

Maciej A. DZIENIAKOWSKI

## ANALIZA PRACY REZONANSOWEGO UKŁADU LCL W WARUNKACH NIECIEGŁOŚCI PRĄDU

**STRESZCZENIE** *Artykuł przedstawia analizę pracy rezonansowego układu LCL przy nieciągłym prądzie wejściowym, prowadzącym do zmienności topologii obwodu. Wyprowadzono analityczne zależności obrazujące działanie przekształtnika z obciążeniem LCL w takich warunkach. Pokazano wyniki badań teoretycznych i porównano je z rezultatami testów laboratoryjnych. Wskazano obszar występowania zjawiska zmienności topologii układu LCL i jego konsekwencje. Przedstawiono koncepcję rezonansowego przekształtnika FN-LCL o regulowanej częstotliwości wykorzystującą zjawisko zmienności topologii. Określono potencjalne aplikacje przekształtnika FN-LCL z nieciągłym prądem w grzejnictwie indukcyjnym i zilustrowano je badaniami symulacyjnymi.*

**Słowa kluczowe:** *przekształtnik rezonansowy LCL, zmienność topologii, grzejnictwo indukcyjne, falownik napięcia, sterowanie przekształtnika*

### 1. WSTĘP

---

Doskonale właściwości aplikacyjne falowników napięcia (FN) z rezonansowym obwodem szeregowo-równoległym (LCL) stanowią o ich coraz szerszym zastosowaniu w szeroko pojętym grzejnictwie indukcyjnym [1]. Obwody LCL cechuje dobra kompatybilność impedancyjna z falownikami napięcia, a układy FN-LCL można łączyć modularnie [2, 3]. Metody sterowania takimi układami są ciągle rozwijane [4, 5, 6]. Właściwości przekształtników LCL zależą nie tylko od parametrów obwodu rezonansowego i falownika, lecz również od sposobu sterowania falownikiem. Topologia falownika wraz z wybraną metodą sterowania mogą spowodować powstanie warunków i zjawisk, które diametralnie zmieniają podstawowe cechy systemu FN-LCL.

---

**dr inż. Maciej A. DZIENIAKOWSKI**  
e-mail: mad@isep.pw.edu.pl

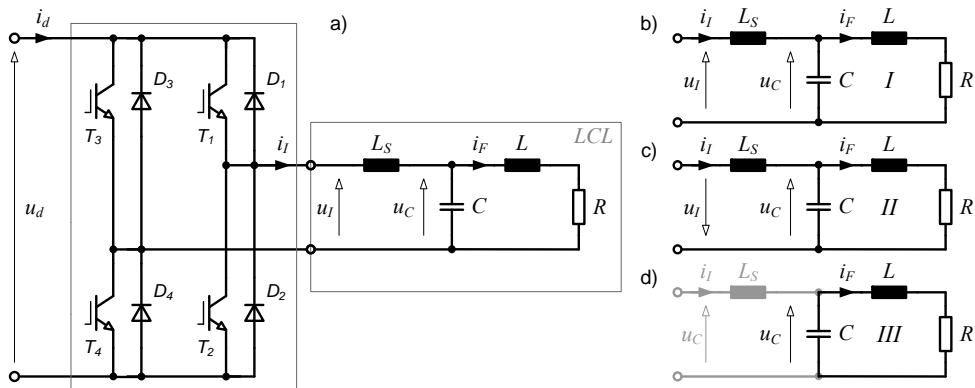
Instytut Sterowania i Elektroniki Przemysłowej, Politechnika Warszawska,  
ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa

PRACE INSTYTUTU ELEKTROTECHNIKI, zeszyt 272, 2016

Do zjawisk takich należy zmienność topologii obwodu LCL [7], inherentne ograniczenia zakresu sterowania i mocy wyjściowej falownika [8] oraz strukturalna niesymetria przebiegów wyjściowych. Badania i opis tych zjawisk prowadzą do nowych rozwiązań technicznych i mogą rozszerzyć obszar zastosowań układów FN-LCL.

