

Robert Piwowarczyk, Krzysztof Krykowski, Janusz Hetmańczyk
Politechnika Śląska, Gliwice

KOMUTACYJNE TĘTNIENIA MOMENTU SILNIKA PM BLDC

COMMUTATION RIPPLE OF TORQUE OF PM BLDC MOTOR

Streszczenie: W bezszczotkowym silniku prądu stałego komutator mechaniczny zostaje zastąpiony przekształtnikiem energoelektronicznym pełniącym rolę komutatora elektronicznego. W chwilach przełączania poszczególnych uzwojeń fazowych pojawiają się w silniku pulsy prądu. Pulsy te powodują powstawanie pulsów momentu elektromagnetycznego i prędkości kątowej silnika. W artykule zaproponowano prostą metodę określania wielkości pulsów momentu. Uzyskane wyniki zweryfikowano za pomocą badań symulacyjnych w programie Matlab/Simulink wykonanych na modelu komputerowym silnika PM BLDC.

Abstract: The In a brushless DC motor mechanical commutator is replaced by a power electronics converter serving as an electronic commutator. The pulses of the motor current appear in moments of switching individual phase windings. These pulses cause the formation of pulses of electromagnetic torque and angular speed of the motor. This paper proposes a simple method of determining the magnitude of torque pulses. The achieved results have been verified through simulation research in Matlab/Simulink environment performed on a computer model of PM BLDC motor.

Słowa kluczowe: *bezczotkowy silnik prądu stałego z magnesami trwałymi, tętnienia momentu*

Keywords: *permanent magnet brushless direct current, torque ripple*

1. Wstęp

W bezszczotkowym silniku prądu stałego wzbudzonym magnesami trwałymi (*Permanent Magnet Brushless Direct Current* – PM BLDC) komutator mechaniczny zostaje zastąpiony przekształtnikiem elektronicznym (energoelektronicznym), nazywany również komutatorem elektronicznym. Przekształtnik ten naśladuje działanie komutatora mechanicznego i w odpowiednich chwilach przełącza zasilanie uzwojeń silnika. Przełączanie uzwojeń odbywa się w sposób dyskretny, z rozdzielczością odpowiadającą liczbie pulsów przypadających na obrót silnika.

W idealnym silniku PM BLDC prądy fazowe mają kształt prostokątny, wpływ indukcyjności na pracę silnika jest pomijalnie mały, a fazowe siły elektromotoryczne są trapezowe i w czynnym obszarze pracy zaworów przyjmują wartości stałe. W silniku rzeczywistym przy przełączaniu tranzystorów komutatora elektronicznego następuje przeładowanie energii w obwodach z indukcyjnością. Powoduje to powstanie dodatkowych tętnień komutacyjnych momentu. Wywołany przełączeniami tranzystorów moment komutacyjny może powodować tętnienia prędkości, co jest szczególnie niekorzystne w przypadku silnika pracującego w zakresie małych prędkości obrotowych, zwłaszcza, gdy momenty bezwładności silnika i maszyny robo-

czej są małe. Tętnienia komutacyjne momentu są jeszcze bardziej niebezpieczne w przypadku silników wysokoobrotowych, gdy może dojść do sytuacji, że częstotliwość tętnień momentu będzie równa częstotliwości rezonansu mechanicznego silnika [6].

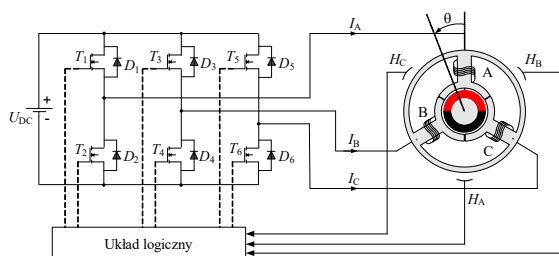
Temat tętnień komutacyjnych momentu silników PM BLDC został przedstawiony, między innymi [1, 3-7]. Przedstawione tam zależności są rozbudowane i nie zapewniają możliwości szybkiej oceny tętnień.

