

# Porównanie maksymalnych szerokości rys w strefie czystego zginania belek żelbetowych obliczonych wg EC2 i uzyskanych z badań

Dr hab. inż. Barbara Goszczyńska, prof. PŚk, mgr inż. Justyna Tworzowska,  
Politechnika Świętokrzyska

## 1. Wprowadzenie

Żelbet rozpoczął swoją karierę techniczną i naukową od prostych pomysłów rzemieślniczych. „Stosowanie żelbetu wymagało od nauki adaptowania matematyki i mechaniki dla potrzeb teorii konstrukcji budowlanych, dla potrzeb projektanta, jednak nie wyeliminowano jednak możliwości artystycznego wyżycia twórców nowej architektury [1]”. Postęp w technologii spowodował trend do stosowania w konstrukcjach żelbetowych materiałów o coraz to wyższych wytrzymałościach. Ekonomiczne wykorzystanie stali wysokiej jakości prowadzi jednak do wystąpienia w nich odpowiednio większych odkształceń, co pociąga za sobą wzrost szerokości rys i przemieszczeń. Efekty te nie mają istotnego znaczenia dla nośności, wpływają jednak decydująco na walory użytkowe i trwałość. W metodzie stanów granicznych są one zaliczane do stanów granicznych użytkowania, z których stan graniczny zarysowania jest szczególnie ważny, gdyż przede wszystkim od niego zależy trwałość konstrukcji żelbetowych. Mnogość czynników mających wpływ na stan zarysowania [2] sprawia, że podane w normie wzory prowadzące do oszacowania szerokości maksymalnej rysy zawierają szereg współczynników empirycznych. Celem pracy jest przedstawienie porównania szerokości maksymalnej rysy obliczonej na podstawie obowiązującej normy [6] z wynikami uzyskanymi podczas badania belek żelbetowych.

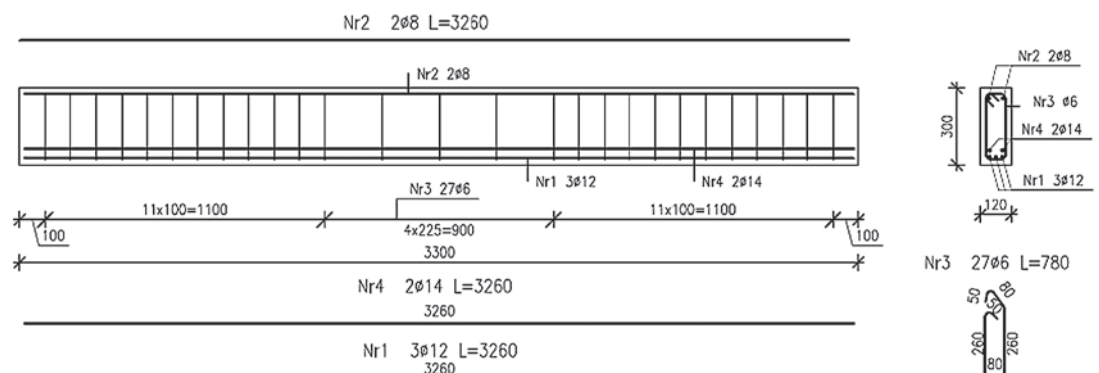
## 2. Elementy badane i program badań

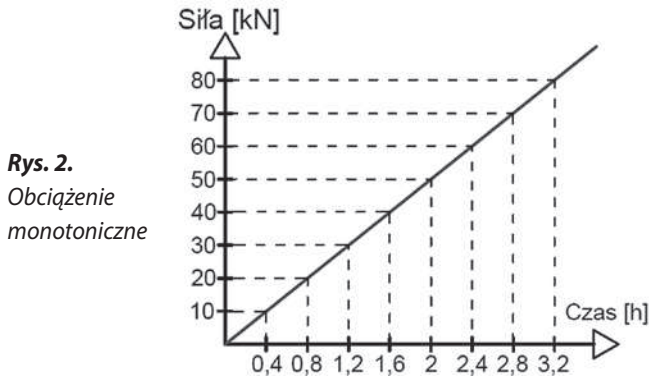
Analizę porównawczą wyników szerokości rys wykonano na 6 belkach żelbetowych, jednoprzęsłowych, które przebadano w ramach projektu badawczo-rozwojowego NR 04000710 „Bezinwazyjny system monitoringu i diagnozowania konstrukcji żelbetowych ze szczególnym uwzględnieniem drogowych obiektów inżynierskich”. Belki były wykonane w zakładzie prefabrykacji. Zostały zaprojektowane o wymiarach 120x300x3300 mm, z betonu klasy C40/50 i prętów ze stali B5500 o stopniu zbrojenia podłużnego wynoszącego 2%. Elementy oznaczano symbolami A2, D2 lub C2 w zależności od konstrukcji zbrojenia. Konstrukcje zbrojenia dla belek typu A2 przedstawiono na rysunku 1.