## 2. NIECIĄGŁOŚĆ PRĄDU W UKŁADZIE FN-LCL

Rozważany układ przekształtnika do grzania indukcyjnego składa się z jednofazowego, mostkowego falownika napięcia oraz rezonansowego obciążenia LCL. Schemat falownika i stały ideowo schemat zastępczy obwodu LCL pokazano na rysunku 1a. Elementy  $L$  i  $R$  schematu zastępczego odpowiadają wspólnym parametrom układu wsadu i pieca indukcyjnego. Zastosowana metoda sterowania falownikiem bazuje na modulacji synchronizowanej, odpowiedniej dla układów pojedynczych oraz modułowych.



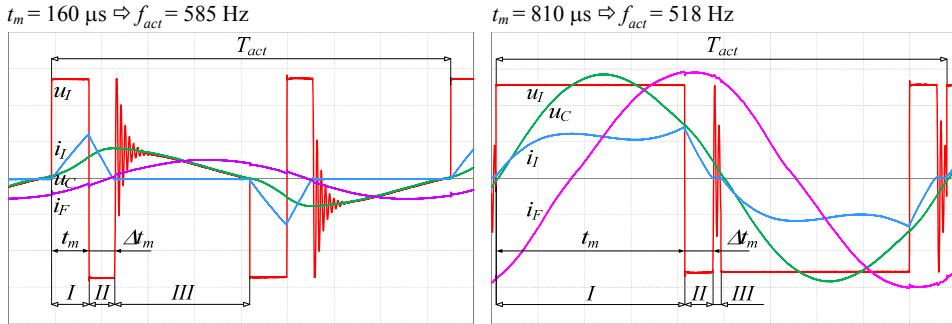
Rys. 1. Schemat falownika napięcia z obwodem rezonansowym LCL (a) oraz zastępcze schematy obciążenia w kolejnych fazach przewodzenia prądu (b, c, d)

Rzeczywiste przebiegi prądów i napięć pokazane są na rysunku 2. Ilustruje on zasadę sterowania i wskazuje fazy ( $I$ ,  $II$ ,  $III$ ) przewodzenia prądu. Sygnał determinujący czas przewodzenia  $t_m$  tranzystorów przekątnej falownika jest generowany w chwili przejścia przez zero wartości napięcia  $u_C$ , co gwarantuje miękki proces komutacji w trakcie załączania IGBT. Układ sterowania zapewnia całkowicie synchroniczną pracę przekształtnika w całym zakresie zmienności parametrów obciążenia rezonansowego.

Zmiany schematu zastępczego obwodu LCL w kolejno następujących fazach ( $I$ ,  $II$ ,  $III$ ) przewodzenia prądu  $i_I$  przedstawiono na rysunkach 1b, 1c, 1d. Oczywiście przyczyną zmienności topologii LCL jest nieciągłość prądu wejściowego  $i_I$ :

faza  $I+II$  –  $i_I \neq 0$ ;  $t \in (0, t_m + \Delta t_m)$

faza  $III$  –  $i_I = 0$ ;  $t \in (t_m + \Delta t_m, T/2)$



**Rys. 2.** Oscylogramy prądów i napięć dla różnych sygnałów sterujących  $t_m$  przy stałych parametrach obwodu LCL i falownika,  $u_C, u_I - 200$  V/div;  $i_F, i_I - 20$  A/div;  $t - 200$  μs/div

Konsekwencją zmienności topologii jest zmienność wszystkich parametrów charakterystycznych (pulsacja rezonansowa  $\omega_0$ , impedancja  $Z$ , dobroć  $Q$  itd.) przy stałych wartościach elementów  $L_S-C-L-R$  obwodu. Nowe wartości parametrów są funkcją czasu wysterowania zaworów falownika  $t_m$ , gdyż to on definiuje momenty zmian topologii.

Bezpośrednim przykładem omówionego zjawiska są oscylogramy pokazane na rysunku 2. Przedstawiają one napięcia i prądy układu FN-LCL przy tych samych wartościach elementów LCL, dla dwu różnych czasów wysterowania  $t_m$ . Wynikowa rezonansowa częstotliwość pracy układu  $f_{act}$  zależy tylko od sygnału sterującego  $t_m$ .