Celem publikacji jest przedstawienie prostej metody oceny tętnień komutacyjnych momentu typowych silników PM BLDC słusznej w przypadku, gdy spełnione są założenia upraszczające:

1. Elektromagnetyczna stała czasowa silnika jest na tyle duża, że przebiegi prądów i momentów można aproksymować liniowo.
2. W chwili zakończenia komutacji prądy fazy nie biorącej udziału w komutacji i fazy przejmującej prąd są równe prądowi źródła.
3. Prąd źródła dla przedziału międzykomutacyjnego jest w przybliżeniu równy średniej wartości prądu fazy nie biorącej udziału w komutacji i prądu fazy załączanej określonych niezależnie.
4. Czas komutacji jest mniejszy od czasu trwania taktu pracy komutatora elektronicznego.

2. Silnik PM BLDC

Schemat połączeń obwodu głównego 3-fazowego silnika PM BLDC o jednej parze biegunów, uzwojeniach połączonych w gwiazdę i z komutatorem elektronicznym w układzie mostka 3 fazowego przedstawiono na rys. 1. Poszczególne uzwojenia fazowe są przełączane sekwencyjnie przez tranzystory komutatora elektronicznego i wytwarzają pole magnetyczne, którego wektor może przyjmować sześć położeń. Funkcja przełączeń zaworów komutatora elektronicznego jest wypracowywana na podstawie sygnałów pochodzących z dyskretnych czujników położenia wirnika (CPW). Zasada działania silnika PM BLDC została opisana między innymi w [4, 5].



Rys. 1. Schemat połączeń silnika PM BLDC

Siła elektromotoryczna E_k indukowana w k -tym uzwojeniu fazowym silnika jest proporcjonalna do prędkości kątowej silnika ω zgodnie z zależnością:

$$e_k = \omega K_{fp} (\mathcal{G}_{ek}) \quad (1)$$

Moment elektromagnetyczny wytwarzany przez prąd płynący w uzwojeniu k -tej fazy jest opisany zależnością:

$$M_{ek} = K_{fp} (\mathcal{G}_{ek}) i_k \quad (2)$$

Występujący w zależności (2) prąd fazowy wirnika z równania:

$$u_k = R_s i_k + L_s \frac{di_k}{dt} + e_k \quad (3)$$

w którym R_s i L_s oznaczają rezystancję i indukcyjność fazy stojana, przy czym L_s jest indukcyjnością zastępczą, uwzględniającą indukcyjność własną uzwojenia fazowego oraz wpływ indukcyjności wzajemnej i prądów płynących w fazach o liczbie porządkowej różnej od k .

W wielu rozważaniach, przy opisie silnika, wygodnie jest wprowadzić zastępczy obwód prądu stałego, w którym siłę elektromotoryczną zastępczego obwodu prądu stałego i moment elektromagnetyczny można opisać za pomocą zależności:

$$E_d = 2K_{fp} \omega \quad (4)$$

oraz

$$M_e = 2K_{fp} I_d \quad (5)$$

W stanie ustalonym prędkość idealnego silnika PM BLDC o pomijalnej indukcyjności jest określona zależnością:

$$\omega = \frac{U_d - \frac{R_d}{2K_{fp}} M_e}{2K_{fp}} \quad (6)$$

3. Tętnienia komutacyjne momentu

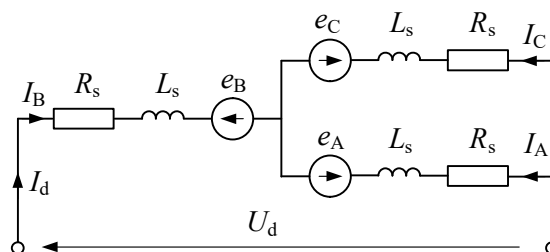
Moment elektromagnetyczny rozwijany przez silnik może zawierać składowe tętniące spowodowane:

- nacięciem zasilającym,
- odkształceniami napięcia fazowego lub fazowych sił elektromotorycznych,
- modulacją PWM w komutatorze elektronicznym,
- komutacją.

