



Ocena wpływu warstw piezoelektrycznych oraz warunków brzegowych na zachowanie hybrydowych płyt kompozytowych o różnych układach warstw

ANDRZEJ TETER, JAROSŁAW GAWRYLUK

Politechnika Lubelska, Wydział Mechaniczny, Katedra Mechaniki Stosowanej,
ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin, a.teter@pollub.pl, j.gawryluk@pollub.pl

Streszczenie. W niniejszej pracy badano sześciowarstwowe hybrydowe płyty kompozytowe wykonane z laminatu czterowarstwowego oraz z dwóch okładzin z materiału wykazującego efekt piezoelektryczny. Rozważono różne układy warstw oraz różne warunki brzegowe. Do symulacji numerycznych metodą elementów skończonych zastosowano komercyjny system Abaqus, który umożliwia modelowanie zjawiska sprzężenia elektromechanicznego w zagadnieniach statycznych oraz dynamicznych. Na wstępie metodami numerycznymi MES wyznaczono statyczne ugięcia płyt wywołane przez przyłożone napięcie zasilające do okładzin zewnętrznych. Dodatkowo porównano strzałki ugięcia dla różnych napięć. Otrzymane rezultaty obliczeń porównano z wynikami zaczerpniętymi z prac innych autorów. Wykonane symulacje potwierdziły adekwatność przygotowanego modelowania do symulacji zagadnienia sprzężenia elektromechanicznego. W drugim etapie wykonano numeryczną analizę modalną układu z uwzględnieniem (tzw. układ otwarty) i bez uwzględnienia (tzw. układ zamknięty) efektu piezoelektrycznego dla różnych układów warstw. Prezentowane modele MES umożliwią analizy innych hybrydowych elementów konstrukcyjnych wykazujących sprzężenie elektromechaniczne.

Słowa kluczowe: MES, sprzężenie elektromechaniczne, efekt piezoelektryczny, laminat włóknisty, drgania własne, belki hybrydowe, PZT, aktuatory

DOI: 10.5604/12345865.1145480

1. Wprowadzenie

W ciągu ostatnich dwóch dekad nastąpił gwałtowny rozwój badań naukowych zarówno teoretycznych, jak i eksperymentalnych nad konstrukcjami inteligentnymi (ang. *smart structures*). Przyjmuje się, że struktury inteligentne wykazują autonomię,

która pozwala na zmianę ich zachowań w czasie rzeczywistym. Pozwala to na adaptację zachowania struktury w zależności od jej stanu oraz wpływu czynników zewnętrznych. Aby uzyskać ten efekt, konstrukcje inteligentne są wyposażone w szereg elementów aktywnych, które rejestrują stan czy zachowanie konstrukcji (tzw. sensory) oraz wprowadzają zmiany w konstrukcji (tzw. aktuatory). W nowoczesnych rozwiązaniach rolę sensorów i aktuatorów spełniają te same elementy. Dodatkowo istnieje system zasilania oraz zarządzania całym układem ze sprzężeniem zwrotnym.

W latach osiemdziesiątych XX wieku zaprezentowano pierwsze rozwiązania oraz opublikowano pierwsze wyniki przedstawiające wpływ elementów aktywnych na zachowanie konstrukcji. Początkowo były to elementy aktywne wykonane w postaci warstw o właściwościach piezoelektrycznych, np. prace [1-6]. Badano wpływ elementów aktywnych wykonanych z piezoelektryka na sztywność elementów konstrukcji i tłumienie całego układu mechanicznego. Budowano elementy tłumiące o sterowalnej charakterystyce (tzw. inteligentne tłumiki) [3-4].

Cechą charakterystyczną aktuatorów piezoelektrycznych jest ich duża siła działania, krótki czas reakcji oraz bardzo małe przemieszczenia, które mogą wywołać w konstrukcji. Rozwijano metody obliczeniowe zarówno analityczne, jak i numeryczne, w tym metodę elementów skończonych [6-9]. Początkowo zajmowano się aktywnymi konstrukcjami jednowymiarowymi, tj. prętami czy belkami. Następnie badano elementy wielowymiarowe, tj. płyty oraz powłoki. Jedną z pierwszych prac poświęconych płytom z elementami aktywnymi o właściwościach piezoelektrycznych była praca [10]. Prace nad elementami cienkościennymi kontynuowano m.in. w pracach: [11-15]. Równolegle rozwijano konstrukcje inteligentne wykorzystujące inne materiały aktywne: z pamięcią kształtu SMA (ang. *shape memory alloys*), magnetostrykcyjne, czy ciecze elektoreologiczne i magnetoereologiczne [2, 6, 16]. Najbardziej popularne są aktuatory oraz sensory z efektem piezoelektrycznym wykonane z polimerowego (polifluorku winylidenu, w skrócie PVDF) albo ceramicznego materiału piezoelektrycznego (tytanian cynkonowo-olowiowy, w skrócie PZT), które znalazły bardzo szerokie zastosowanie ze względu na prostotę konstrukcji oraz małe koszty produkcji. Szerokie omówienie zastosowań technicznych materiałów aktywnych można znaleźć w pracach [2, 3, 5-6, 16-17].

Materiały o właściwościach piezoelektrycznych to te, w których zachodzi zjawisko polegające na tym, że pod wpływem obciążenia mechanicznego następuje wytworzenie ładunku elektrycznego na ich ściankach, które znalazło praktyczne zastosowanie przy odzyskiwaniu energii (ang. *energy harvesting*) [8]. Jeżeli element aktywny jest poddany zmiennym zewnętrznym obciążeniom wywołanym np. przez poruszające się obiekty, to wytwarza napięcie, którym możemy zasilić jakikolwiek odbiornik elektryczny lub ładować akumulator. Efekt ten dodatkowo wykorzystano do budowy czujników zwanych sensorami. Zachodzi również zjawisko odwrotne,

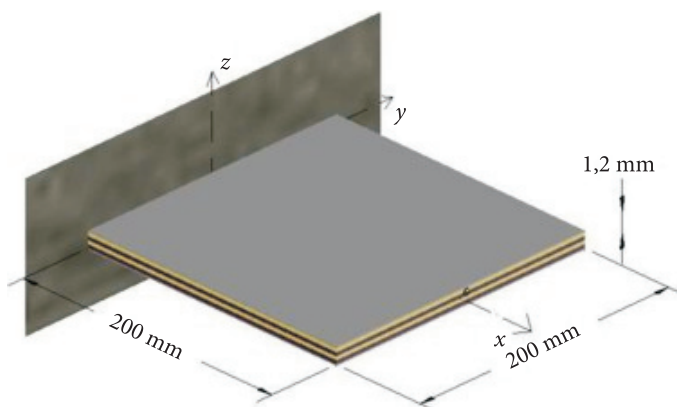
wykorzystane w aktuatorach, czyli elementach wykonawczych, polegające na tym, że pod wpływem pola elektrycznego piezoelektryki ulegnie odkształceniu i może wywołać obciążenie konstrukcji [18].

Celem prezentowanej pracy jest opisanie zachowania hybrydowej płyty kompozytowej wykonanej z laminatu o różnych układach warstw oraz okładzin zewnętrznych wykonanych z materiału aktywnego wykazującego efekt piezoelektryczny dla różnych warunków brzegowych. Prowadzone prace mają charakter podstawowy i są nakierowane na opisanie sprzężenia elektromechanicznego dla elementu płytowego. W dalszych pracach będą rozpatrywane zastosowania elementów tego typu do nadania im zadanych imperfekcji wstępnych w konstrukcji, aby wymusić wyboczenie lub drgania według zadanej mody lub im przeciwdziałać. Dodatkowo określenie zakresu pracy konstrukcji tego typu pozwoli potwierdzić ich przydatność do budowy sterowalnych struktur mechanicznych.

