – stała czasowa obwodu silnika.

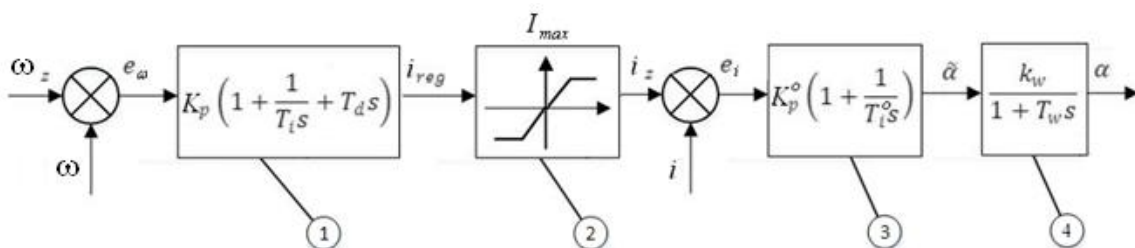
Parametry regulatora prędkości PID i prądu PI wyznaczono na podstawie wstępnych symulacji i analizy przebiegów zadanej prędkości  $V_z$  i prędkości pojazdu  $V$ . Wstępnie przyjęte wartości parametrów w układzie regulacji są następujące:

- regulatora prędkości PID:  $K_p = 0,4 \cdot 10^2$ ,  $T_i = 4 \cdot 10^7$  [s],  $T_d = 1 \cdot 10^{-3}$  [s]
- regulatora prądu PI:  $K_p^0 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ ,  $T_i^0 = 37,5 \cdot 10^{-3}$  [s]
- człon inercyjny pierwszego rzędu:  $T_w = 1 \cdot 10^{-3}$  [s],  $k_w = 1$

Ocenę przyjętych parametrów w układzie regulacji dokonano na podstawie porównania przebiegu sygnału prędkości zadanej i uzyskanej na podstawie zależności:

$$W_V = \frac{\sum_{i=1}^N (V_{zi} - V_i)^2}{\sum_{i=1}^N V_{zi}^2} \quad (25)$$

gdzie:  $N$  – ilość punktów pomiarowych,  $i$  – ty punkt pomiarowy; Przedstawione kryterium oceny zostało wykorzystane do porównania różnych metod doboru parametrów układu regulacji. Najniższa wartość wskaźnika  $W_V$  świadczy o najlepszym doborze parametrów i najmniejszej różnicy pomiędzy zadaną wartością prędkości a prędkością wyznaczoną w kolejnych punktach pomiaru.

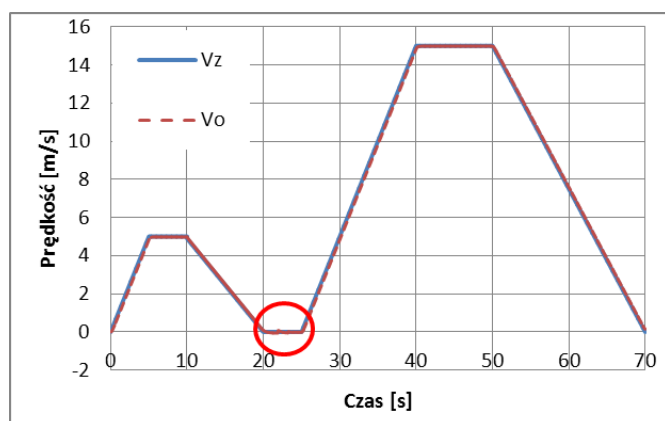


Rys. 2. Schemat układu regulacji prędkości pojazdu: 1 – regulator PID, 2 – człon ograniczający wartość prądu, 3 – regulator prądu PI, 4 – człon wykonawczy w przekształtniku napięcia;

rowych.

Matematyczny model elektrycznego układu napędowego pojazdu posłużył do opracowania programu symulacyjnego w środowisku Matlab/Simulink. W programie tym został zadany cykl jazdy, który określa przebieg prędkości. Wprowadzone zostały także parametry związane z oporami ruchu pojazdu, układu elektrycznego i układu regulacji.