Tematem rozważań są tętnienia komutacyjne, w związku z tym w dalszych rozważaniach, pominięto tętnienia wywołane odkształceniami napięć, sił elektromotorycznych i modulacją. W czasie komutacji następuje zwarcie zacisków wejściowych silnika i zmiana połączeń uzwojeń. Przeprowadzono analizę przebiegów prądów i momentów dla jednego taktu pracy komutatora elektronicznego, o okresie wynikającym z zależności:

$$T_s = \frac{2\pi}{\omega_s} = \frac{2\pi p m}{\omega} \quad (7)$$

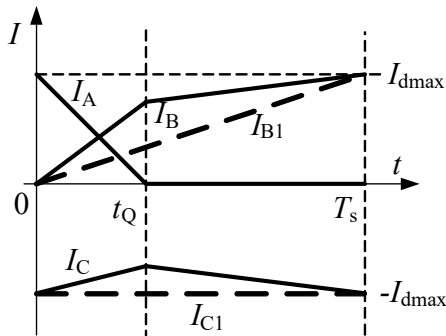
przy czym analizę rozpoczęto dla chwili przełączenia tranzystorów.



Rys. 2. Schemat połączeń silnika w czasie komutacji po wyłączeniu tranzystora T_1 w fazie A i załączeniu tranzystora T_3 w fazie B

Schemat połączeń układu bezpośrednio po załączeniu tranzystora w fazie B przedstawiono na rys. 2. W chwili poprzedzającej przełączenie

(rys. 1) przewodzą tranzystory T_1 (faza A) i T_6 (faza C). Równoczesne załączenie tranzystora T_3 fazy B i wyłączenie tranzystora T_1 fazy A powoduje, że prąd fazy A przejmuje dioda D_2 i następuje rozładowanie energii zmagazynowanej w uzwojeniu fazy A, przy równoczesnym wzroście energii magazynowanej w uzwojeniu fazy B. Dioda D_2 przestaje przewodzić, gdy prąd wyłączanej fazy (A) zmaleje do zera (rys. 3). Wtedy prąd zaczyna płynąć przez dwie fazy silnika załączone przez tranzystory T_3 oraz T_6 (rys. 1).



Rys. 3. Przebiegi prądów silnika w czasie jednego taktu pracy komutatora elektronicznego przy załączaniu fazy B i wyłączaniu fazy A

W rozważeniach wprowadzono oznaczenia prądów (rys. 3):

$$I_{B1}(t) = \frac{t}{T_s} I_{dmax} \quad (8)$$

oraz

$$I_{C1}(t) = -I_{dmax} \quad (9)$$

które by płynęły, gdyby uzwojenia fazowe nie były połączone. Dla przedziału międzykomutacyjnego warunek „3” można zapisać jako:

$$I_d(t) = -I_C(t) + I_B(t) \approx \frac{-I_{C1}(t) + I_{B1}(t)}{2} \quad (10)$$

Po podstawieniu (8) i (9) do (10) uzyska się:

$$I_d(t) = -I_C(t) + I_B(t) = \frac{I_{dmax}}{2} \left(1 + \frac{t}{T_s} \right) \quad (11)$$

W chwili początkowej dla czasu $t = 0$ prądy silnika wynoszą odpowiednio (rys. 3):

$$\begin{aligned} I_A(t=0) &= I_{dmax} \\ I_B(t=0) &= 0 \\ I_C(t=0) &= -I_{dmax} \\ I_d(t=0) &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Na końcu analizowanego taktu pracy komutatora elektronicznego dla czasu $t = T_s$ prądy silnika wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned} I_A(t=T_s) &= 0 \\ I_B(t=T_s) &= I_{dmax} \\ I_C(t=T_s) &= -I_{dmax} \\ I_d(t=T_s) &= I_{dmax} \end{aligned} \quad (13)$$

Prąd fazy A (wyłączanej) maleje w czasie komutacji i w chwili zakończenia komutacji dla czasu t_Q przyjmuje wartość równą zero, czyli zachodzi:

$$I_A(t=t_Q) = 0 \quad (14)$$

Prądy faz B i C oraz prąd źródła są natomiast równe i określone zależnością:

$$I_d(t_Q) = -I_C(t_Q) - I_B(t_Q) = \frac{I_{dmax}}{2} \left(1 + \frac{t_Q}{T_s} \right) \quad (15)$$

Momenty elektromagnetyczne wywoływane przez prądy płynące w poszczególnych uzwojeniach fazowych są opisane zależnością ogólną (2). Dla trapezowego kształtu siły elektromotorycznej fazowy współczynnik wzbudzenia dla fazy B i C jest stały i wynosi K_{fp} lub $-K_{fp}$. Korzystając z tych wartości współczynnika wzbudzenia można momenty elektromagnetyczne wytwarzane przez poszczególne fazy oraz moment całkowity silnika opisać zależnościami w charakterystycznych punktach przebiegu (rys. 3) i tak:

- dla czasu $t = 0$:

$$\begin{aligned} M_{eA}(0) &= K_{fp} I_A(0) = K_{fp} I_{dmax} = \frac{1}{2} M_{emax} \\ M_{eB}(0) &= K_{fp} I_B(0) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$M_{eC}(0) = -K_{fp} I_C(0) = K_{fp} I_{dmax} = \frac{1}{2} M_{emax}$$

moment całkowity silnika opisuje zależność:

$$\begin{aligned} M_e(0) &= M_{eA}(0) + M_{eC}(0) \\ &= 2K_{fp} I_{dmax} = M_{emax} \end{aligned} \quad (17)$$

- dla czasu, w którym kończy się komutacja $t = t_Q$ momenty wynoszą:

$$\begin{aligned}
 M_{eA}(t_Q) &= K_{fp} I_A(t_Q) = 0 \\
 M_{eB}(t_Q) &= K_{fp} I_B(t_Q) = K_{fp} \frac{I_{dmax}}{2} \left(1 + \frac{t_Q}{T_s}\right) \\
 &= \frac{1}{4} M_{e max} \left(1 + \frac{t_Q}{T_s}\right) \\
 M_{eC}(t_Q) &= -K_{fp} I_C(t_Q) = K_{fp} \frac{I_{dmax}}{2} \left(1 + \frac{t_Q}{T_s}\right) \\
 &= \frac{1}{4} M_{e max} \left(1 + \frac{t_Q}{T_s}\right)
 \end{aligned} \quad (18)$$

a moment całkowity jest równy:

$$\begin{aligned}
 M_e(t_Q) &= M_{eB}(t_Q) + M_{eC}(t_Q) \\
 &= 2K_{fp} \frac{I_{dmax}}{2} \left(1 + \frac{t_Q}{T_s}\right) = \frac{1}{2} M_{e max} \left(1 + \frac{t_Q}{T_s}\right)
 \end{aligned} \quad (19)$$

- na końcu analizowanego okresu $t = T_s$ momenty wynoszą:

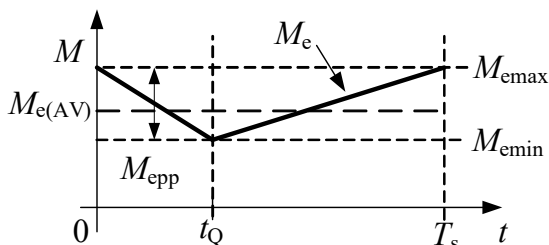
$$\begin{aligned}
 M_{eA}(T_s) &= K_{fp} I_A(T_s) = 0 \\
 M_{eB}(T_s) &= K_{fp} I_B(T_s) = K_{fp} I_{dmax} = \frac{1}{2} M_{e max} \\
 M_{eC}(T_s) &= -K_{fp} I_C(T_s) = K_{fp} I_{dmax} = \frac{1}{2} M_{e max}
 \end{aligned} \quad (20)$$

a moment wytwarzany przez silnik wynosi:

$$\begin{aligned}
 M_e(T_s) &= M_{eB}(T_s) + M_{eC}(T_s) \\
 &= 2K_{fp} I_{dmax} = M_{e max}
 \end{aligned} \quad (21)$$

Korzystając z zależności (17), (19) oraz (21) aproksymowano przebieg momentu elektromagnetycznego silnika (rys. 4) zależnością:

$$M_e(t) = \begin{cases} \frac{M_{e max}}{2} \left(2 - \frac{t}{t_Q} + \frac{t}{T_s}\right) & \text{dla } 0 < t < t_Q \\ \frac{M_{e max}}{2} \left(1 + \frac{t}{T_s}\right) & \text{dla } t_Q \leq t < T_s \end{cases} \quad (22)$$



Rys. 4. Przebieg momentu elektromagnetycznego silnika aproksymowany liniowo w czasie jednego taktu pracy komutatora elektronicznego