W pierwszej fazie obliczeń zbudowano metodą elementów skończonych model numeryczny analizowanego układu i otrzymane wyniki dla statycznych ugięć porównano z rozwiązaniami przedstawionymi w literaturze. W ten sposób zwalidowano model numeryczny MES. W drugim etapie równocześnie analizowano wpływ efektu piezoelektrycznego, warunków brzegowych oraz układu warstw na częstotliwości i postacię drgań własnych hybrydowej płyty.

2. Przedmiot badań

Na wstępie szczegółowej analizie numerycznej poddano, znaną z literatury [19-22], jednostronnie utwierdzoną, kwadratową płytę kompozytową (rys. 1) wykonaną z jednokierunkowej taśmy grafitowo-epoksydowej o oznaczeniu T300/976 składającej się z sześciu warstw, gdzie zewnętrzne warstwy wykonane są z materiału



Rys. 1. Model hybrydowej płyty kompozytowej i jej wymiary

piezoelektrycznego PZT G1195N. Przyjęto zgodnie z pracami [19-22] następujący, dowolny układ warstw: [Piezo/(-45/45)₂/Piezo]_T. Grubość pojedynczej warstwy kompozytu T300/976 wynosi 0,25 mm, zaś grubość warstwy elementu aktywnego PZT — 0,1 mm. Całkowita grubość płyty to 1,2 mm. Długość oraz szerokość płyty wynosiła 200 mm.

Właściwości mechaniczne oraz elektryczne zastosowanych materiałów kompozytowych oraz aktywnych PZT umieszczono w tabeli 1 [19-22].

TABELA 1

Właściwości zastosowanych materiałów [19]

Parametr	PZT G1195N	T300/976
Moduł Younga (GPa)		
E_1	63	150
$E_2 = E_3$	63	9
Współczynnik Poissona		
$\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23}$	0,3	0,3
Moduł Kirchhoffa (GPa)		
$G_{12} = G_{13}$	24,2	7,1
G_{23}	24,2	2,5
Gęstość (kg/m ³)		
ρ	7600	1600
Stałe piezoelektryczne (pm/V)		
$d_{31} = d_{32}$	-254	-
$d_{15} = d_{24}$	584	-
d_{33}	374	-
Przenikalność elektryczna (nF/m)		
$\varepsilon_{11}^T = \varepsilon_{22}^T$	15,3	-
ε_{33}^T	15	-

3. Model numeryczny MES płyty hybrydowej

Wszystkie symulacje numeryczne prowadzono metodą elementów skończonych z zastosowaniem komercyjnego systemu Abaqus [23]. Model MES analizowanego układu zbudowano z zastosowaniem dwóch rodzajów elementów skończonych [24]. Do modelowania warstw aktywnych o właściwościach piezoelektrycznych zastosowano objętościowe elementy bryłowe typu C3D20RE [23]. Są to dwudziestowęzłowe

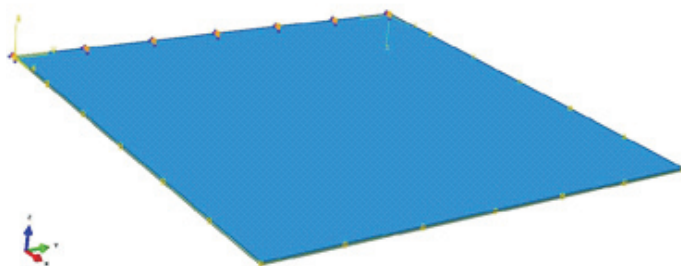
elementy drugiego rzędu (z kwadratową funkcją kształtu), posiadające po trzy translacyjne stopnie swobody w każdym węźle oraz dodatkowy stopień swobody związany z właściwościami piezoelektrycznymi materiału. Elementy te posiadają tzw. zredukowany sposób całkowania po elemencie. Elementy z pełnym całkowaniem powodowały przeszywnienie konstrukcji w obliczeniach testowych.

W przypadku laminatu zastosowano elementy skończone typu *continuum shell* – SC8R [23]. Są to ośmiowęzłowe kontynualne elementy powłokowe drugiego rzędu z kwadratową funkcją kształtu, posiadające po trzy translacyjne stopnie swobody w każdym węźle oraz zredukowany sposób całkowania po elemencie. Elementy powłokowe posiadają dodatkowo w swoim opisie równania, które uwzględniają rotacyjne stopnie swobody. Dzięki nim możliwa jest równoczesna analiza efektów stanu giętnego w procesie odkształcania konstrukcji. Pozwala to na zastosowanie jednego elementu po grubości modelu do odwzorowania geometrii układu. Zastosowanie tych specjalnych elementów powłokowych umożliwia zatem dokładne odwzorowanie trójwymiarowej geometrii konstrukcji z jednoczesnym uwzględnieniem efektów giętnych występujących w tych elementach, przy jednoczesnej redukcji rozmiarów zadania obliczeniowego poprzez zastosowanie mniejszej liczby elementów skończonych w modelu. Do zamodelowania właściwości kompozytowych płyty zastosowano technikę Layup-Ply [23], dzięki której modelujemy poszczególne warstwy laminatu. Do połączenia warstw materiału piezoelektrycznego z płytą kompozytową zastosowano interakcję typu „TIE” [23], umożliwiającą łączenie siatek elementów skończonych poprzez powiązanie stopni swobody węzłów znajdujących się na łączonych powierzchniach.

Mechaniczne warunki brzegowe modelu numerycznego zrealizowano poprzez odebranie węzłom znajdującym się na jednym końcu płyty wszystkich translacyjnych stopni swobody, modelując w ten sposób utwierdzenie płyty.

Opracowany model numeryczny kompozytowej płyty wielowarstwowej z osadzonymi warstwami aktywnymi PZT przedstawiono na rysunku 2.

W modelu numerycznym definicja obciążenia powierzchni płyty polem elektrycznym wymagała określenia wartości potencjału elektrycznego dla każdej ze stron

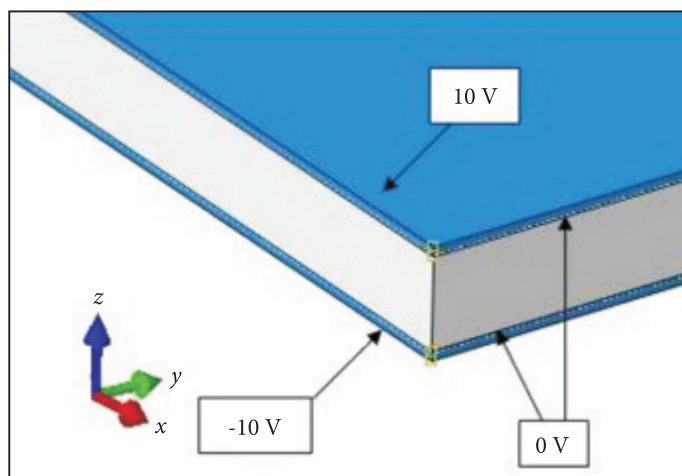


Rys. 2. Model wielowarstwowej płyty kompozytowej z osadzonymi warstwami aktywnymi PZT

materiału piezoelektrycznego. Realizowano to poprzez narzucenie odpowiednich warunków początkowych [23].