Na rysunku 3 przedstawiono przebieg prędkości zadanej  $V_z$  i prędkości  $V_o$  wyznaczonej przy użyciu parametrów regulatora wyznaczonych we wstępnych badaniach symulacyjnych. Przedstawione przebiegi prędkości  $V_z$  i  $V_o$  są do siebie zbliżone. Jedyne co można zaobserwować to niewielkie odchylenie prędkości  $V_o$  zaznaczone w czerwonym kole. W pozostałej części różnice nie są prawie dostrzegalne. Na podstawie przyjętego kryterium widoczna jest ilościowa różnica wynikająca z różnych wartości w poszczególnych punktach pomiarowych, uzyskano wartość wskaźnika  $W_{V_o} = 1,763 \cdot 10^{-4}$ .

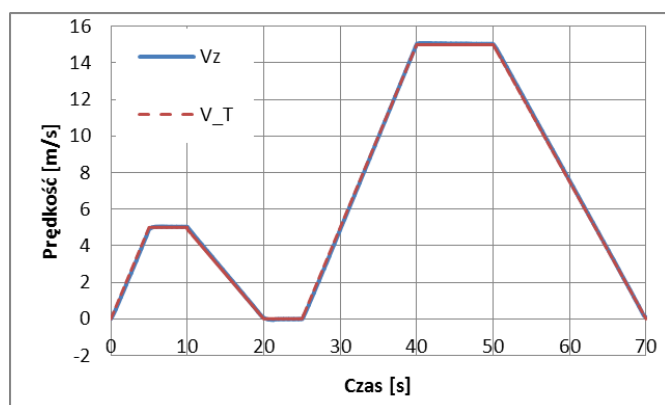


**Rys. 3.** Prędkość pojazdu przy użyciu wstępnie dobranych parametrów układu regulacji:  $V_z$  – prędkość zadana,  $V_o$  – prędkość obliczona

W programie Matlab/Simulink dostępna jest aplikacja PID Tuner umożliwiająca automatyczny dobór parametrów regulatora PID. Dla opracowanego numerycznego modelu elektrycznego napędu pojazdu przeprowadzono próbę doboru parametrów i uzyskano wartości:

- regulatora prędkości PID:  $K_p = 1,18 \cdot 10^2$ ,  $T_i = 10,1$  [s],  $T_d = 1,56$  [s]
- regulatora prądu PI:  $K_p^0 = 2,38$ ,  $T_i^0 = 3,51 \cdot 10^2$  [s]

Parametry członu inercyjnego pierwszego rzędu są bez zmian człon inercyjny pierwszego rzędu:  $T_w = 1 \cdot 10^{-3}$  [s],  $k_w = 1$



**Rys. 4.** Prędkość pojazdu przy użyciu PID Tune do doboru parametrów układu regulacji:  $V_z$  – prędkość zadana,  $V_T$  – prędkość obliczona

Na podstawie dobranych parametrów przeprowadzono badania numeryczne modelu elektrycznego napędu pojazdu. Przebieg prędkości zadanej  $V_z$  i wyznaczonej na podstawie badań  $V_T$  przedstawiono na rysunku 4.

Przedstawione na rysunku 4 przebiegi są do siebie na tyle zbliżone, że nie można zaobserwować znaczących różnic. Jednak na podstawie przeprowadzonej analizy z wykorzystaniem zależności (25) wykazano, że uzyskano wzrost dokładności rozwiązań a wskaźnik  $W_{V_T} = 0,880 \cdot 10^{-4}$ . Wyznaczone parametry układu regulacji przy użyciu *PID Tune* wpłynęły na poprawę wyników badań i uzyskano dwukrotnie niższą różnicę przebiegów prędkości.

## PODSUMOWANIE

Zaprezentowany matematyczny model napędu elektrycznego z przyjętym układem sterowania posłużył do opracowania modelu numerycznego. Opracowany model opisuje proces przetwarzania energii w czasie rozpędzania, ruchu ze stałą prędkością i hamowania pojazdu. W trakcie badań przeprowadzono analizę przyjętego modelu elektrycznego układu napędowego z wstępnie przyjętymi parametrami układu sterowania. Przeprowadzone zostały prace związane z wyznaczeniem parametrów sterowania w aplikacji programu Matlab a następnie zaproponowana została zmiana parametrów przyjętego układu sterowania. Parametry układu sterowania zostały wyznaczone przy użyciu narzędzia *PID Tune* a następnie przeprowadzono badania numeryczne z ponownie dobranymi wartościami parametrów regulatora PID. Ocenę wyznaczonych parametrów przeprowadzono przy użyciu zaproponowanego kryterium jakim była zależność uwzględniająca przebieg zadanej prędkości do prędkości wyznaczonej w trakcie badań. Najmniejszą wartość wskaźnika jakości uzyskano podczas badań prowadzonych z wyznaczonymi parametrami przy użyciu narzędzia *PID Tune*. Na bazie przedstawionych wyników badań można przeprowadzić analizę układu sterowania oraz proces przemiany energii w elektrycznym układzie napędowym pojazdu.