Belki typu D2 na środkowym odcinku długości 90 cm nie miały strzemion, a typu C2 na środkowym odcinku nie miały zbrojenia w strefie ściskanej oraz strzemion. Belki obciążano w sposób monotonicznie rosnący aż do zniszczenia (rys. 2). Obciążenie realizowano siłownikami hydraulicznymi firmy Instron, zgodnie z przyjętym schematem, przedstawionym na rysunku 3. Dla tak przyjętego schematu, na środkowym odcinku belki o długości 1 m, występuje stały moment (pominięty ciężar własny), tzw. czyste zginanie.

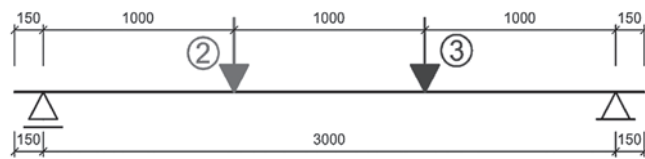
Wykonano również badania wytrzymałości na próbkach betonowych oraz na prętach stalowych. Próbkę betonową sześcienną 150x150x150 mm zostały przebadane w prasie hydraulicznej SP-Z6000 Zwick/Roel. Dla belek typu A2 otrzymano

Rys. 1. Konstrukcja zbrojenia belek typu A2

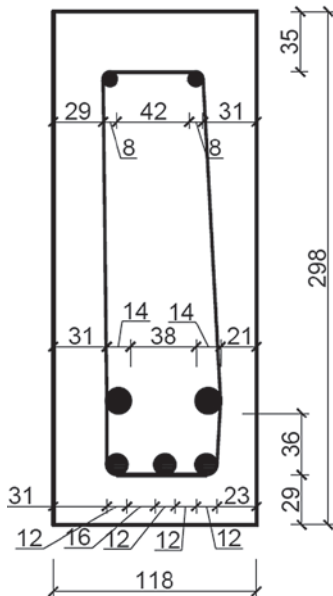




Rys. 2. Obciążenie monotoniczne



Rys. 3. Schemat statyczny belek



Rys. 4. Inwentaryzacja przekroju poprzecznego oraz zbrojenia belki D2M-2

klasę betonu C45/55, a dla pozostałych elementów C50/60. Zbadano również pręty zbrojeniowe, dostarczone przez zakład prefabrykacji, w maszynie mechanicznej firmy Zwick/Roel o zakresie pomiarowym siły +/-250kN. Z prób rozciągania prętów otrzymano umowną średnią granicę plastyczności wynoszącą 562,5 MPa i odchylenie

standardowe 11,5 MPa. W ramach badań wykonano również inwentaryzację zbrojenia belek. Przebadane elementy zostały rozkute i wykonano pomiary grubości otuliny, wymiarów przekroju poprzecznego, średnic prętów oraz odległości pomiędzy dwoma rzędami zbrojenia. Inwentaryzację zbrojenia dla belki D2M-2 przedstawia rysunek 4.