Pulsacja rezonansowa obwodu LCL przed i po zmianie topologii przyjmuje wartości odpowiednio:

$$\omega_{0(I,II)} = \frac{1}{\sqrt{2kLC}} \sqrt{1 + 2k - \rho^2 k - \sqrt{\rho^2 k(\rho^2 k - 4k + 2) + 1}} \quad (1)$$

gdzie:  $\rho = R/\sqrt{L/C}$ ;  $k = L_S/L$

$$\omega_{0(III)} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2)$$

Przyjmując  $\omega_{0(III)}$  jako wartość odniesienia oraz oznaczając rzeczywistą wynikową pulsację jako  $\omega_{act}$  można określić wartość względną rezonansowej pulsacji wynikowej:

$$\omega_{act}^{rel} = \omega_{act} / \omega_{0(III)} = \omega_{act} \cdot \sqrt{LC} = f(m) \quad (3)$$

gdzie:  $m = 2t_m/T_{act}$

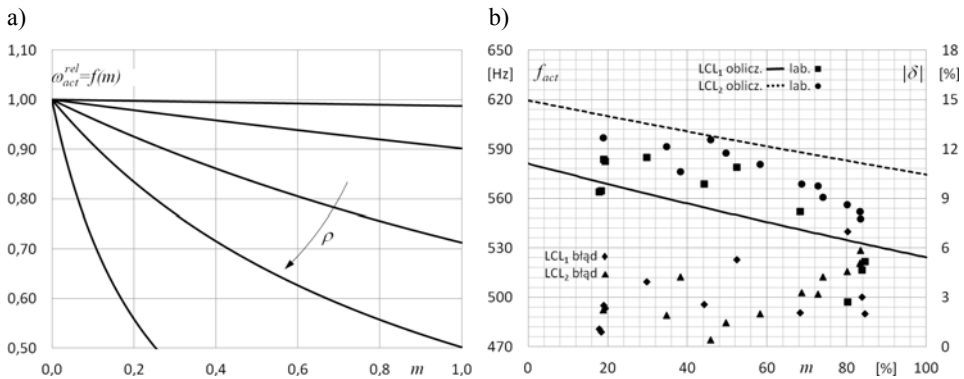
Obliczenia numeryczne pozwalają otrzymać reprezentację graficzną równania (3). Rysunek 3a pokazuje zmiany rezonansowej pulsacji wynikowej  $\omega_{act}^{rel}$  dla różnych wartości rezystancji przy ustalonych pozostałych parametrach obwodu LCL

Na rysunku 3b przedstawiono wybrane wyniki badań laboratoryjnych i ich porównanie z rezultatami obliczeń numerycznych dla dwu różnych obwodów LCL:

LCL<sub>1</sub>:  $L = 2,5$  mH,  $C = 30$   $\mu$ F,  $\rho = 0,581$ ,  $k = 0,488 \Rightarrow f_{0(I,II)} = 524,2$  Hz,  $f_{0(III)} = 581,2$  Hz

LCL<sub>2</sub>:  $L = 2,2$  mH,  $C = 30$   $\mu$ F,  $\rho = 0,537$ ,  $k = 0,555 \Rightarrow f_{0(I,II)} = 574,2$  Hz,  $f_{0(III)} = 619,5$  Hz