W momencie elektromagnetycznym silnika można wyróżnić składową stałą:

$$M_{e(AV)} = M_{e max} \left(\frac{3}{4} + \frac{t_Q}{4T_s} \right) \quad (23)$$

oraz składową przemienną o wartości międzyszczytowej:

$$M_{epp} = \frac{M_{e max}}{2} \left(1 - \frac{t_Q}{T_s} \right) \quad (24)$$

Istotny wpływ na tętnienia momentu ma iloraz czasu komutacji t_Q i okresu taktowania komutatora elektronicznego T_s . Iloraz ten, oznaczany jako:

$$t_{Q*} = \frac{t_Q}{T_s} \quad (25)$$

można wyznaczyć łącząc zależność (23):

$$t_Q = \frac{L_d I_{d(AV)}}{U_d} \quad (26)$$

opisującą czas komutacji oraz zależności opisujące siłę elektromotoryczną (4) oraz moment elektromagnetyczny (5). Po podstawieniu i przekształceniu uzyska się:

$$t_{Q*} = \frac{pmL_d}{8\pi K_{fp}^2} M_e \quad (27)$$

Zależności (12) – (24) obowiązują dla czasów komutacji nie większych od połowy okresu taktowania komutatora elektronicznego, czyli gdy zachodzi:

$$t_Q \leq \frac{T_s}{2} \quad (28)$$

Dla czasów komutacji większych od połowy okresu taktowania komutatora elektronicznego, czyli gdy zachodzi:

$$t_Q > \frac{T_s}{2} \quad (29)$$

a czas jest większy od połowy okresu taktowania komutatora elektronicznego czyli, gdy dodatkowo zachodzi:

$$t > \frac{T_s}{2} \quad (30)$$

wpływ momentu pochodzącego od prądu fazy wyłączanej na całkowity moment elektromagnetyczny jest nieznaczny. Spowodowane to jest małymi wartościami współczynnika wzbudzenia dla fazy A oraz małymi wartościami prądu fazy A dla czasów spełniających warunek (30).

W tej sytuacji przebiegi momentu wywołanego prądem uzwojenia fazy A i całkowitego momentu elektromagnetycznego w przypadku spełnienia warunku (30) przybierają postać:

$$M_{eA}(t) = \begin{cases} \frac{M_{emax}}{2} \left(1 - \frac{2t}{T_s}\right) & \text{dla } 0 < t < \frac{T_s}{2} \\ 0 & \text{dla } \frac{T_s}{2} \leq t < T_s \end{cases} \quad (31)$$

oraz:

$$M_e(t) = \begin{cases} \frac{M_{emax}}{2} \left(1 - \frac{t}{2T_s}\right) & \text{dla } 0 < t < t_Q \\ \frac{M_{emax}}{2} \left(1 + \frac{t}{T_s}\right) & \text{dla } t_Q \leq t < T_s \end{cases} \quad (32)$$

Wartość składowej stałej momentu i wartość międzyszczytowa momentu elektromagnetycznego silnika, gdy czas i czas komutacji spełniają zależność (29) i (30) są opisane zależnościami:

$$M_{e(AV)} = \frac{7}{8} M_{emax} \quad (33)$$

oraz:

$$M_{epp} = \frac{1}{4} M_{emax} \quad (34)$$

Dla czasu komutacji spełniającego warunek (28) wyznaczono, korzystając z zależności (23), (24) oraz (25), zależność pomiędzy wartością międzyszczytową, a wartością średnią momentu i uzyskano:

$$\frac{M_{epp}}{M_{e(AV)}} = \begin{cases} \frac{\frac{M_{emax}}{2} \left(1 - \frac{t_Q}{T_s}\right)}{M_{emax} \left(\frac{3}{4} + \frac{t_Q}{4T_s}\right)} & \text{dla } t_Q \leq \frac{T_s}{2} \\ \frac{2}{7} & \text{dla } t_Q > \frac{T_s}{2} \end{cases} \quad (35)$$

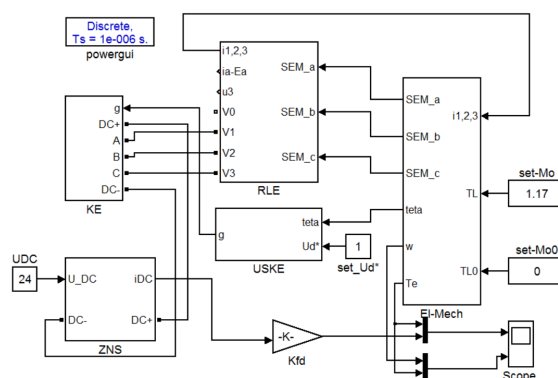
Po uwzględnieniu wzoru (25) zależność (35) można zapisać jako:

$$\frac{M_{epp}}{M_{e(AV)}} = \begin{cases} \frac{2(1-t_{Q*})}{3+t_{Q*}} & \text{dla } t_Q \leq \frac{T_s}{2} \\ \frac{2}{7} & \text{dla } t_Q > \frac{T_s}{2} \end{cases} \quad (36)$$