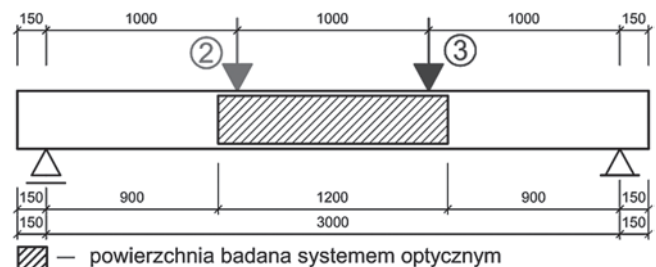
### 3. Optyczny system pomiarowy

Do rejestracji procesu zarysowania wykorzystano nowoczesny sprzęt – optyczny system pomiarowy 3D typu ARAMIS 5M należący do urządzeń wykorzystujących cyfrową korelację obrazu (DIC – Digital Image Correlation). System składa się z czujnika/statywu wyposażonego w dwie kamery (rys. 5) oraz jednostki centralnej z oprogramowaniem. W skład zestawu wchodzi również akcesoria, w tym elementy kalibracyjne.

Rys. 5. Statyw/czujnik z zamontowanymi kamerami



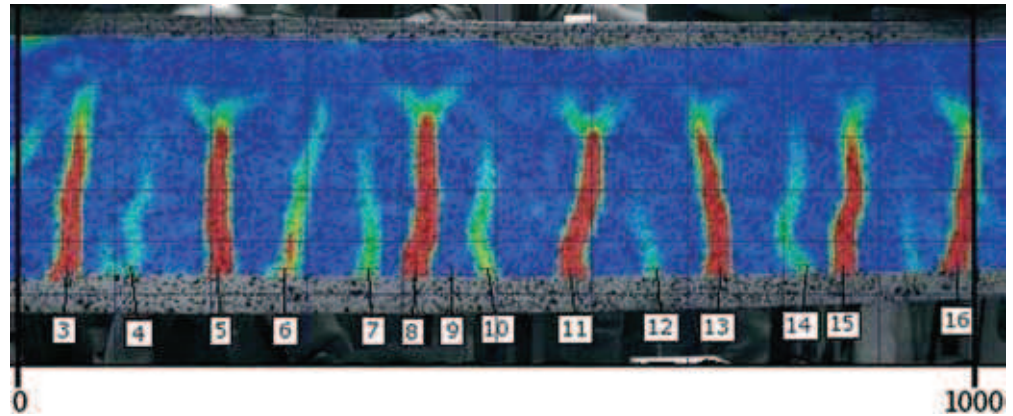
Zasada działania systemu opiera się na fotogrametrii dwuobrazowej inaczej zwanej stereofotogrametrią, która polega na odtwarzaniu wymiarów przestrzennych obiektów. W tym celu wykonuje się kamerami pomiarowymi zdjęcia, tak aby obejmowały one tą samą część badanego obiektu. Tak wykonana para zdjęć umożliwia przeanalizowanie przemieszczeń punktu pomiarowego w trzech kierunkach [3]. System ten może być wykorzystywany również do pomiaru odkształceń połowych powierzchni badanej. W związku ze sposobem wykonywania pomiarów – zdjęć, rejestracja jest bezdotykowa, co umożliwia prowadzenie badań w całym procesie obciążania. Zdjęcia mogą być wyzwolane w stałych odstępach czasowych lub określoną wartością napięcia. Przed badaniem, powierzchnia badana musi być odpowiednio przygotowana – należy ją pomalować, nadając odpowiedni kontrast oraz podczas badania równomiernie oświetlić. Wadą sprzętu jest ograniczona powierzchnia, którą można rejestrować. System stanowiący wyposażenie Politechniki Świętokrzyskiej zawiera statyw o rozpiętości ramienia 1,2 m, który umożliwia badanie powierzchni o wymiarach 1,8x1,5 m. W prezentowanych badaniach zmniejszono wymiary powierzchni badanej do odcinka 1,2 m w celu uzyskania dokładniejszych wyników. Powierzchnię belki badanej systemem optycznym przedstawia rysunek 6.