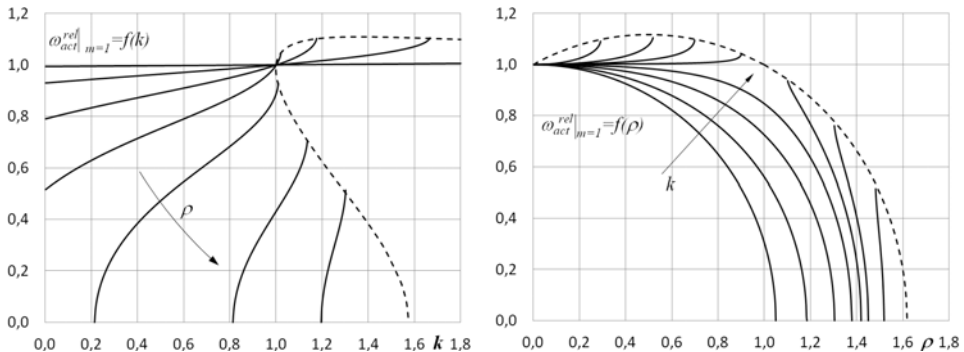
Porównanie pokazuje dobrą zbieżność testów laboratoryjnych i analitycznych. Moduł błędu względnego  $\delta = (f_{act}^{lab} - f_{act}^{oblicz}) / f_{act}^{lab}$  nie przekracza 8% w całym zakresie zmienności sterowania i parametrów obwodu rezonansowego.



Rys. 3. Teoretyczne charakterystyki rezonansowej pulsacji wynikowej (a) oraz wyniki badań laboratoryjnych (b)

Zakres zmian wynikowej pulsacji rezonansowej układu FN-LCL ze zmienną topologią można wyznaczyć analitycznie:

$$\begin{cases} \omega_{act}^{rel}|_{m=0} = 1 \\ \omega_{act}^{rel}|_{m=1} = \frac{1}{\sqrt{2k}} \sqrt{1 + 2k - \rho^2 k - \sqrt{\rho^2 k (\rho^2 k - 4k + 2) + 1}} \end{cases} \quad (4)$$



Rys. 4. Graniczne wartości rezonansowej pulsacji wynikowej oraz obszar oscylacyjnej pracy układu LCL

Rysunek 4 ilustruje brzegowe wartości wyrażenia (4). Jednocześnie należy zwrócić uwagę na podstawowe warunki (5), jakie muszą być spełnione, aby równanie (4) miało sens fizyczny.

$$(\rho^2 - 1) \leq k \leq \frac{1}{(2\rho - \rho^2)} \quad (5)$$

Lewa część nierówności określa rezonansowy charakter obwodu LCL, natomiast prawa zapewnia istnienie równoległej pulsacji rezonansowej tego obwodu.

Zależność (4) pokazuje, że możliwe są bardzo duże zmiany pulsacji wynikowej. Mogą one mieć znaczący wpływ na wydajność procesu grzania indukcyjnego, modyfikując głębokość wnikania pola magnetycznego we wsad.

Pozostałe parametry ( $Q$ ,  $Z$  itd.) opisujące obwód LCL również są zależne od czasu wysterowania  $t_m$ . Przyjmują one dwie różne wartości odpowiednio w kolejnych fazach. To pozwala wyliczyć średnie wartości wynikowych parametrów układu ze zmienną topologią.

$$\overline{Par_{act}} = m' \cdot (Par_{I,II} - Par_{III}) + PAR_{III} \quad (6)$$

gdzie:  $m' = 2(t_m + \Delta t_m) / T_{act}$

$Par_{I,II}$  - wartość parametru obwodu LCL w fazie I i II

$Par_{III}$  - wartość parametru obwodu LCL w fazie III

Prezentowana analiza opisuje zjawisko zmienności topologii obwodu LCL powstające w warunkach nieciągłości prądu. W rozważaniach nie uwzględniono współczynnika tłumienia w fazie III oraz wyższych harmonicznym przebiegów LCL gdyż ich wpływ na dokładność obliczeń jest w rozpatrywanym przypadku pomijalny. Wyniki uzyskane analitycznie charakteryzują się dobrą dokładnością i doskonale opisują właściwości zmiennej topologii układu LCL.