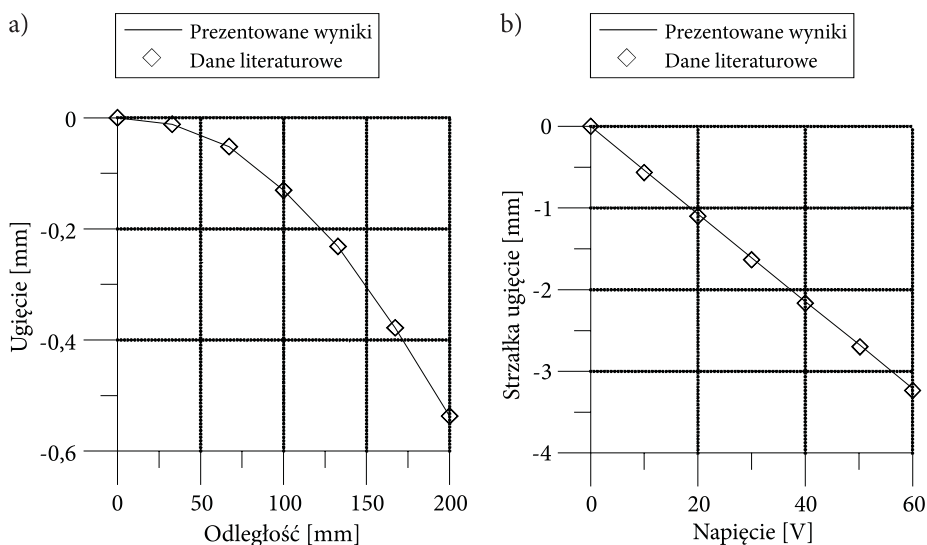
4. Analiza statyczna

W pierwszym etapie symulacji numerycznych wykonanych dla przygotowanego modelu MES wyznaczono statyczne pionowe ugięcie linii centralnej płyty wywołane przyłożonym polem elektrycznym. Warstwy aktywne piezoelektryka zostały spolaryzowane w ten sposób, że powierzchnie wewnętrzne obciążono potencjałem 0 V, natomiast na powierzchniach zewnętrznych podawany był potencjał o wartościach ± 10 V o przeciwnych znakach na górnej i dolnej powierzchni warstwy aktywnej, co zostało pokazane na rysunku 3. Otrzymane wyniki (rys. 4a) porównano z danymi dostępnymi w literaturze, prezentowanymi w pracach [19, 21].



Rys. 3. Polaryzacja warstw materiału aktywnego

Następnie przebadano zachowanie analizowanej płyty pod wpływem przyłożonego do okładzin potencjału, który zmienia się w zakresie od ± 10 V do ± 60 V. Badania ograniczono do strzałki ugięcia mierzonej w linii środkowej płyty. Otrzymane wyniki na rysunku 4b zestawiono z danymi zamieszczonymi w pracach [8, 19]. Wyniki z prowadzonych symulacji numerycznych różnią się nie więcej niż 0,2% [22] w porównaniu z danymi prezentowanych w literaturze [19, 21]. Potwierdza to adekwatność wykonanego modelu numerycznego MES w systemie Abaqus.



Rys. 4. Statyczne ugięcia płyty: (a) linii centralnej płyty po przyłożeniu potencjału $\pm 10\text{V}$; (b) strzałka ugięcia płyty po przyłożeniu potencjału

5. Analiza modalna

Dla analizowanej płyty hybrydowej przeprowadzono numeryczną analizę modalną polegającą na wyznaczeniu częstotliwości i postaci drgań własnych dla różnych konfiguracji układu warstw. Zmieniano przyłożone napięcie oraz warunki brzegowe.

Całą analizę przeprowadzono dla trzech przypadków:

- 1) układ zamknięty, gdy na wewnętrznych i zewnętrznych powierzchniach materiału aktywnego przyłożono potencjał o wartości 0 V (przypadek 1);
- 2) układ otwarty, kiedy potencjał był zadany tylko na wewnętrznych powierzchniach i wynosił 0 V (przypadek 2);
- 3) układ bez efektu piezoelektrycznego, gdy okładziny piezoelektryczne miały identyczne właściwości mechaniczne jak materiał PZT G1195N, ale nie wykazywały efektu piezoelektrycznego (przypadek 3).

Wszystkie przypadki przebadano dla czterech warunków brzegowych:

- 1) płyta z jedną krawędzią utwierdzoną,
- 2) płyta z dwiema krawędziami utwierdzonymi oraz dwiema niepodpartymi,
- 3) płyta z utwierdzonymi wszystkimi krawędziami,
- 4) płyta przegubowo podparta na wszystkich krawędziach.

5.1. Jednostronnie utwierdzone płyty kompozytowe

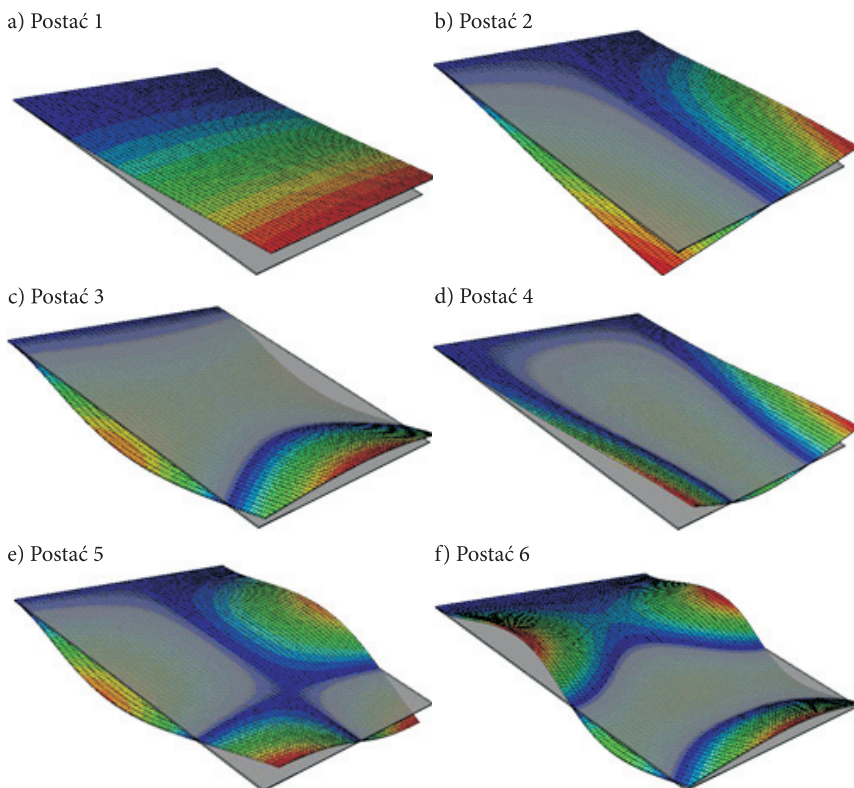
W symulacjach numerycznych MES do analizy modalnej zastosowano metodę Lanczos [25]. Na wstępie rozważono, znaną z literatury [19-22], płytę z jedną krawędzią utwierdzoną o ułożeniu warstw $[\text{Piezo}/(-45/45)_2/\text{Piezo}]_T$ dla trzech przypadków: układ zamknięty, układ otwarty, układ bez efektu piezoelektrycznego. Otrzymane częstotliwości drgań własnych w tabeli 2 porównano z wynikami prezentowanymi w literaturze [19, 21].

Na rysunku 5 zostały przedstawione kolejne postacie drgań własnych odpowiadające uzyskanym częstotliwościom (tab. 2). Najniższą postacią drgań jest postać giętna charakterystyczna dla walcowego zginania płyty (rys. 5a). Wyższą postacią drgań to postać skrętna (rys. 5b). Na kolejnych rysunkach 5c, d, e, f pokazano dalsze giętne postacie wyższych rzędów, które są charakterystyczne dla zginania płytowego. Wyznaczone wartości częstotliwości drgań własnych dla przypadku 1 (tzw. układ zamknięty) oraz przypadku 3 (materiał aktywny nie wykazuje efektu piezoelektrycznego) są praktycznie identyczne. Wskazuje to, że płyta w układzie zamkniętym zachowuje się identycznie jak układ niewykazujący własności piezoelektrycznych. Różnica częstotliwości w tych przypadkach nie przekracza 0,5%. W przypadku układu otwartego warstw PZT (przypadek 2) stwierdzono wzrost częstotliwości drgań własnych o kilka procent od 5% do 9%. Tym samym w dalszych badaniach zajęto się układem otwartym.