Rys. 6. Schemat belki z zaznaczoną powierzchnią badaną systemem optycznym

Po zakończonym badaniu, zdjęcia poddaje się obróbce oraz przelicza się interesujące badacza wielkości. Do pomiaru szerokości rys wykorzystuje się odkształcenia połowe powierzchni bocznej belki, które można przedstawić w formie graficznej w postaci map (rys. 7). Dzięki

**Rys. 7.** Mapa odkształceń belki C2M-1 na poziomie obciążenia 0,95 nośności



synchronizacji aparatury (systemu i siłowników) do każdego pomiaru/zdjęcia jest przypisana wartość siły. Na mapie odkształceń można zauważyć lokalne kumulacje odkształceń. W konstrukcjach żelbetowych można przyjąć, że odpowiadają one rysom, ponieważ odkształcenia betonu są pomijalnie małe. Jako rysę na potrzeby badań z wykorzystaniem systemu ARAMIS określono odkształcenie wynoszące co najmniej 0,05 mm [3]. Sposób pomiaru szerokości rysy na podstawie lokalnej kumulacji odkształceń opisano w pracy [4]. Odczytane szerokości rys eksportowano do pliku tekstowego, który następnie importowano do arkusza kalkulacyjnego.

#### 4. Obliczenia szerokości rys wg EC2

W celu otrzymania wyników jak najbardziej odpowiadających badanym belkom w obliczeniach wg obowiązującej normy [5] zastosowano wytrzymałość betonu i stali uzyskane z wykonanych badań, położenie prętów, a także wymiary przekroju poprzecznego odczytane z inwentaryzacji. Szerokość rys na podstawie EC2 można obliczyć wg wzoru (1), w którym różnicę odkształceń policzono wg wzoru (2), a rozstaw rys wg (7) [5].

$$w_k = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (1)$$

gdzie:

$w_k$  – projektowana szerokość rysy,

$\epsilon_{sm}$  – średnie odkształcenie zbrojenia wyznaczone z uwzględnieniem odkształceń wymuszonych i zjawiska usztywnienia przy rozciąganiu,

$\epsilon_{cm}$  – średnie odkształcenie betonu pomiędzy rysami,

$s_{r,max}$  – maksymalny rozstaw rys.

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (2)$$

gdzie:

$\alpha_e$  – jest stosunkiem  $\frac{E_s}{E_{cm}}$ ,

$\rho_{p,eff}$  – stopień zbrojenia strefy rozciąganej według (3),

$\sigma_s$  – naprężenia w stali według (6),

$f_{ct,eff}$  – średnia wytrzymałość betonu na rozciąganie osiągnięta w chwili, w której się oczekuje, że powstaną rysy, można przyjmować równą  $f_{ctm}$ ,

$k_t$  – współczynnik zależny od czasu trwania obciążenia,

$E_s$  – moduł sprężystości stali zbrojeniowej,

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} \quad (3)$$

gdzie:

$A_s$  – pole powierzchni zbrojenia rozciąganego,

$A_{c,eff}$  – efektywne pole betonu rozciąganego otaczającego zbrojenie według (4),

$$A_{c,eff} = b \times h_{c,ef} \quad (4)$$

gdzie:

$b$  – szerokość przekroju,

$h_{c,ef}$  – wysokość efektywnego pola betonu rozciąganego otaczającego zbrojenie według wzoru (5),

$$h_{c,ef} = \min \left[ \frac{h-x}{3}, 2,5 \times (h-d) \right] \quad (5)$$

$$\sigma_s = \frac{M}{zA_{s,1}} \quad (6)$$

gdzie:

$A_{s,1}$  – pole powierzchni zbrojenia w strefie rozciąganej,

$M$  – moment zginający,

$z$  – ramię sił wewnętrznych przyjęte jako 0,8d.

Ponieważ warunek na rozstaw prętów  $r \leq 5 \left( c + \frac{\phi}{2} \right)$  jest spełniony, maksymalny rozstaw rys obliczono na podstawie (4.7):

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{p,eff}} \quad (7)$$

gdzie:

$k_1$  – współczynnik zależny od przyczepności prętów zbrojeniowych,

$k_2$  – współczynnik zależny od rozkładu odkształceń,

$k_3$  – współczynnik o wartości zalecanej 3,4,

$k_4$  – współczynnik o wartości zalecanej 0,425,

$c$  – grubość otuliny betonowej zbrojenia podłużnego,

$\phi$  – średnica zbrojenia.

## KONSTRUKCJE – ELEMENTY – MATERIAŁY

Szerokość rys wg EC2 obliczono dla otuliny projektowanej i dla otuliny pomierzonej w trakcie inwentaryzacji. Ze względu na różnice w otulinie pomierzonej dolnej oraz bocznej, do obliczeń wykorzystano otulinę boczną, która miała wpływ na powstawanie rys na tej powierzchni belki.