Opracowany model napędu i układu sterowania w programie Matlab/Simulink będzie wykorzystany do dalszych badań związanych z doskonaleniem elektryczno-hydrostatycznego modelu napędowego pojazdu.

Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2011/01/B/ST8/06822.

## BIBLIOGRAFIA

1. Grzesikiewicz W., Knap L., Makowski M.: Matematyczny model napędu elektryczno-hydrostatycznego. Technika Transportu Szybnego 10/2013.
2. Grzesikiewicz W., Zbiciak A., Michalczyk R.: Analiza modelu napędu pojazdu elektrycznego w programie Matlab/Simulink. Logistyka 6/2014.
3. Grzesikiewicz W., Knap L., Makowski M.: Matematyczny opis napędu pojazdu elektrycznego. Polioptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Monografia Nr 278, Koszalin 2014.
4. Grzesikiewicz W., Knap L., Makowski M., Pokorski J.: Dobór regulatora PID do hydrostatycznego napędu pojazdu. Logistyka, 3/2015.
5. Koczara W.: Wprowadzenie do napędu elektrycznego. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej. Warszawa 2012.
6. Szumanowski A.: Hybrid electric Vehicle Drives Design. Institute for Sustainable Technologies. Radom 2006.
7. Tunia H., Winiarski B.: Energoelektronika. WNT, Warszawa 1994.

8. Zawirski K., Deskur J., Kaczmarek T.: Automatyka napędu elektrycznego. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej. Poznań 2012.

## ANALYSIS OF REGULATORY SYSTEM SELECTION FOR A VEHICLE WITH ELECTRIC DRIVE

### *Abstract*

*In this paper, we present a mathematical model of a vehicle with an electric drive and a model of a proportional-integral-derivative regulator (i.e. PID regulator) needed to maintain desired speed of the vehicle. On this basis, we build the model of a vehicle allowing to investigate energetic processes during acceleration, moving at a constant speed and regenerative braking of the vehicle. The proposed PID regulator enables to maintain the speed of the vehicle. We also present a methodology for the selection of the PID regulator parameters, as well as, evaluate the influence of those parameters onto ability for maintaining requested speed during driving cycle.*

*On the basis of this mathematical description, a numerical model of the vehicle with electric drive is developed in Matlab/Simulink software with PID parameters determined using PID Tune module. During numerical investigations we model a drive cycle consisting of two phases of vehicle acceleration, cruising at a constant speed and regenerative braking. In order to evaluate the effectiveness of the PID regulator, we propose an efficacy criterion which takes into account the differences between the requested and calculated speed of a vehicle. The results of our numerical simulations confirm that the correctness of the proposed model of the electric drive and the proper function of the PID controller.*

Autorzy:

dr inż. **Michał Makowski** – Politechnika Warszawska, Instytut Pojazdów, email: [michal.makowski@simr.pw.edu.pl](mailto:michal.makowski@simr.pw.edu.pl)

prof. nzw. dr hab. inż. **Wiesław Grzesikiewicz** – Politechnika Warszawska, Instytut Pojazdów, e-mail: [wgr@simr.pw.edu.pl](mailto:wgr@simr.pw.edu.pl)

dr inż. **Lech Knap** – Politechnika Warszawska, Instytut Pojazdów, email: [lknap@simr.pw.edu.pl](mailto:lknap@simr.pw.edu.pl)

mgr inż. **Janusz Pokorski** – Politechnika Warszawska, Instytut Pojazdów, email: [Janusz.Pokorski@simr.pw.edu.pl](mailto:Janusz.Pokorski@simr.pw.edu.pl)