### 3. KONCEPCJA REZONANSOWEGO PRZEKSZTAŁTNIKA O ZMIENNEJ CZĘSTOTLIWOŚCI

---

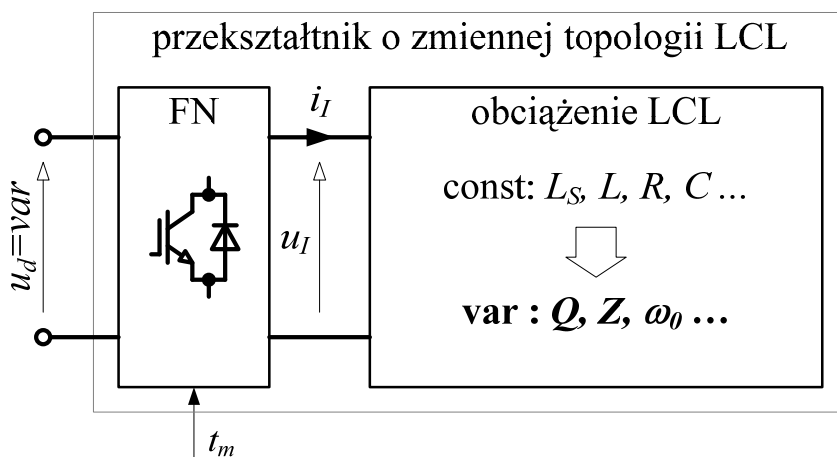
W wielu przypadkach proces grzania indukcyjnego jest podzielony na fazy wymagające zastosowania różnych częstotliwości. Takie podprocesy są realizowane na oddzielnych stanowiskach z indywidualnymi systemami, gdyż klasyczne przekształtniki rezonansowe nie mają możliwości swobodnej zmiany częstotliwości pracy. Próby rozwiązań teoretycznych i aplikacyjnych tego problemu są stale podejmowane [9, 10, 11, 12, 13].

Zjawisko zmienności topologii pozwala na stworzenie przekształtnika rezonansowego z obciążeniem LCL o zmiennej w szerokim zakresie częstotliwości.

W układzie klasycznym współczynnik wysterowania  $m$  określa moc wyjściową  $P$ , a zmiany wynikowej częstotliwości wyjściowej  $f_{act}$  są efektem ubocznym.

Jednak możliwe jest użycie współczynnika wysterowania  $m$  wyłącznie do regulacji częstotliwości. W takim przypadku do regulacji mocy wyjściowej należy zastosować napięcie  $u_d$  obwodu pośredniczącego DC. Proponowany schemat blokowy Rezonansowego Przekształtnika o Regulowanej Częstotliwości (RPRC) przedstawiono na rysunku 5.

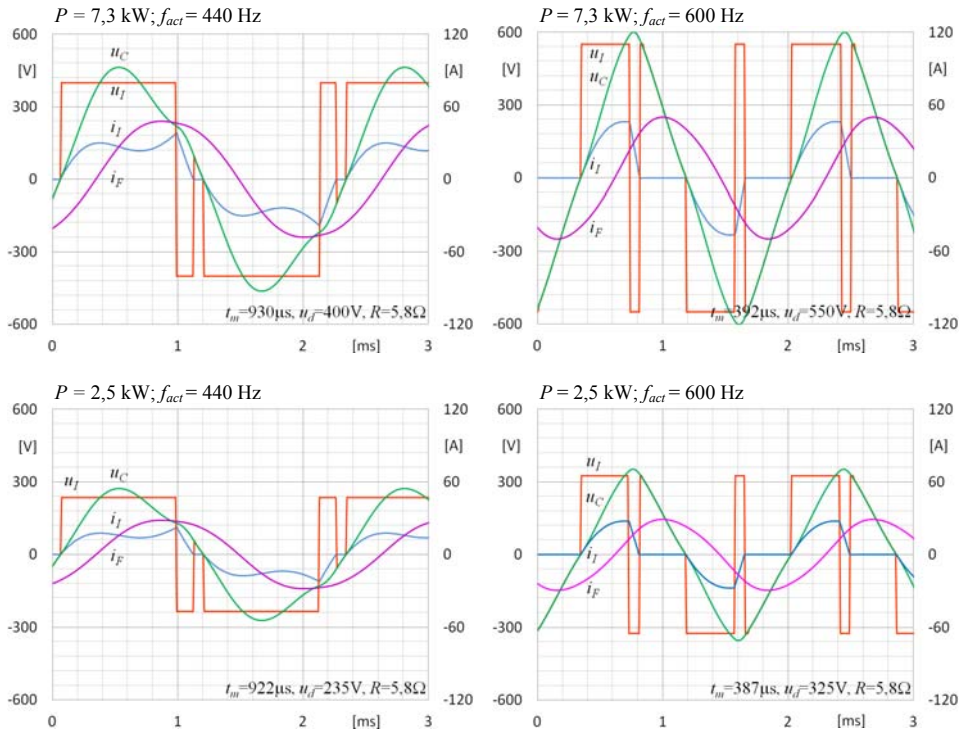
Badania symulacyjne zakresu regulacji częstotliwości proponowanego przekształtnika wykazały całkowitą zbieżność otrzymanych wyników z granicami obszarów określonymi analitycznie. Natomiast zakres mocy wyjściowej zależy wyłącznie od ograniczeń technicznych przekształtnika.