### 5. Wyniki obliczeń i pomiarów szerokości rys

Szerokości rys obliczone wg EC2 oraz uzyskane za pomocą systemu optycznego ARAMIS wyznaczono w zakresie obciążeń użytkowych dla 0,4; 0,45; 0,5; 0,55; 0,6; 0,65; 0,7; 0,75 momentu względem nośności. Ze względu na obciążenie pracy zaprezentowano wyniki dla 0,45; 0,5; 0,55; 0,6 momentu względnego w tabelach 1–4. Dodatkowo

w tabelach zamieszczono liczbę rys oraz maksymalne ugięcie pomierzone w środku rozpiętości belki.

### 6. Analiza uzyskanych wyników szerokości rys

Grubość otuliny pomierzona różniła się od otuliny projektowanej, co nie pozostało bez wpływu na obliczoną wartość szerokości rysy. Celem określenia rozrzutu wartości otuliny pomierzonej w porównaniu do otuliny projektowanej wyliczono, dla każdej z belek, procentową odchyłkę tej wielkości wg wzoru (8). Wyniki przedstawiono w tabeli 5.

$$\frac{c_{\text{rzecz,boczna}} - c_{\text{proj}}}{c_{\text{proj}}} \cdot 100 \quad (8)$$

**Tabela 1.** Zestawienie wyników szerokości rys dla 0,45 momentu względnego

Belka	Liczba rys	Ugięcie max [mm]	$c_{\text{rzecz,boczna}}$ [cm]	w [mm] wg EC2		w [mm] (ARAMIS)	
				$(c_{\text{rzecz,boczna}})$	$(c_{\text{proj}})$ 2,6 cm	max	średnia
A2M-1	15	8,33	1,6	0,092	0,128	0,117	0,055
A2M-2	16	7,69	2,0	0,103	0,117	0,118	0,066
D2M-1	15	9,2	2,4	0,133	0,137	0,133	0,079
D2M-2	13	8,82	3,1	0,155	0,129	0,126	0,074
C2M-1	12	8,57	3,8	0,191	0,142	0,205	0,12
C2M-2	13	8,14	3,2	0,159	0,133	0,152	0,109
Średnia [mm]				0,139	0,131	0,142	0,084
Odchylenie standardowe [mm]				0,037	0,009	0,033	0,025
Współczynnik zmienności [%]				26,6	6,9	23,2	29,8

**Tabela 2.** Zestawienie wyników szerokości rys dla 0,5 momentu względnego

Belka	Liczba rys	Ugięcie max [mm]	$c_{\text{rzecz,boczna}}$ [cm]	w [mm] wg EC2		w [mm] (ARAMIS)	
				$(c_{\text{rzecz,boczna}})$	$(c_{\text{proj}})$ 2,6 cm	max	średnia
A2M-1	18	9,27	1,6	0,105	0,146	0,125	0,053
A2M-2	17	9,01	2,0	0,117	0,133	0,115	0,067
D2M-1	15	10,44	2,4	0,15	0,156	0,152	0,087
D2M-2	14	10,07	3,1	0,175	0,147	0,136	0,088
C2M-1	12	9,42	3,8	0,216	0,161	0,231	0,136
C2M-2	13	9,34	3,2	0,18	0,15	0,173	0,124
Średnia [mm]				0,157	0,149	0,155	0,093
Odchylenie standardowe [mm]				0,042	0,01	0,042	0,032
Współczynnik zmienności [%]				26,8	6,7	27,1	34,4

**Tabela 3.** Zestawienie wyników szerokości rys dla 0,55 momentu względnego

Belka	Liczba rys	Ugięcie max [mm]	$c_{\text{rzecz,boczna}}$ [cm]	w [mm] wg EC2		w [mm] (ARAMIS)	
				$(c_{\text{rzecz,boczna}})$	$(c_{\text{proj}})$ 2,6 cm	max	średnia
A2M-1	19	10,23	1,6	0,117	0,163	0,125	0,062
A2M-2	17	9,93	2,0	0,131	0,149	0,104	0,067
D2M-1	16	11,9	2,4	0,168	0,174	0,169	0,09
D2M-2	15	11,37	3,1	0,196	0,164	0,142	0,093
C2M-1	12	10,24	3,8	0,241	0,18	0,244	0,146
C2M-2	13	10,87	3,2	0,202	0,168	0,225	0,147
Średnia [mm]				0,176	0,166	0,168	0,101
Odchylenie standardowe [mm]				0,047	0,011	0,056	0,037
Współczynnik zmienności [%]				26,7	6,6	33,3	36,6