TABELA 2
Najniższe częstotliwości drgań własnych dla hybrydowej płyty $[\text{Piezo}/(-45/45)_2/\text{Piezo}]_T$ w Hz

Lp.	Wyniki Lam i inni [19]	Wyniki Pablo i inni [8]	Prezentowane wyniki Abaqus		
	Przypadek 1			Przypadek 2	Przypadek 3
1	21,47	21,51	21,52	23,46	21,59
2	63,35	63,25	62,94	64,60	63,08
3	130,82	129,70	129,44	137,02	129,88
4	182,42	182,95	181,95	195,95	181,84
5	218,28	217,60	216,07	224,33	216,59
6	381,98	377,47	374,43	398,55	375,54

W drugim etapie obliczeń zwalidowany model MES posłużył do analizy modalnej hybrydowych płyt w układzie otwartym (przypadek 2) dla różnych konfiguracji warstw. Przebadano płyty o symetrycznym układzie włókien, które odpowiednio oznaczono: układ warstw $[\text{Piezo}/45/-45]_s$ to C1, $[\text{Piezo}/0/90]_s$ — C2, $[\text{Piezo}/0/45]_s$ — C3, $[\text{Piezo}/90/45]_s$ — C4, $[\text{Piezo}/0/30]_s$ — C5, $[\text{Piezo}/30/-30]_s$ — C6,



Rys. 5. Sześć pierwszych postaci drgań własnych hybrydowej płyty $[\text{Piezo}/(-45/45)_2/\text{Piezo}]_T$

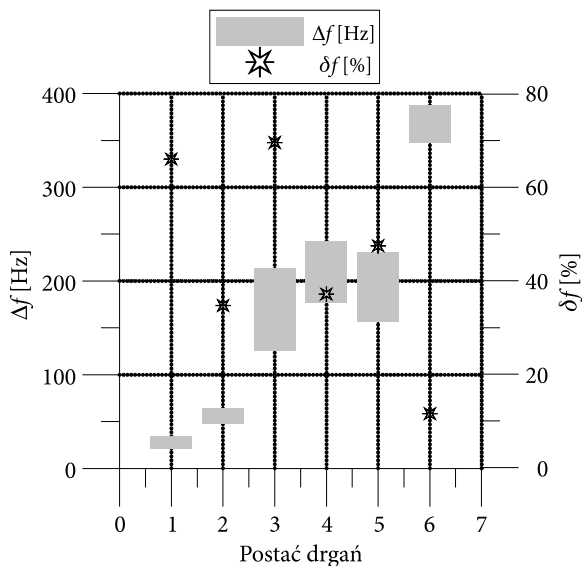
$[\text{Piezo}/60/-60]_s$ — C7, $[\text{Piezo}/0_2]_s$ — C8, $[\text{Piezo}/90/0]_s$ — C9, $[\text{Piezo}/90_2]_s$ — C10. Wyznaczano po sześć najniższych częstotliwości oraz postaci drgań własnych, które zostały przedstawione w tabeli 3.

Dla każdej postaci drgań własnych oraz analizowanych układów warstw wyznaczono najniższą (f_{\min}) oraz najwyższą częstotliwość (f_{\max}), co pozwala określić jej zmianę Δf [Hz], czyli przedział wartości od f_{\min} do f_{\max} oraz zmianę wyrażoną w procentach opisaną zależnością: $\delta f = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_{\min}} 100\%$. Wyznaczone wartości

przedstawiono na rysunku 6. Dodatkowo wybrane układy warstw porównano z układem o największej podatności, tj. $[\text{Piezo}/90_2]_s$ — C10. Uzyskane wyniki zebrano na rysunku 7. Przyjęto dla kolejnych postaci drgań, że $\delta f_i = \frac{f_{C_i} - f_{C10}}{f_{C10}} 100\%$, gdzie $i = 1, \dots, 9$. Na rysunku 8 pokazano wyznaczone postacie drgań własnych, które nieznacznie zmieniały się dla różnych układów warstw.

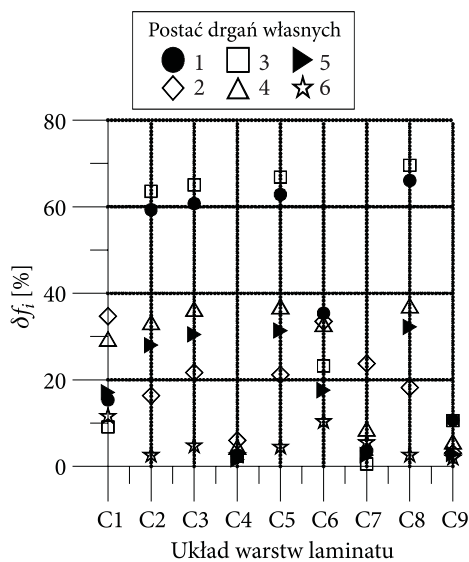
TABELA 3
Najniższe częstotliwości drgań własnych płyty z utwierdzoną jedną krawędzią dla różnych układów warstw (układ otwarty) w Hz

Układ warstw	Postać drgań					
	1	2	3	4	5	6
C1	23,53	64,00	137,56	228,67	190,70	387,39
C2	32,50	55,26	206,22	235,44	165,70	356,10
C3	32,79	57,82	208,09	240,84	159,96	363,64
C4	20,93	50,36	129,00	184,57	226,44	355,76
C5	33,22	57,55	210,36	241,90	157,95	362,61
C6	27,62	63,43	155,32	234,73	189,63	383,09
C7	21,14	58,80	126,78	191,97	224,22	366,13
C8	33,88	56,18	213,82	242,21	156,03	356,30
C9	22,57	48,94	139,38	186,71	223,51	353,94
C10	20,40	47,51	126,07	176,58	230,16	347,22

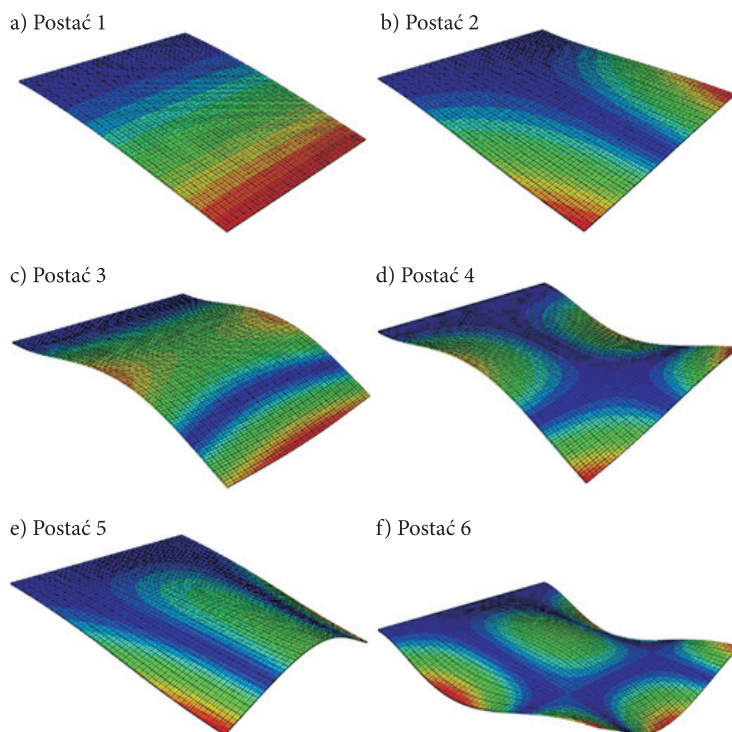


Rys. 6. Zmiana częstotliwości drgań własnych dla płyty z utwierdzoną jedną krawędzią oraz dla wybranych układów warstw

Dla analizowanych płyt hybrydowych z jedną krawędzią utwierdzoną zaobserwowano największy procentowy wpływ konfiguracji włókien dla najniższych postaci drgań własnych odpowiadających walcowemu zginaniu (postacie 1 oraz 3) oraz malejący na wyższe postacie giętne (postacie 5 oraz 6). Postacie giętno-skrętne



Rys. 7. Zmiana częstotliwości drgań własnych dla wybranych układów warstw w odniesieniu do układu $[\text{Piezo}/90_2]_s$

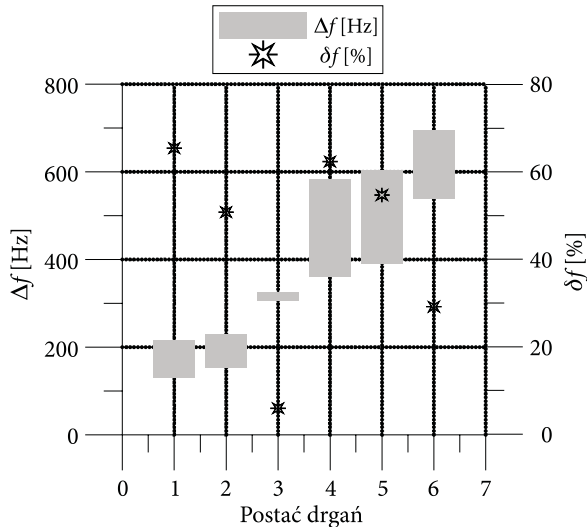


Rys. 8. Postacie drgań własnych dla płyty z utwierdzoną jedną krawędzią o układzie warstw $[\text{Piezo}/90_2]_s$

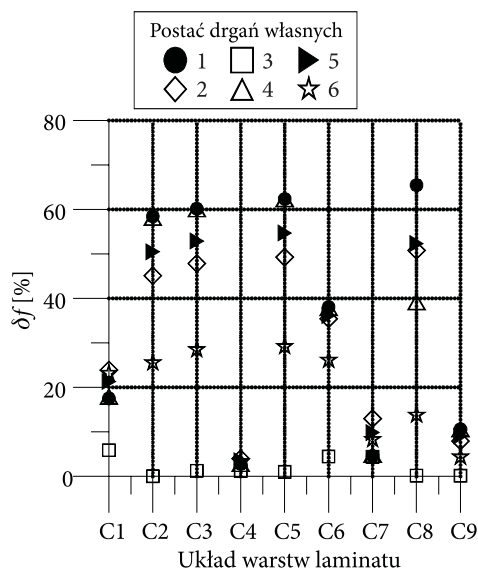
wykazują praktycznie niezmienny procentowy wpływ konfiguracji warstw (postacie 2 oraz 4). Najbardziej sztywnym układem okazał się układ $[\text{Piezo}/0_2]_s$ – C8 dla postaci giętnych (postacie 1, 3-5) oraz $[\text{Piezo}/45/-45]_s$ – C1 dla postaci skrętnych (postać 2). We wszystkich analizowanych przypadkach najbardziej podatny był układ warstw $[\text{Piezo}/90_2]_s$ – C10.

5.2. Płyty hybrydowe z dwiema krawędziami utwierdzonymi oraz dwiema krawędziami niepodpartymi

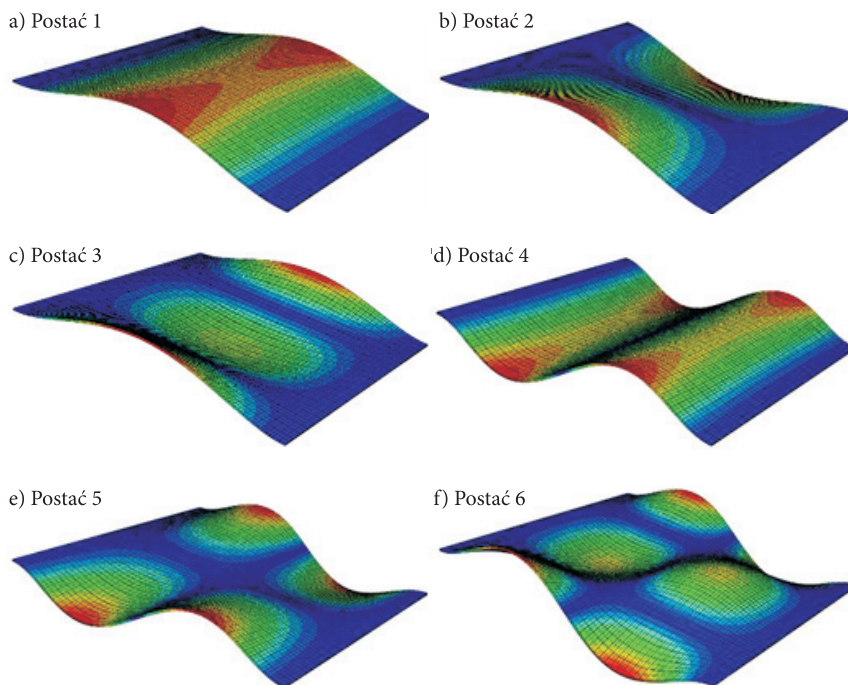
Drugim analizowanym przypadkiem były hybrydowe płyty kompozytowe z dwiema krawędziami utwierdzonymi oraz dwiema krawędziami niepodpartymi. Analizowano płyty o identycznej konfiguracji warstw jak w pkt. 5.1 w układzie otwartym. Wyznaczono sześć najniższych częstotliwości drgań własnych, które zostały zebrane w tabeli 4 oraz pokazane na rysunku 9. Wybrane przypadki ułożenia warstw porównano do układu $[\text{Piezo}/90_2]_s$ – C10, a uzyskane różnice wyników umieszczono na rysunku 10. Na rysunku 11 przedstawiono odpowiadające postacie drgań własnych dla wszystkich przypadków.



Rys. 9. Zmiana częstotliwości drgań własnych dla płyty hybrydowej z dwiema utwierdzonymi krawędziami oraz dwiema krawędziami swobodnymi



Rys. 10. Zmiana częstotliwości drgań własnych dla wybranych układów warstw w odniesieniu do układu $[\text{Piezo}/90_2]_s$ w drugim sposobie podparcia



Rys. 11. Postacie drgań własnych dla płyty z utwierdzonymi dwiema krawędziami i dwiema niepodpartymi o układzie warstw $[\text{Piezo}/90_2]_s$

TABELA 4

Częstotliwość drgań własnych płyty z utwierdzonymi dwiema krawędziami oraz dwiema krawędziami niepodpartymi dla różnych układów warstw (układ otwarty) w Hz

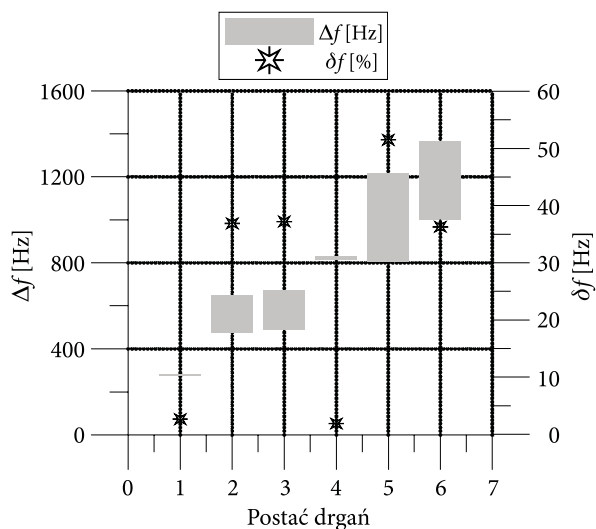
Układ warstw	Postać drgań					
	1	2	3	4	5	6
C1	153,32	188,63	324,26	423,38	472,84	662,60
C2	206,68	220,88	306,07	567,50	586,63	675,35
C3	208,93	225,03	310,17	574,48	595,98	691,38
C4	134,09	158,27	309,96	369,05	403,51	556,03
C5	211,79	227,18	309,42	582,61	603,06	694,90
C6	180,12	206,13	319,88	494,91	530,89	678,49
C7	136,43	172,03	319,72	376,31	428,19	582,55
C8	215,84	229,54	306,79	499,40	593,87	612,16
C9	144,28	164,29	306,67	397,05	425,29	561,42
C10	130,45	152,21	306,24	358,85	389,80	537,98

Dla płyt hybrydowych z dwiema krawędziami utwierdzonymi oraz dwiema niepodpartymi uzyskano podobne zachowanie płyt jak w przypadku płyt utwierdzonych na jednej krawędzi. Największy procentowy wpływ konfiguracji warstw zaobserwowano dla niższych częstotliwości drgań własnych, czyli dla postaci 1 (postać odpowiada walcowemu zginaniu) oraz postaci 2 (postać giętno-skrętna), natomiast malejący procentowy wpływ dla wyższych postaci (postacie 3-6). We wszystkich analizowanych przypadkach najbardziej podatny był układ warstw [Piezo/90₂]_s — C10.

5.3. Płyty kompozytowe z utwierdzonymi wszystkimi krawędziami

Kolejnym analizowanym przypadkiem płyt hybrydowych były płyty z utwierdzonymi wszystkimi krawędziami. W tym przypadku w układzie otwartym analizowano płyty o identycznych układach warstw jak w pkt. 5.1. Analogicznie wyznaczono sześć pierwszych częstotliwości drgań własnych, które zostały pokazane na rysunku 12 oraz w tabeli 5. Dla wszystkich układów uzyskano postacie drgań własnych, które przedstawiono na rysunku 13. Uzyskane różnice częstotliwości drgań własnych zestawiono na rysunku 14.

Dla postaci 1 oraz 4 konfiguracja warstw nie wpływa na zachowanie płyty (rys. 12), natomiast dla pozostałych postaci rozmieszczenie włókien istotnie wpływa na zachowanie płyt hybrydowych. Najbardziej sztywnym układem okazał się układ włókien [Piezo/0₂]_s — C8 dla wszystkich postaci giętnych, zaś najbardziej podatny był układ warstw [Piezo/90₂]_s — C10.

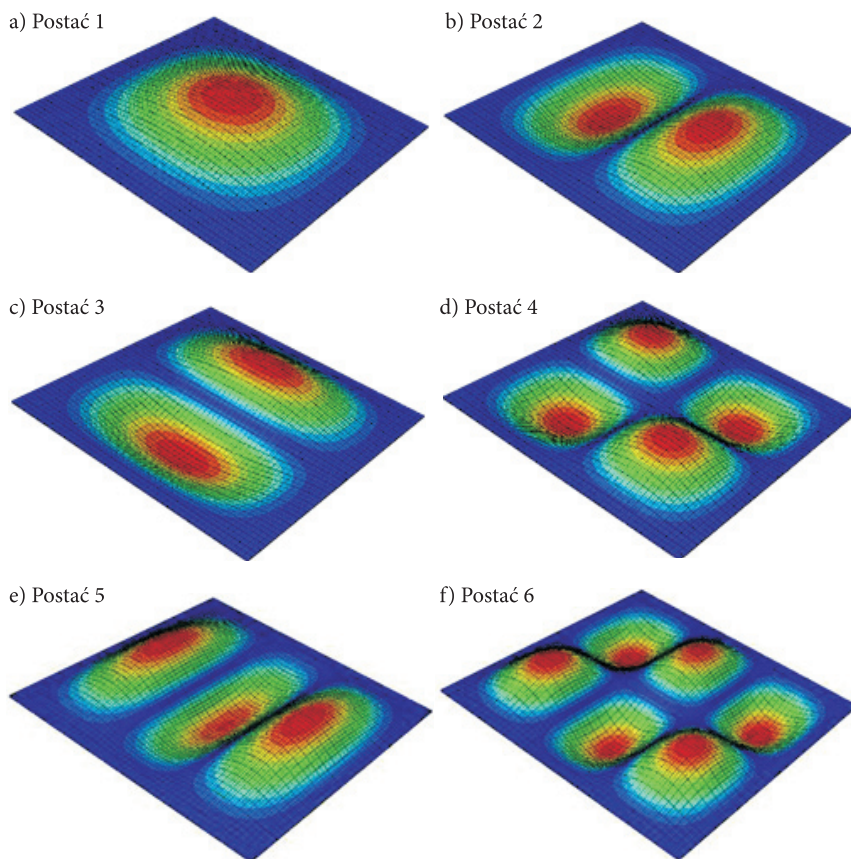


Rys. 12. Zmiana częstotliwości drgań własnych dla płyty ze wszystkimi utwardzonymi krawędziami

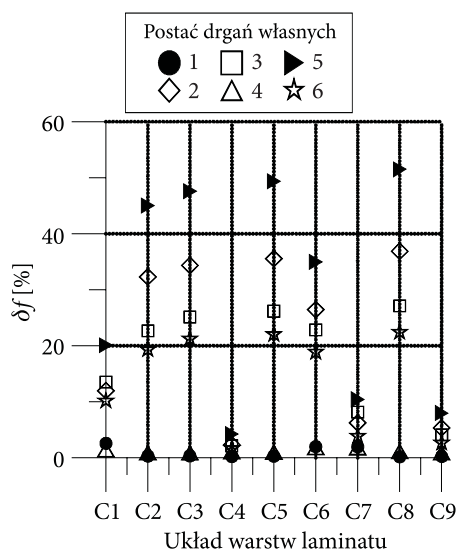
TABELA 5

Częstotliwości drgań własnych płyty z utwardzonymi wszystkimi krawędziami dla różnych układów warstw (układ otwarty) w Hz

Układ warstw	Postać drgań					
	1	2	3	4	5	6
C1	272,91	530,71	582,47	816,60	964,50	1001,50
C2	279,28	627,00	521,01	821,00	1164,60	1330,10
C3	279,19	636,74	504,29	821,26	1185,40	1351,30
C4	279,53	484,73	659,30	819,51	837,35	1133,40
C5	279,35	642,41	497,38	819,97	1199,70	1360,60
C6	274,54	599,22	519,95	813,46	1083,80	1325,00
C7	274,67	503,45	618,80	813,67	886,90	1157,60
C8	279,65	648,75	491,02	819,14	1216,70	1364,90
C9	279,49	499,25	646,16	821,00	867,23	1144,50
C10	280,13	473,93	673,70	828,79	803,10	1114,90



Rys. 13. Postacie drgań własnych dla przypadku z utwierdzonymi wszystkimi krawędziami o układzie warstw $[\text{Piezo}/90_2]_s$



Rys. 14. Zmiana częstotliwości drgań własnych dla wybranych układów warstw w odniesieniu do układu [Piezo/90₂], w przypadku płyty z utwardzonymi wszystkimi krawędziami

5.4. Płyty hybrydowe przegubowo podparte na wszystkich krawędziach

Ostatnim analizowanym układem były płyty kompozytowe ze wszystkimi krawędziami podpartymi przegubowo. W tym przypadku warunki brzegowe zostały zamodelowane poprzez zablokowanie wszystkich translacyjnych stopni swobody dla jednej krawędzi, natomiast na pozostałych krawędziach zablokowany został tylko ruch względem osi z . W układzie otwartym analizowano płyty o identycznych układach warstw jak w pkt. 5.1. Analogicznie wyznaczono sześć pierwszych częstotliwości drgań własnych, które zostały pokazane na rysunku 15 oraz w tabeli 6.

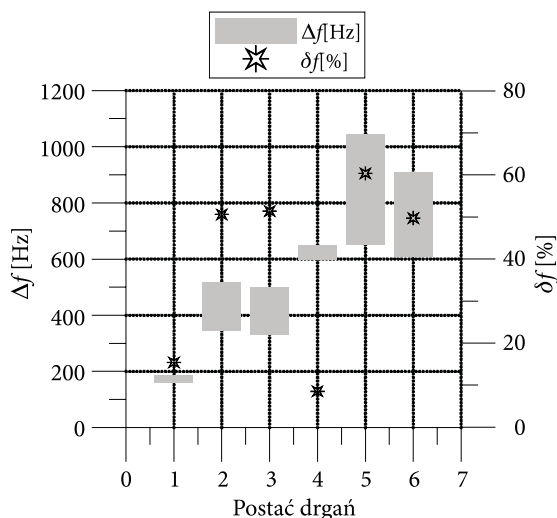
TABELA 6

Częstotliwość drgań własnych płyty, gdy wszystkie krawędzie podparto przegubowo dla różnych układów warstw (układ otwarty) w Hz

Układ warstw	Postać drgań					
	1	2	3	4	5	6
C1	181,07	444,45	381,19	639,31	834,11	749,00
C2	182,15	501,10	345,37	636,82	1001,20	652,08
C3	185,08	510,50	339,70	649,65	1019,30	623,37
C4	163,90	368,41	429,12	607,94	696,37	887,98
C5	185,51	515,26	335,80	648,17	1031,40	614,45

cd. tabeli 6

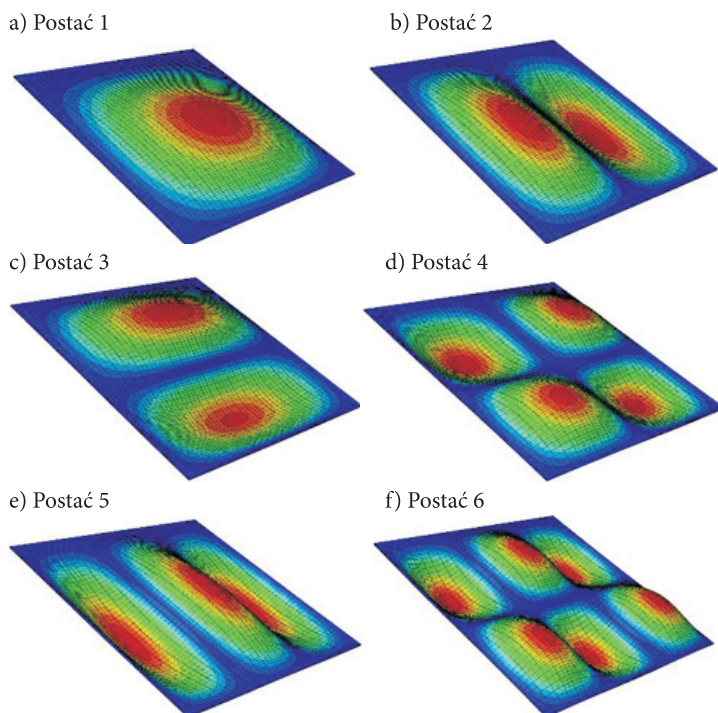
C6	185,00	479,66	360,63	633,58	931,26	691,25
C7	182,15	345,37	501,10	636,82	652,08	908,01
C8	185,28	520,15	330,98	643,90	1045,70	606,43
C9	164,10	381,34	421,74	604,41	731,25	873,01
C10	160,76	356,63	433,67	598,66	672,86	907,74



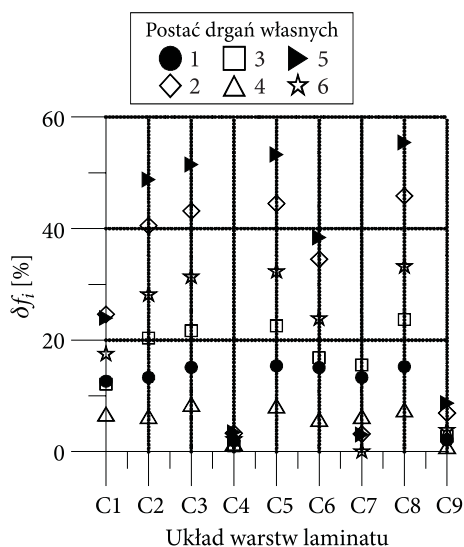
Rys. 15. Zmiana częstotliwości drgań własnych dla płyty ze wszystkimi krawędziami podpartymi przegubowo

Na rysunku 16 przedstawiono postacie drgań własnych dla układu przegubowo podpartego na wszystkich krawędziach uzyskane z analizy numerycznej. Uzyskane różnice częstotliwości drgań własnych zestawiono na rysunku 17 w odniesieniu do najbardziej podatnego układu warstw $[\text{Piezo}/90_2]_s$.

Układ ten zachowuje się podobnie jak płyta z utwierdzonymi wszystkimi krawędziami, mianowicie dla niższych postaci ułożenie włókien mniej wpływa na zachowanie płyty, natomiast dla wyższych postaci rozmieszczenie włókien bardziej wpływa na zachowanie się układu. Najbardziej sztywnym układem okazał się układ włókien $[\text{Piezo}/0_2]_s$ dla wszystkich postaci giętnych, zaś najbardziej podatny był układ warstw $[\text{Piezo}/90_2]_s$.



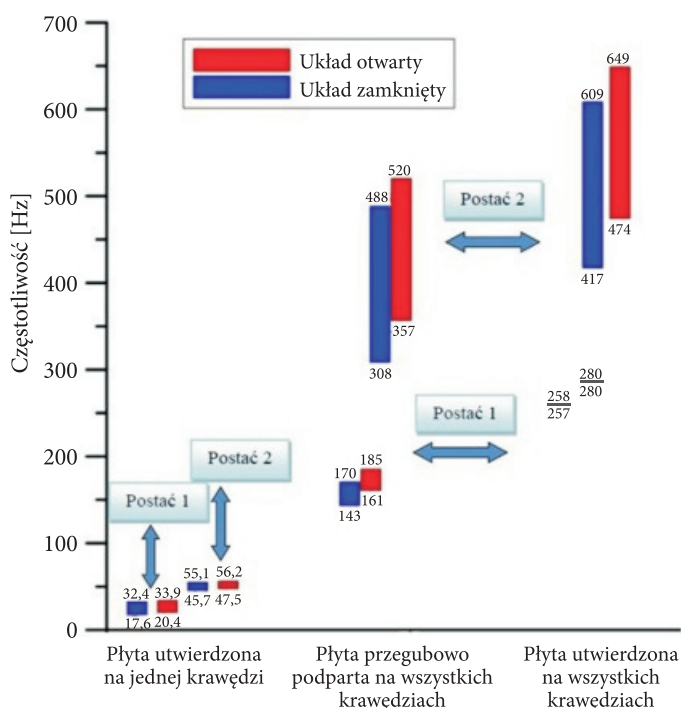
Rys. 16. Postacie drgań własnych płyty przegubowo podpartej na wszystkich krawędziach o układzie warstw $[Piezo/90_2]_s$



Rys. 17. Zmiana częstotliwości drgań własnych dla wybranych układów warstw w odniesieniu do układu warstw $[Piezo/90_2]_s$ dla płyty przegubowo podpartej na wszystkich krawędziach

5.5. Wpływ ułożenia włókien kompozytu dla układu zamkniętego i otwartego

W celu opisanego wpływu ułożenia włókien kompozytu w układzie zamkniętym wykonano analizę dla pierwszych dwóch postaci i trzech sposobów podparcia, tj. utwierdzenia jednej krawędzi, utwierdzenia wszystkich krawędzi oraz przegubowego podparcia wszystkich krawędzi. Analizy prowadzono dla wszystkich przypadków konfiguracji warstw przedstawionych w poprzednich punktach. Uzyskane wyniki zestawiono z wynikami dla układu otwartego na rysunku 18.



Rys. 18. Wpływ ułożenia włókien kompozytu dla układu otwartego oraz zamkniętego

Z przeprowadzonej analizy wynika, że w przypadku jednostronnego utwierdzenia płyty dla pierwszych dwóch postaci ułożenie włókien i materiał aktywny nie wpływają na zachowanie płyty. W przypadku przegubowego podparcia wszystkich krawędzi oraz utwierdzenia wszystkich krawędzi dla pierwszej postaci wpływ ułożenia włókien oraz materiału aktywnego odgrywa większą rolę i narasta dla postaci odpowiadających wyższym częstotliwościom drgań własnych.

6. Podsumowanie

W pracy zajmowano się badaniem wpływu zjawiska piezoelektrycznego na statyczne i dynamiczne zachowanie się hybrydowej płyty kompozytowej w różnych warunkach podparcia oraz przy różnych konfiguracjach ułożenia warstw. Zbudowano model numeryczny metodą elementów skończonych analizowanej płyty hybrydowej w komercyjnym systemie Abaqus. W przypadku analizy statycznej otrzymano bardzo dobrą zgodność symulacji numerycznych z wynikami publikowanymi przez innych autorów.

Analiza modalna została przeprowadzona dla czterech sposobów zamocowania: płyta z jedną krawędzią utwierdzoną, płyta z dwiema krawędziami utwierdzonymi oraz dwiema niepodpartymi, płyta z utwierdzonymi wszystkimi krawędziami oraz układ przegubowo podparty na wszystkich krawędziach. Z analizy początkowej stwierdzono, że płyta w układzie zamkniętym zachowuje się identycznie jak układ niewykazujący właściwości piezoelektrycznych. Uwzględnienie efektu piezoelektrycznego powoduje zwiększenie częstotliwości drgań własnych o kilka procent. Tym samym w dalszej analizie został przebadany układ otwarty dla różnego ułożenia włókien. Z wykonanych badań dla wszystkich analizowanych przypadków stwierdzono, że najbardziej sztywny jest laminat o układzie warstw [Piezo/0₂]_s, natomiast najbardziej podatny układ warstw to [Piezo/90₂]_s.

W przypadku płyty z utwierdzonymi wszystkimi krawędziami oraz płyty z przegubowo podpartymi wszystkimi krawędziami ułożenie włókien dla niższych postaci nie wpływa na zachowanie płyty, natomiast dla wyższych postaci rozmieszczenie włókien i efekt piezoelektryczny istotnie wpływa na ich zachowanie. W pozostałych przypadkach układ warstw ma znaczący wpływ na częstotliwości drgań własnych odpowiadające walcowemu zginaniu oraz mniejszy wpływ na postaci odpowiadające zginaniu płyto-wemu. Dodatkowo można zauważyć, że dla układu jednostronnie utwierdzonego dla niższych częstotliwości wpływ efektu piezoelektrycznego jest znikomy.

Badania zostały zrealizowane w ramach projektu sfinansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2012/07/B/ST8/03931.

Artykuł opracowany na podstawie referatu wygłoszonego na XIII Konferencji TKI (Techniki Komputerowe w Inżynierii) 2014, Licheń Stary 6-9.05.2014 r.

Artykuł wpłynął do redakcji 17.07.2014 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano 3.12.2014 r.

LITERATURA

- [1] TYLIKOWSKI A., *Konstrukcje inteligentne*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, 4(35), 1997, 991-1002.
- [2] SCHWARTZ M. (red.), *Encyclopedia of Smart Materials*, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley and Sons, Inc., New York, 2002.

- [3] WANG K.W., TANG J., *Adaptive Structural Systems with Piezoelectric Transducer Circuitry*, Springer Science+Business Media, LLC, 2008.
- [4] PREUMONT A., KAZUTO SETO, *Active Control of Structures*, John Wiley & Sons Ltd., 2008.
- [5] WAGG D., BOND I., WEAVER P., FRISWELL M., *Adaptive Structures Engineering Applications*, John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England, 2007.
- [6] LEO D.J., *Engineering analysis of smart material systems*, John Wiley & Sons Inc., Hoboken, New Jersey, 2007.
- [7] CHANDRASHEKHARA K., AGARWAL A., *Active Vibration Control of Laminated Composite Plates Using Piezoelectric Devices-A Finite Element Approach*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 4(4), 1993, 496-508.
- [8] ERTURK A., INMAN D.J., *Piezoelectric energy harvesting*, John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex, PO19 8SQ, UK, 2011.
- [9] MATTHEWS F.L., DAVIES G.A.O., HITCHINGS D., SOUTIS C., *Finite element modelling of composite materials and structures*, Woodhead Publishing Ltd and CRC Press LLC, 2000.
- [10] DIMITRIADIS E.K., FULLER C.R., ROGERS C.A., *Piezoelectric Actuators for Distributed Vibration Excitation of Thin Plates*, Journal of Vibration and Acoustics, 113(1), 100-107.
- [11] LI SHENG, ZHAO DEYOU, *Numerical simulation of active control of structural vibration and acoustic radiation of a fluid-loaded laminated plate*, Journal of Sound and Vibration 272, 2004, 109-124.
- [12] OSMONT D., PABLO F., *Use of Classical Plate Finite Elements for Analysis of Electroactive Composite Plates. Theoretical Aspects*, Journal of Intelligent Materials, Systems and Structures, 20, 2009, 1845-1860.
- [13] CEN S., SOH A.K., LONG Y.Q., YAO Z.H., *A New 4-node Quadrilateral FE Model with Variable Electrical Degrees of Freedom for the Analysis of Piezoelectric Laminated Composite Plates*, Composite Structures, 58, 2002, 583-599.
- [14] BRAŃSKI A., SZELA S., *Improvement of Effectiveness in Active Triangular Plate Vibration Reduction*, Archives of Acoustics, vol. 33, no. 4, 2008, 521-530.
- [15] POLIT O., BRUANT I., *Electric Potential Approximations for an Eight Node Plate Finite Element*, Computers and Structures, 84, 2005, 1480-1493.
- [16] KAMM L.J., *Understanding Electro-Mechanical Engineering. Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.*, IEEE Press, New York, 1996.
- [17] WOJCIECHOWSKI S., *Materiały inteligentne. Stan zagadnienia 2003*, Inżynieria Materiałowa, 2, 2004, 59-105.
- [18] HANC A., *Elementy wykonawcze — aktuatory. Wykorzystanie elementów piezoelektrycznych*, Pomiar, Automatyka, Robotyka, 6(12), 2008, 52-53.
- [19] PABLO F., BRUANT J., POLIT O., *Use of Classical Plate Finite Elements for the Analysis of Electroactive Composite Plates. Numerical Validations*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 20, 2009, 1861-1873.
- [20] Ha S.K., Keilers C., Chang F., *Finite Element Analysis of Composite Structures Containing Distributed Piezoceramic Sensors and Actuators*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 30(3), 1992, 772780.
- [21] LAM K.Y., PENG X.Q., LIU G.R., REDDY J.N., *A Finite element Model for Piezoelectric Composite Laminates*, Smart Materials and Structures, 6, 1997, 583-591.

- [22] TETER A., GAWRYLUK J., *Zastosowanie metody elementów skończonych do oceny wpływu warstw piezoelektryków na zachowanie płyty kompozytowej*”, XIII Konferencja Naukowo-Techniczna TKI2014, Techniki Komputerowe w Inżynierii w Licheniu Starym, 6-9-05-2014 r. Streszczenia, 189-190.
- [23] Abaqus HTML Documentation, 2013.
- [24] ŁATAJSKI J., *Modelowanie w systemie Abaqus piezoelektrycznych elementów aktywnych typu MFC*, Eksploatacja i Niezawodność, 4, 2011, 72-78.
- [25] KIRSCH U., *Design-oriented analysis of structures. Unified approach*, Kluwer Academic Publishers, 2004.

A. TETER, J. GAWRYLUK

Assessment of piezoelectric layers and boundary conditions influence on the behaviour of hybrid composite plates with different layups

Abstract. In the present paper, six-layer hybrid composite panels, made of four-layered laminate and two facings of piezoelectric material were studied. Different configurations of laminate layers and different boundary conditions were considered. The Numerical simulations using Finite Element Method were performed with the commercial system Abaqus, which allowed for modelling the phenomena of electromechanical coupling, both in static and dynamic cases. Firstly, static deflection of the plates induced by the applied voltage on the external facings was determined with numerical methods (FEM). In addition, the deflections at different voltages were compared. The results of static calculations were validated with those published by other authors. The performed simulations have confirmed the adequacy of the FEM model for the simulation at electromechanical coupling. In the second stage, numerical analysis of the system with piezoelectric effect (open system) and without the piezoelectric effect (closed system) was performed. The presented FEM models are expected to contribute to analyses of other hybrid structural elements exhibiting electromechanical coupling.

Keywords: FEM, electro-mechanical coupling, piezoelectric effect, fibrous laminate, natural frequencies, hybrid beam, PZT, actuators