Rys. 5. Blokowy schemat funkcjonalny przekształtnika RPRC

Rysunki poniżej pokazują wybrane wyniki symulacji. Przedstawiają przebiegi napięć  $u_I$ ,  $u_C$  i prądów  $i_I$ ,  $i_F$  falownika oraz obwodu LCL dla różnych wartości regulowanych parametrów wyjściowych  $P$ ,  $f_{act}$  przy stałych wartościach elementów układu rezonansowego. Wszystkie badania wykonano dla otwartych układów regulacji, bez pętli sprzężeń zwrotnych.

Częstotliwość wynikowa  $f_{act}$  i moc wyjściowa przekształtnika  $P$  są funkcjami  $f_1, f_2$  tych samych zmiennych niezależnych  $t_m$ ,  $u_d$ . Funkcje  $f_1, f_2$  są sprzężone, co powoduje wzajemnie zależną regulację mocy  $P$  i częstotliwości  $f_{act}$ . Ponadto napięcie obwodu pośredniczącego  $u_d$  wpływa pośrednio na częstotliwość wynikową  $f_{act}$  modyfikując czas trwania  $\Delta t_m$  drugiej fazy przewodzenia prądu. W zamkniętym układzie regulacji przekształtnika powinien być zastosowany układ odsprężenia zmiennych.



Rys. 6. Przebiegi w przekształtniku RPRC dla różnych mocy wyjściowych  $P$  i częstotliwości wynikowych  $f_{act}$  przy niezmiennych wartościach elementów LCL ( $L_S = 2000 \mu\text{H}$ ,  $L = 2400 \mu\text{H}$ ,  $C = 30 \mu\text{F}$ )

Otrzymane wyniki symulacji wykazują, że obie funkcje  $f_1, f_2$  są monotoniczne, a wpływ napięcia obwodu pośredniczącego na częstotliwość wynikową jest mały. To powoduje, iż struktura obwodu odsprężenia oraz regulacji może być prosta.

## 4. WNIOSKI

Przedstawiono analizę pracy układu przekształtnika z rezonansowym obciążeniem LCL, pracującego z nieciągłym prądem wejściowym. Wprowadzono pojęcie zjawiska zmienności topologii obwodu rezonansowego i określono wybrane parametry takiego układu.

Wyprowadzono zależności analityczne obrazujące wartości i zakresy zmian parametrów układu ze zmienną topologią. Rezultaty teoretyczne porównano z wynikami symulacyjnymi i badaniami laboratoryjnymi.

Przedstawiono koncepcję nowego typu przekształtnika rezonansowego o zmiennej częstotliwości, opartą o zjawisko zmienności topologii. Przeprowadzone testy symulacyjne wskazują na duży potencjał aplikacyjny przekształtnika.

Możliwość kontrolowanej zmiany parametrów obwodu rezonansowego, w wyniku wykorzystania zjawiska zmienności topologii, może otworzyć nowy obszar zastosowań energoelektroniki.

## LITERATURA

1. Dzieńkowski M. A., Fabijański P.: Rezonansowy układ LCL w zastosowaniach przemysłowych. *Przegląd Elektrotechniczny*, R. 90, nr 11, s. 54–57, 2014.
2. Dzieńkowski M. A., Fabianowski J., Ibach R.: Modular LCL-Load Inverter For Induction Heating. Proc. 13<sup>th</sup> International Power Electronics and Motion Conference (EPE-PEMC), 1-3 Sept., Poznan, IEEE Catalog Number: CFP0834A-CDR, 2008.
3. Schönknecht A., De Doncker R.W.: Novel Topology for Parallel Connection of Soft Switching, High Power, High Frequency Inverters. IEEE IAS, 36<sup>th</sup> Annual Meeting, Chicago, s. 1477-1482, 2001.
4. Lucia O., Maussion P., Dede E. J., Burdío J.M.: Induction Heating Technology and Its Applications: Past Developments, Current Technology and Future Challenges. *IEEE Trans. on IE*, vol. 57, No. 5, s. 2509-2520, 2014.
5. Chudjuarjeen S., Sangswang A., Koumpai C.: An Improved LLC Resonant Inverter for Induction-Heating Applications With Asymmetrical Control. *IEEE Trans. on IE*, vol. 58, No. 7, s. 2915-2925, 2011.
6. Yoo H., Shim E., Kang J., Choi G., Lee C., Bang B.: 6100kHz IGBT Inverter Use of LCL Topology For High Power Induction Heating. 8<sup>th</sup> International Conference on Power Electronics - ECCE Asia, May 30 - June 3, The Shilla Jeju, Korea, s. 1572-1575, 2011.
7. Dzieńkowski M. A.: LCL Topology Variability in the VSI-LCL Induction Heating System. The 16<sup>th</sup> Conference on Power Electronics and Applications, ISSN 978-1-4799-3014-2, s. 1-7, 2014.
8. Dzieńkowski M. A.: Układ falownika napięcia z obwodem LCL o dużej dobroci Q. *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 12b, s. 283-286, 2012.
9. Okudaira S., Matsuse K.: Power control of an adjustable frequency quasi-resonant inverter for dual frequency induction heating. The Third International Power Electronics and Motion Control Conference, Beijing, Vol. 2, s. 968973, 2000.
10. Esteve V., Jordan J., Dede E. J., Sanchis-Kilders E., Maset E.: Induction Heating Inverter with Simultaneous Dual-Frequency Output. Twenty-First Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, Dallas Texas, s. 1505-1509, 2006.
11. Isobe T., Miyaji Y., Kitahara T., Fukutani K., Shimada R.: Soft-switching inverter for variable frequency induction heating using magnetic energy recovery switch (MERS). 13<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications, Barcelona, s. 1-10, 2009.
12. Miyamae M., Ito T., Matsuse K., Tsukahara M.: Performance of a high frequency quasi-resonant inverter with variable-frequency output for induction heating. 7<sup>th</sup> International



Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC), Harbin, China, Vol. 4, s. 2877–2882, 2012.

13. Dzieniakowski M. A.: Sposób regulacji częstotliwości i mocy wyjściowej rezonansowego układu szeregowo równoległego LCL zasilanego z falownika napięcia, zgłoszenie patentowe. P409163, 2014.

*Przyjęto do druku dnia 22.02.2016 r.*

### THE ANALYSIS OF THE RESONANT LCL CIRCUIT OPERATION UNDER A DISCONTINUOUS INPUT CURRENT CONDITION

Maciej A. DZIENIAKOWSKI

**ABSTRACT** *The article is focused on the analysis of the LCL resonant circuit, which operates under a discontinuous input current condition. This condition leads to the LCL topology variability phenomenon that drastically changes Inverter-LCL system properties. The LCL topology variability phenomenon is precisely described. The analytical analysis presents formulae that express converter features. The theoretical results are compared with laboratory tests. The concept of Controlled Variable Frequency Resonant Converter is presented. The principle of CVFRC operation is based on the LCL topology variability phenomenon. The CVFRC description is illustrated by simulation tests and the converter potential application area in the induction heating is indicated.*

**Keywords:** *resonant circuit LCL, resonant converter, topology variability, induction heating, voltage inverter control*