**Tabela 4.** Zestawienie wyników szerokości rys dla 0,6 momentu względnego

Belka	Liczba rys	Ugięcie max [mm]	$c_{\text{rzecz,boczna}}$ [cm]	w [mm] wg EC2		w [mm] (ARAMIS)	
				$(c_{\text{rzecz,boczna}})$	$(c_{\text{proj}})$ 2,6 cm	max	średnia
A2M-1	19	11,3	1,6	0,129	0,18	0,117	0,066
A2M-2	18	11,17	2,0	0,145	0,166	0,118	0,083
D2M-1	16	12,86	2,4	0,186	0,192	0,173	0,097
D2M-2	15	12,5	3,1	0,217	0,181	0,162	0,11
C2M-1	12	11,51	3,8	0,267	0,199	0,256	0,162
C2M-2	13	11,19	3,2	0,223	0,186	0,204	0,144
Średnia [mm]				0,195	0,184	0,172	0,110
Odchylenie standardowe [mm]				0,052	0,011	0,053	0,037
Współczynnik zmienności [%]				26,7	5,98	30,8	33,6

W tabeli 5 zamieszczono również odchyłki procentowe wartości szerokości rysy wg EC2 policzonej z wykorzystaniem otuliny rzeczywistej w odniesieniu do szerokości rysy uzyskanej w oparciu o otulinę projektowaną, obliczone wg wzoru (9).

$$\frac{w(c_{\text{rzecz,boczna}}) - w(c_{\text{proj}})}{w(c_{\text{proj}})} \cdot 100 \quad (9)$$

Można zauważyć, że otulina rzeczywista boczna znacznie różniła się od otuliny projektowanej, bo odchyłka wynosiła od -38,46% do 46,15%. Rozrzut ten ma wpływ na wyniki obliczeń szerokości rysy. Odchyłka szerokości rysy policzonej z wykorzystaniem otuliny pomierzonej w odniesieniu do szerokości rysy wyznaczonej z uwzględnieniem otuliny projektowanej wyniosła od -28,17% do 34,28%.

W celu porównania wyników szerokości rysy pomierzonej za pomocą systemu optycznego z obliczoną wg EC2 z wykorzystaniem otuliny projektowanej sporządzono wykresy kolumnowe, przykładowo pokazane na rysunkach 8 i 9. Następnie wyznaczono wg wzoru (10) odchyłkę procentową szerokości rysy z badań w odniesieniu do szerokości rysy obliczonej z wykorzystaniem otuliny projektowanej na wybranych poziomach, z zakresu obciążeń użytkowych. Wyniki zawiera tabela 6.

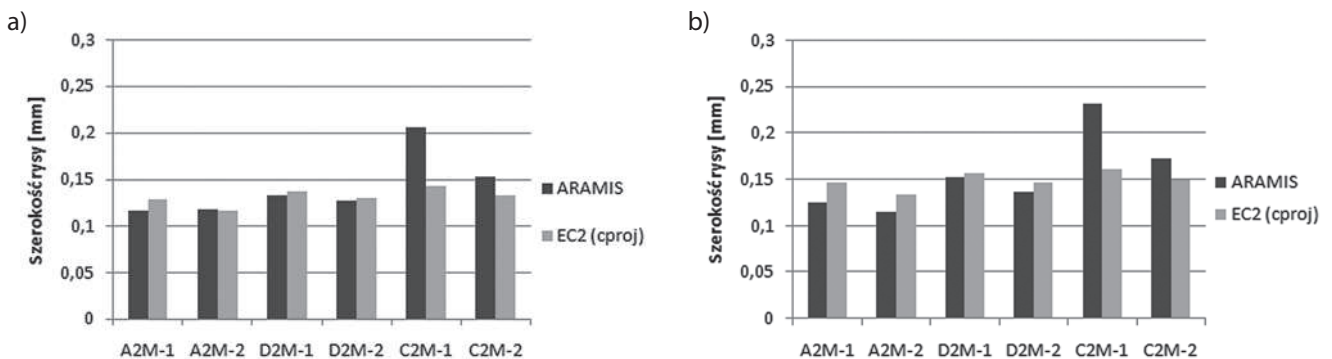
**Tabela 5.** Zestawienie wyników odchyłek grubości otuliny oraz szerokości rys