4. Badania symulacyjne

Badania symulacyjne wykonano na modelu komputerowym wykonanym dla oprogramowania Matlab/Simulink. Schemat blokowy modelu przedstawiono na rys. 5. Poszczególne bloki oznaczają: ZNS – sterowany zasilacz napięcia stałego; KE – komutator elektroniczny; RLE – obwód główny silnika, zawierający elementy RL oraz uwzględniający SEM; USKE – układ sterowania komutatorem elektronicznym (regulacja PWM); EL-Mech – blok przetwarzania wielkości elektrycznych na mechaniczne.

W badaniach wykorzystano silnik o parametrach: $U_n = 24 \text{ V}$, $R_s = 20 \text{ m}\Omega$, $p = 4$, $P_n = 431 \text{ W}$, $M_n = 1,09 \text{ N.m}$, $L_s = 0,125 \text{ mH}$, $J_M = 43,7 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$, $M_{los} = 0,08 \text{ N.m}$, $K_m = 52 \text{ mN.m/A}$, $K_{\phi} = 26 \text{ mV.s/rad}$. Dane te w pewnym przybliżeniu odpowiadają danym katalogowym silnika BG75x50 firmy Dunkermotoren.

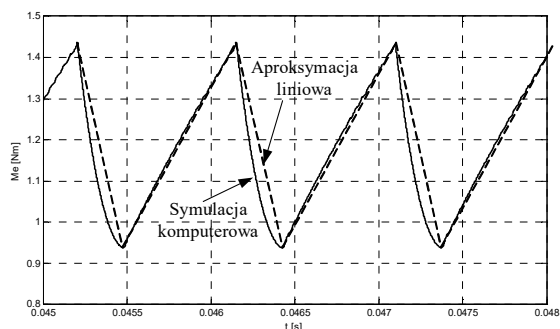


Rys. 5. Schemat blokowy modelu komputerowego badanego silnika PM BLDC

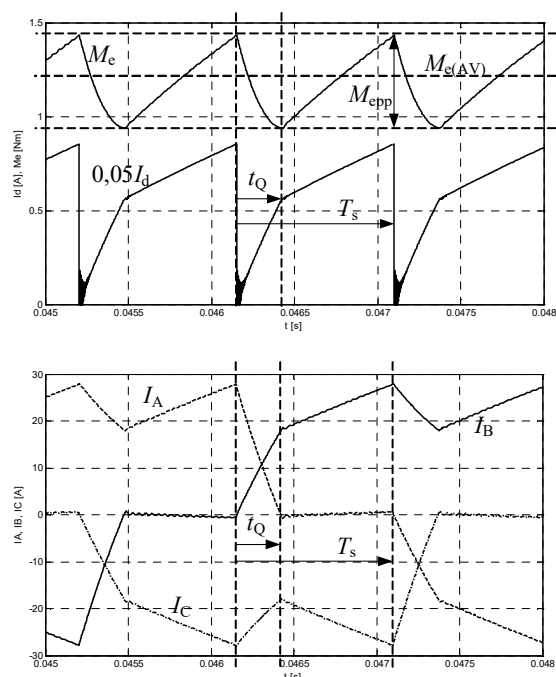
Tabela 1. Wyniki obliczeń teoretycznych i symulacyjnych wykonanych dla warunków znamionowych

	Wielkość	Obliczenia	Symulacja
$M_L = 0,5 M_N$	t_Q / T_s	0,16	0,16
	$M_{epp} / M_{e(AV)}$	0,53	0,55
$M_L = M_N$	t_Q / T_s	0,48	0,48
	$M_{epp} / M_{e(AV)}$	0,3	0,3

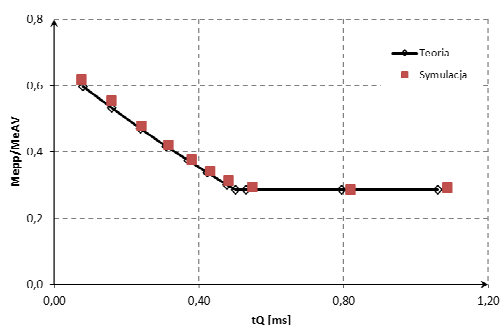
Dla warunków znamionowych zasilania i dwóch przypadków obciążenia zestawiono wyniki ilorazu czasu komutacji i czasu taktowania t_{Q*} oraz zależności pomiędzy wartością średnią i międzyszczytową momentu elektromagnetycznego $M_{epp} / M_{e(AV)}$ w tabeli 1. Na rys. 6 zestawiono przebieg momentu uzyskany w wyniku symulacji z przebiegiem momentu uzyskanym w wyniku aproksymacji liniowej.



Rys. 6. Zestawienie momentu M_e wyznaczonego teoretycznie i symulacyjnie



Rys. 7. Przebiegi silnika PM BLDC zarejestrowane dla warunków znamionowych



Rys. 8. Zależność $M_{epp}/M_{e(AV)} = f(t_Q)$ wyznaczonego teoretycznie i symulacyjnie

Na rys. 7 zamieszczono przebiegi momentu M_e , prądów fazowych i prądu I_d uzyskane w trakcie symulacji komputerowej. Na rys. 8 zestawiono zależności pomiędzy wartością międzyszczytową a wartością średnią momentu wyznaczone

symulacyjnie i obliczeniowo w funkcji czasu komutacji.

5. Podsumowanie i wnioski

W artykule przedstawiono prostą oryginalną metodę określania tętnień komutacyjnych momentu elektromagnetycznego silnika PM BLDC pojawiających się w chwilach przełączania tranzystorów komutatora elektronicznego. Badania symulacyjne wykazały, że mimo przyjęcia daleko posuniętych uproszczeń, obliczona proponowaną metodą wartość momentu międzyszczytowego dość dokładnie opisuje stan faktyczny. Proponuje się poszerzenie badań o badania nad tętnieniami komutacyjnymi prędkości oraz o badania na temat wpływu regulatorów prądu i/lub prędkości na tętnienia komutacyjne.

6. Literatura

- [1]. R. Carlson: „Analysis of torque ripple due to phase commutation in brushless dc machines”, *IEEE Transaction on Industry Applications*, nr 28, no 3, s. 632 – 638, 1992.
- [2]. R. Piwowarczyk, K. Krykowski, J. Hetmańczyk: „Tętnienia prądu zasilającego bezszczotkowy silnik prądu stałego”, *Przegląd Elektrotechniczny*, ISSN 0033-2097, R. 90, nr 6, s. 115-120, 2014.
- [3]. Y. Liu, Z. Q. Zhu and D. Howe: "Commutation-Torque-Ripple Minimization in Direct-Torque-Controlled PM Brushless DC Drives," *IEEE Transactions on Industry Applications*, nr 43, no. 4, s. 1012-1021, 2007.
- [4]. K. Krykowski: „Silniki PM BLDC właściwości, sterowanie, aplikacje”, *Wydawnictwo BTC*, Legonowo 2015.
- [5]. J. R. Hendershot, T J E. Miller: “Design of brushless permanent - magnet motors”, *Magna Physics Publishing and Clarendon Press*, Oxford 1994.
- [6]. Z. Gałuszkiewicz, K. Krykowski, J. Hetmańczyk, A. Skoć: „Rezonans mechaniczny w wysokobrotowym silniku PM BLDC”, *Maszyny Elektryczne - Zeszyty Problemowe*, nr 86, s. 123-128, 2010.
- [7]. J. Zhang, S. Chen, L. Liu: „Research on commutation torque ripple suppression strategy of BLDCM based on iterative learning”, *Computer Modelling & New Technologies*, nr 18(5), s. 288-296, 2014.

Autorzy

mgr inż. Robert Piwowarczyk
 prof. dr hab. inż. Krzysztof Krykowski
 dr inż. Janusz Hetmańczyk
 Politechnika Śląska, Katedra Energoelektroniki,
 Napędu Elektrycznego i Robotyki
 ul. Bolesława Krzywoustego 2, 44-100 Gliwice
 E-mail: Krzysztof.Krykowski@polsl.pl
 Janusz.Hetmanczyk@polsl.pl