Belka	$c_{\text{proj}}$ [cm]	$c_{\text{rzecz,boczna}}$ [cm]	odchyłka otuliny wg wzoru (8) [%]	odchyłka szerokości rysy wg wzoru (9) [%]
A2M-1	2,6	1,6	-38,46	-28,17
A2M-2	2,6	2,0	-23,08	-12,31
D2M-1	2,6	2,4	-7,69	-3,40
D2M-2	2,6	3,1	19,23	19,57
C2M-1	2,6	3,8	46,15	34,28
C2M-2	2,6	3,2	23,08	19,91

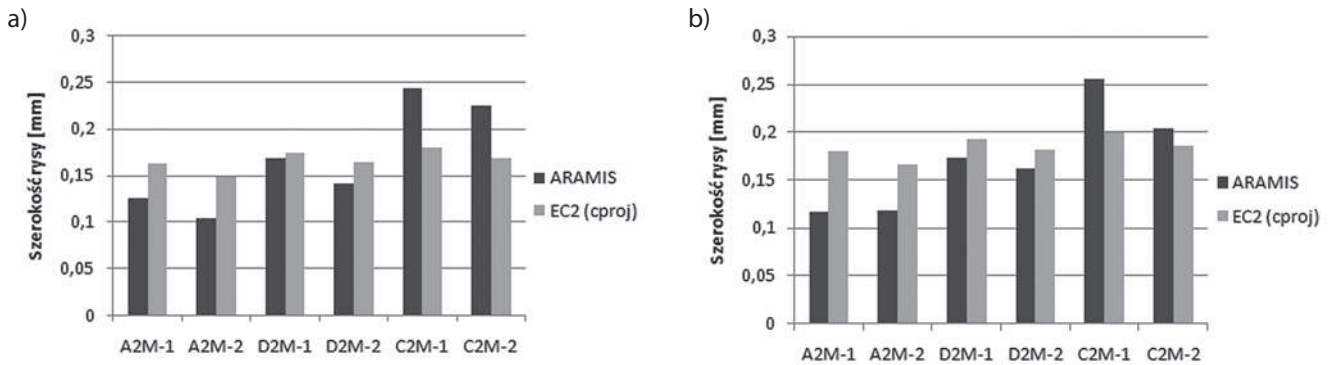
$$\frac{w(\text{ARAMIS}) - w(\text{EC2})}{w(\text{EC2})} \cdot 100 \quad (10)$$

W tabeli 6 pogrubiono wyniki po stronie oszacowania „niebezpiecznej” – szerokość rys doświadczalna większa od szerokości rys obliczonej wg EC2 z wykorzystaniem otuliny projektowanej. Można zaobserwować, że wyniki dla belek C2M-1 i C2M-2 na wszystkich analizowanych poziomach obciążenia są dodatnie, czyli oszacowanie szerokości rys jest po stronie „niebezpiecznej”. W tych belkach otulina pomierzona była dużo większa niż otulina projektowana, odpowiednio o 46% i 23%.

Analogiczną analizę sporządzono dla wyników szerokości rys doświadczalnych i obliczonych wg EC2 z użyciem wyników

**Rys. 8.** Zestawienie szerokości rys wyznaczonych wg EC2 oraz uzyskanych z wykorzystaniem wyników z systemu optycznego: a) dla 0,45 momentu względnego, b) dla 0,5 momentu względnego

## KONSTRUKCJE – ELEMENTY – MATERIAŁY



**Rys. 9.** Zestawienie szerokości rys wyznaczonych wg EC2 oraz uzyskanych z wykorzystaniem wyników z systemu optycznego: a) dla 0,55 momentu względnego b) dla 0,6 momentu względnego

**Tabela 6.** Zestawienie odchyłek procentowych szerokości rysy obliczonych wg wzoru (10)

Belka	Moment względny								Średnia
	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	
A2M-1	-8,11	-8,59	-14,38	-23,31	-35,00	-23,23	-30,70	-40,52	-22,98
A2M-2	<b>21,78</b>	<b>0,85</b>	-13,53	-30,20	-28,92	-33,52	-39,90	-27,10	-18,82
D2M-1	-15,97	-2,92	-2,56	-2,87	-9,90	-0,95	-11,79	-15,79	-7,84
D2M-2	<b>12,50</b>	-2,33	-7,48	-13,41	-10,50	-8,54	-13,43	-2,99	-5,77
C2M-1	<b>25,20</b>	<b>44,37</b>	<b>43,48</b>	<b>35,56</b>	<b>28,64</b>	<b>24,88</b>	<b>20,34</b>	<b>25,49</b>	<b>31,00</b>
C2M-2	<b>24,35</b>	<b>14,29</b>	<b>15,33</b>	<b>33,93</b>	<b>9,68</b>	<b>6,86</b>	<b>0,90</b>	<b>6,69</b>	<b>14,00</b>

**Tabela 7.** Zestawienie odchyłek procentowych szerokości rysy obliczonych wg wzoru (10)

Belka	Moment względny							
	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75
A2M-1	<b>27,50</b>	<b>27,17</b>	<b>19,05</b>	<b>6,84</b>	-9,30	7,04	-3,25	-17,37
A2M-2	<b>38,20</b>	<b>14,56</b>	-1,71	-20,61	-18,62	-23,90	-31,21	-16,58
D2M-1	-13,04	0,00	<b>1,33</b>	<b>0,60</b>	-6,99	2,96	-8,60	-12,97
D2M-2	-5,97	-18,71	-22,29	-27,55	-25,35	-23,53	-27,52	-18,64
C2M-1	-6,67	<b>7,33</b>	<b>6,94</b>	<b>1,24</b>	-4,12	-7,19	-10,41	-6,71
C2M-2	<b>3,62</b>	-4,40	-3,89	<b>11,39</b>	-8,52	-10,66	-15,85	-11,15

otuliny pomierzonej. Wyniki zawiera tabela 7. Na podstawie tabeli można zauważyć, że wyniki po stronie oszacowania niebezpiecznego wynosiły w większości do 0,55 momentu względnego.

## 7. Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonej analizy przedstawiono, że:

- przyjmowana we wzorze grubość otuliny ma bardzo duży wpływ na wyniki obliczeń szerokości rysy wg EC2,
- dla 2 belek, w których otulina pomierzona była większa o 23% i 46% od otuliny projektowanej, doświadczalne wyniki szerokości rysy były większe niż obliczone wg EC2, czyli oszacowanie było po stronie niebezpiecznej. Dla pozostałych 4 belek wyniki były oszacowane po stronie bezpiecznej,
- stosując otulinę pomierzoną w obliczeniach wg wzorów normowych otrzymano również wyniki oszacowane

po stronie niebezpiecznej do 0,55 momentu względnego, czyli w obszarze obciążeń eksploatacyjnych. Dla wyższych poziomów obciążenia prawie wszystkie wyniki szerokości rysy były oszacowane po stronie bezpiecznej.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Kuczyński W., Wpływ konstrukcji na formy architektoniczne, ŁTN, Łódź, 1969
- [2] Goszczyńska B., Description of empirical process of crack formation in framework of probabilistic theory, Archiwum Inżynierii Lądowej XLVIII, 4/2002, str. 405–423
- [3] Tyson II J., Optical 3D Deformation and Strain Measurement. Pumps and Pipes – Proceedings of Annual Conference, cz. V, 2011, str. 147–164
- [4] Goszczyńska B., Tworzewska J., Określenie rysy na potrzeby analizy wyników badania procesu powstawania i rozwoju rys w belkach żelbetonowych z zastosowaniem systemu ARAMIS, Przegląd Budowlany 12/2014, str. 44–49
- [5] PN-EN 1992-1-1:2008 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków