

Piotr ŁUKASZEWICZ\*

## **ALGORYTM OBLICZANIA SIŁ LOKALNYCH W KONSTRUKCJACH Z MAGNESAMI TRWAŁYMI**

W pracy przedstawiono algorytm do obliczania sił lokalnych, który polega na podzieleniu analizowanego obiektu na bardzo małe fragmenty. Dla każdego fragmentu obliczana jest siła globalna na niego działająca. Opracowano model testowy (magnes podzielony na fragmenty w pobliżu materiału magnetycznie miękkiego), dla którego wykonano obliczenia. Wyznaczono rozkłady sił wewnątrz magnesu oraz siły działające na elementy otoczenia. Obliczenia wykonano w programie Maxwell, służącym do analizy pola elektromagnetycznego, w którym wykorzystywana jest metoda elementów skończonych. Analizowano dokładność obliczeń oprogramowania, tworząc model, w którym możliwe było obliczenie siły działającej na powietrze. Pokazane zostały także błędy obliczeniowe, otrzymane dla niedokładnej dyskretyzacji modelu.

### **1. WPROWADZENIE**

Jednym z najtrudniejszych do wyeliminowania źródeł drgań silnika elektrycznego są naprężenia pochodzenia elektromagnetycznego. W literaturze światowej najczęściej zadanie wyznaczenia naprężeń elektromechanicznych sprowadza się do wyznaczenia rozkładu sił lokalnych, tj. sił działających na większe lub mniejsze fragmenty rdzenia. W związku z tym przy wyznaczaniu drgań i naprężeń bardzo istotnym jest odpowiednio dokładne obliczenie rozkładu sił lokalnych [2, 5]. W opracowaniu zaproponowano i przebadano algorytm obliczania rozkładu sił lokalnych, w którym magnes (lub np. rdzeń maszyny) dzieli się na bardzo małe fragmenty (części). Dla każdej z części liczona jest siła globalna. Z uwagi na to, że fragmenty są dużo mniejsze od podzespołu, można przyjąć, że siły lokalne w podzespole mają rozkład odpowiadający siłom działającym na poszczególne fragmenty.

Obecnie do wyznaczania sił lokalnych wykorzystuje się powszechnie oprogramowanie metody elementów skończonych. Stosuje się dostępne programy komercyjne np. Maxwell, Infolytica, Comsol. Autor opracowania postanowił zastosować program Maxwell wchodzący w skład pakietu Ansys. Najpierw analizowano dokładność programu, sprawdzano jaki jest błąd obliczenia zerowej siły działającej na pustą przestrzeń. Następnie obliczono rozkłady sił lokalnych w modelu testowym.

---

\* Politechnika Poznańska.

## 2. METODA OBLICZANIA SIŁ W STRUKTURACH Z MAGNESAMI

Do obliczenia siła działających na obiekty znajdujące się w polu elektromagnetycznym stosuje się zasadę prac wirtualnych. Istota metody jest wyznaczenie pochodnej energii (lub koenergii) względem wirtualnego przesunięcia. Wyznaczona w ten sposób wartość odpowiada szukanej wartości siły. Dla układów z polem magnetostatycznym, koenergię można wyrazić następująco:

$$W = \int_V \left( \int_0^H \mathbf{B} d\mathbf{H} \right) dV \quad (1)$$

gdzie:  $\mathbf{B}$  – wektor indukcji magnetycznej,  $\mathbf{H}$  – wektor natężenia pola magnetycznego,  $V$  – objętość, stąd wyrażenie na siłę przyjmuje postać:

$$\mathbf{F} = \frac{dW(s)}{ds} = \frac{\partial}{\partial s} \left[ \int_V \left( \int_0^H \mathbf{B} d\mathbf{H} \right) dV \right] \quad (2)$$

w którym:  $s$  – wirtualne przesunięcie analizowanego obiektu w zadanym kierunku. Należy zaznaczyć, że obiekt, dla którego liczona jest siła, musi być otoczony pustą przestrzenią, aby możliwe było wirtualne przesunięcie [1, 4].

W przypadku analizy pola magnetycznego metoda elementów skończonych, do wyznaczenia sił, można zastosować następujący algorytm:

- obliczenie wartości pola magnetycznego w węzłach siatki
- określenie pochodnych współrzędnych węzłów (należących do obiektu dla którego liczona jest siła) względem wirtualnego przemieszczenia
- wyznaczenie pochodnej energii dla każdego elementu (na podstawie pochodnej współrzędnych), a następnie ich zsumowanie [1].

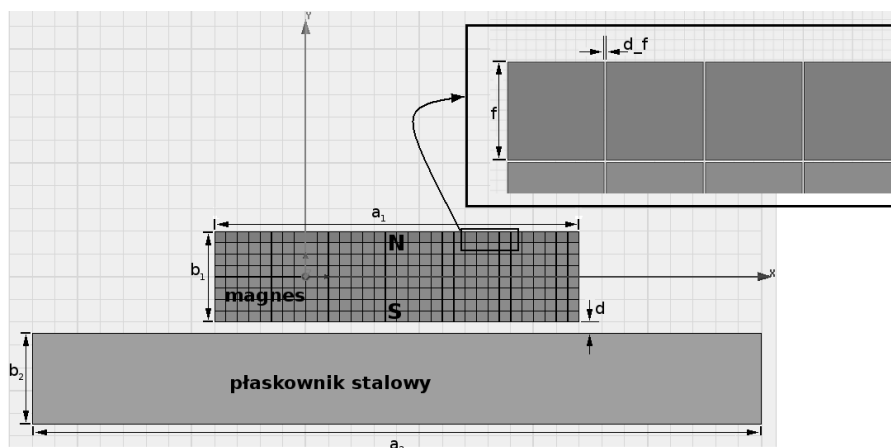
## 3. OPIS MODELU TESTOWEGO

Rozpatrywano układy z polem dwuwymiarowym. Wyjściowy układ 2D, który wykorzystano do przeprowadzenia badań testujących, pokazano na rys.1. Układ składa się z magnesu o przekroju 4 mm x 16 mm i parametrach materiałowych:  $\mu_r = 1,05$ ,  $H_c = 955$  kA/m,  $B_r = 1,26$  T oraz płaskownika stalowego o przekroju 4 mm x 32 mm. Odległość między tymi elementami wynosi 0,5 mm. Magnes podzielono na 256 równych fragmentów kwadratowych o długości boku równej 0,49 mm. Pomiędzy wszystkimi kwadratami utworzono szczelinę powietrzną o grubości 0,01 mm. Magnes namagnesowany jest w kierunku osi  $y$ .

Poszczególne fragmenty magnesu oznaczono  $p_{i,j}$ , gdzie  $i$  – to nr wiersza, a  $j$  – nr kolumny, w którym znajduje się fragment. Magnes podzielono na 8 wierszy i 32 kolumny. Fragment  $p_{1,1}$  znajduje się w lewym dolnym rogu.

Obliczenia wykonano w programie Maxwell. W pierwszym kroku wyznaczone są wartości pola elektromagnetycznego, a następnie obliczana jest siła działająca

na elementy modelu. Siła obliczana jest metodą prac wirtualnych zaimplementowaną w programie Maxwell z myślą o wyznaczaniu sił globalnych. Założono, że siły działające na fragmenty magnesu reprezentują siły lokalne w całym „dużym” magnecie. Z uwagi na charakter zastosowanej metody, wprowadzenie szczeliny powietrznej pomiędzy małymi fragmentami magnesu jest ważne, pozwala uniknąć błędów obliczania sił.



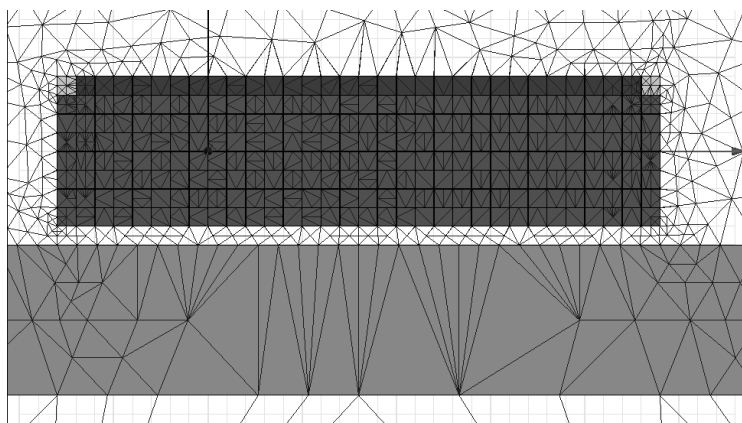
Rys. 1. Struktura modelu bazowego rozpatrywanego układu

#### 4. SPRAWDZANIE DOKŁADNOŚCI OBLICZEŃ

W celu sprawdzenia dokładności obliczeń programu Maxwell rozpatrzono układ testowy pokazany na rys. 2. Przyjęto, że narożne obszary magnesu są wypełnione powietrzem. Obliczono siły działające na te fragmenty. Weryfikacja dokładności oprogramowania polegała na sprawdzeniu jak bardzo różni się od zera obliczona siła, dla różnych stopni gęstości siatki dyskretyzującej. Pierwsze obliczenia wykonano dla domyślnych ustawień *Analizy*. Wygenerowaną przez program siatkę dyskretyzującą przedstawiono na rys. 2. Siły działające na fragmenty  $p_{8,1}$  i  $p_{8,32}$  wynosiły odpowiednio 6,3 N/m i 6,1 N/m. Tak duży błąd (wartości sił) uznano za niedopuszczalny. W kolejnych obliczeniach zmieniano takie parametry *Analizy* jak: *Percent Error* oraz *Refinement Per Pass*. Ustalono, że obliczenia będą uznane za dokładne jeżeli wartość siły działającej na powietrze będzie na poziomie 0,001 N/m.

W tabeli 1 zestawiono otrzymane wartości sił działających na narożne fragmenty ( $F_{p_{8,1}}$ ,  $F_{p_{8,32}}$ ), siłę działającą na płaskownik ( $F_{Fe}$ ) oraz liczbę elementów siatki ( $n_{el}$ ) dla różnych wartości parametru *Percent Error*. Jak widać narzucenie mniejszego błędu powoduje, że siły w narożach są coraz bliższe zera. Wyniki

uzyskane dla błędu równego 0,0001 % są wystarczająco dobre i dla takiej wartości przeprowadzono kolejne testy.



Rys. 2. Siatka dyskretyzująca wygenerowana przy domyślnych ustawieniach *Analizy*

W następnym kroku zmieniano wartość parametru *Refinement Per Pass*, który określa w jak dużym stopniu (o ile procent) ma być modyfikowana siatka w kolejnych iteracjach [3]. Otrzymane wyniki pokazano w tabeli 2. Zwiększenie wartości parametru, skutkuje dokładniejszymi wynikami oraz większą liczbą elementów siatki. Wystarczającą dokładność otrzymano dla wartości parametru równej 15 %.

Tabela 1. Wyniki dokładności obliczeń dla różnych wartości parametru *Percent Error*

<i>Percent Error</i> [%]	$F_{p_{8,1}}$ [N/m]	$F_{p_{8,1}}$ [N/m]	$F_{Fe}$ [N/m]	$n_{el}$
0,1	6,311500	6,099400	1152,6	4060
0,01	0,723700	0,888100	1152,8	32555
0,001	0,022763	0,019400	1152,8	75363
0,0001	0,000722	0,001035	1152,6	174340
0,00001	0,000206	0,000542	1152,6	230587

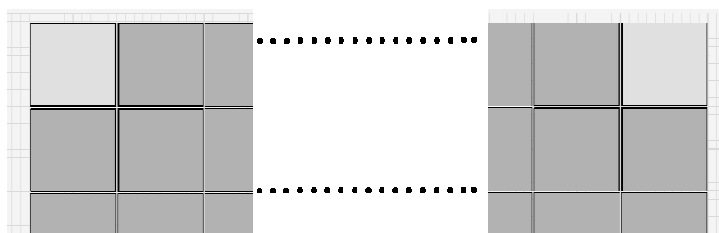
Tabela 2. Wyniki dokładności obliczeń dla różnych wartości parametru *Refinement Per Pass*

<i>Refinement Per Pass</i> [%]	$F_{p_{8,1}}$ [N/m]	$F_{p_{8,1}}$ [N/m]	$F_{Fe}$ [N/m]	$n_{el}$
5	0,001146	0,002764	1152,6	132155
10	0,001011	0,002031	1152,6	141236
15	0,000722	0,001035	1152,6	174340
20	0,000608	0,001213	1152,7	177112
25	0,000319	0,000900	1152,8	186806
30	0,000166	0,000176	1152,6	258400

W celu dalszego zwiększenia dokładności obliczeń narzucono dodatkowe wytyczne dotyczące tworzenia siatki. Zaproponowano trzy warianty:

- krawędzie elementów siatki, które mają swoje węzły na wybranych bokach fragmentów  $p_{7,1-2}$  i  $31-32$  oraz  $p_{8,1-2}$  i  $31-32$  (rys. 3), nie mogą być dłuższe niż 0,02 mm,
- krawędzie elementów siatki, które mają swoje węzły na obwodzie fragmentów  $p_{6,1}$  i  $32$ ,  $p_{7,1-2}$  i  $31-32$  oraz  $p_{8,1-3}$  i  $30-32$ , nie mogą być dłuższe niż 0,02 mm,
- krawędzie elementów siatki, które mają swoje węzły na obwodzie fragmentów  $p_{6,1-3}$  i  $30-32$ ,  $p_{7,1-3}$  i  $30-32$  oraz  $p_{8,2-3}$  i  $30-31$ , nie mogą być dłuższe niż 0,07 mm, natomiast na obwodzie fragmentów narożnych ( $p_{8,1}$  i  $32$ ) nie mogą być dłuższe niż 0,02 mm.

Przeanalizowano także przypadki dla *Percent Error* równe 0,001 %, W tabeli 3 zebrano otrzymane wyniki. Dla wszystkich przypadków, w których zagęszczono siatkę, siły działające na fragmenty powietrza są mniejsze. Za najlepszy, z pokazanych wariantów zagęszczania siatki w częściach modelu, uznano wariant (a). Liczba elementów w tym wariantcie jest mniejsza niż w pozostałych, a dokładność podobna.

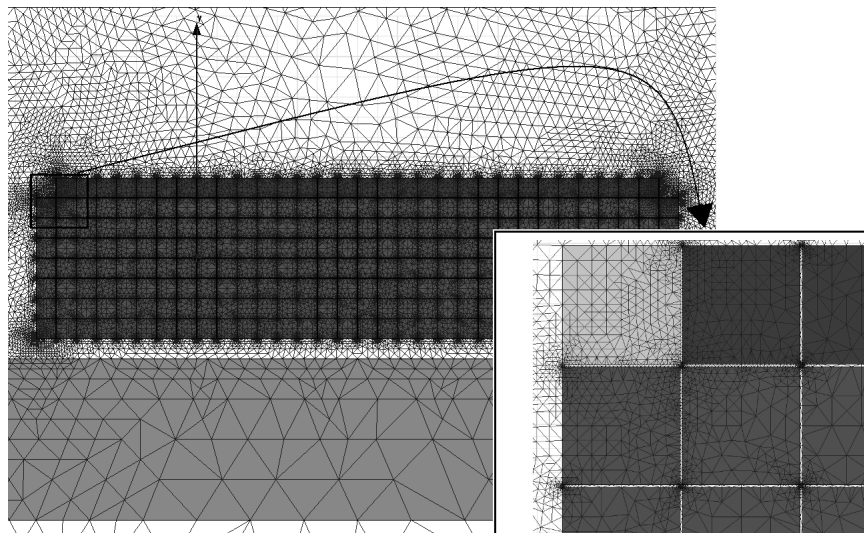


Rys. 3. Oznaczenie wybranych boków dla zagęszczenia siatki wg wariantu (a)

Tabela 3. Wyniki dokładności obliczeń dla dodatkowych wytycznych dyskretyzacji siatki

Wytyczne dyskretyzacji	<i>Percent Error</i> [%]	$F_{p_{8,1}}$ [N/m]	$F_{p_{8,1}}$ [N/m]	$F_{Fe}$ [N/m]	$n_{el}$
brak	0,001	0,022763	0,019400	1152,8	75 363
	0,0001	0,000722	0,001035	1152,6	174 340
wariant (a)	0,001	0,001440	0,002088	1153	113 943
	0,0001	0,000295	0,000558	1152,6	177 314
wariant (b)	0,001	0,051989	0,002562	1152,8	92 866
	0,0001	0,000587	0,000569	1152,8	181 810
wariant (c)	0,001	0,002085	0,001583	1152,8	90 780
	0,0001	0,000271	0,000710	1152,7	180 150

W dalszych badaniach posługiwano się modelem, w którym dokonywano zagęszczenia siatki wg wariantu (a), natomiast parametry *Analizy* były ustawiono następująco: *Percent Error* – 0,0001 %, *Refinement Per Pass* – 15 %. Na rys. 4 pokazano siatkę dyskretyzującą, którą wygenerował program dla powyższych parametrów.



Rys. 4. Siatka dyskretyzująca wygenerowana przy ustawieniach gwarantujących dobrą dokładność

## 5. WYNIKI OBLICZEŃ TESTOWYCH

W tabeli 5 pokazano obliczone wartości sił dla połowy fragmentów magnesu (dla drugiej połowy wartości są identyczne) w modelu bazowym. Siła działająca na płaskownik wynosiła 1155 N/m. Wartość w górnej części każdej komórki tabeli to moduł wektora siły w N/m, a w dolnej to kąt w stopniach jaki tworzy ten wektor z osią  $x$ . Największe wartości siły występują we fragmentach zewnętrznych, na fragmenty narożne działa siła nawet 100 razy większa niż na fragmenty środkowe. Interesujący jest fakt, że wszystkie fragmenty pierwszego wiersza są przyciągane w kierunku magnesu (kąt dodatni), natomiast w pozostałych wierszach fragmenty środkowe są przyciągane w kierunku stali (kąt ujemny).

Drugim modelem, dla którego dokonano obliczeń, był model, który wykorzystano do sprawdzenia dokładności obliczeń. Wyznaczone wartości sił zestawiono w tabeli 6. Zaburzenie struktury magnesu zmienia rozkład sił tylko w kilkunastu fragmentach. Największe siły działają na fragmenty znajdujące się w bezpośrednim sąsiedztwie fragmentu powietrznego. Siła działająca na fragment  $p_{7,2}$  zmieniła zwrot o prawie  $180^\circ$ . W tym przypadku obliczono także błąd w wyznaczaniu sił dla modelu o strukturze siatki pokazanej na rys. 2. Wykorzystano następującą zależność:

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{|Fp_{i,j} - F2p_{i,j}|}{Fp_{i,j}} 100\% \quad (3)$$

gdzie:  $F2p_{i,j}$  – wartość siły działająca na fragment  $p_{i,j}$  obliczona dla dyskretyzacji wg rys 2. Wyznaczone wartości błędów zestawiono w tabeli 7.

Tabela 5. Wartości sił działające na poszczególne fragmenty magnesu – model bazowy

i	Fp <sub>i,1</sub> kąt	Fp <sub>i,2</sub> kąt	Fp <sub>i,3</sub> kąt	Fp <sub>i,4</sub> kąt	Fp <sub>i,5</sub> kąt	Fp <sub>i,6</sub> kąt	Fp <sub>i,7</sub> kąt	Fp <sub>i,8</sub> kąt	Fp <sub>i,9</sub> kąt	Fp <sub>i,10</sub> kąt	Fp <sub>i,11</sub> kąt	Fp <sub>i,12</sub> kąt	Fp <sub>i,13</sub> kąt	Fp <sub>i,14</sub> kąt	Fp <sub>i,15</sub> kąt	Fp <sub>i,16</sub> kąt
8	<b>141,3</b> -138	<b>59,04</b> -114	<b>36,49</b> -110	<b>25,99</b> -109	<b>19,97</b> -109	<b>16,11</b> -109	<b>13,47</b> -108	<b>11,58</b> -108	<b>10,18</b> -106	9,12 -105	8,31 -103	7,69 -102	7,23 -99	6,89 -97	6,68 -94	6,57 -91
7	<b>62,38</b> -165	<b>45,23</b> -142	<b>32,05</b> -132	<b>23,57</b> -127	<b>18,07</b> -124	<b>14,38</b> -122	<b>11,78</b> -121	9,89 -119	8,48 -117	7,39 -115	6,56 -112	5,9 -109	5,41 -106	5,05 -102	4,81 -97	4,7 -92
6	<b>43,18</b> -173	<b>35,49</b> -158	<b>27,92</b> -149	<b>21,6</b> -143	<b>16,95</b> -138	<b>13,63</b> -134	<b>11,22</b> -131	9,42 -128	8,06 -125	7,01 -122	6,17 -119	5,51 -115	5 -111	4,62 -105	4,37 -100	4,24 -93
5	<b>35,8</b> -177	<b>30,22</b> -169	<b>24,63</b> -163	<b>19,5</b> -157	<b>15,52</b> -151	<b>12,6</b> -146	<b>10,45</b> -142	8,83 -138	7,55 -134	6,54 -130	5,72 -126	5,05 -121	4,52 -116	4,12 -110	3,85 -102	3,71 -94
4	<b>33,76</b> 180	<b>28,02</b> -180	<b>22,42</b> -176	<b>17,53</b> -171	<b>13,94</b> -164	<b>11,41</b> -158	9,56 -152	8,15 -147	7,01 -143	6,06 -138	5,25 -134	4,57 -129	4,02 -123	3,58 -115	3,28 -106	3,12 -95
3	<b>36,62</b> 175	<b>28,44</b> 167	<b>20,93</b> 167	<b>15,52</b> 174	<b>12,2</b> -177	<b>10,12</b> -168	8,64 -161	7,47 -156	6,46 -151	5,58 -147	4,8 -143	4,11 -137	3,51 -131	3,03 -122	2,67 -111	2,48 -97
2	<b>49,78</b> 165	<b>32</b> 145	<b>19,36</b> 145	<b>12,97</b> 157	<b>10,15</b> 171	8,74 -177	7,75 -170	6,85 -164	5,99 -160	5,18 -156	4,41 -152	3,7 -147	3,05 -141	2,5 -132	2,06 -119	1,82 -100
1	<b>121,4</b> 132	<b>39,41</b> 104	<b>17,36</b> 110	<b>10,2</b> 132	8,32 154	7,66 166	7,04 172	6,32 175	5,54 176	4,74 177	3,95 176	3,18 174	2,45 172	1,76 167	1,1 158	0,54 129

Tabela 6. Wartości sił działające na poszczególne fragmenty magnesu – drugi model

i	Fp <sub>i,1</sub> kąt	Fp <sub>i,2</sub> kąt	Fp <sub>i,3</sub> kąt	Fp <sub>i,4</sub> kąt	Fp <sub>i,5</sub> kąt	Fp <sub>i,6</sub> kąt	Fp <sub>i,7</sub> kąt	Fp <sub>i,8</sub> kąt	Fp <sub>i,9</sub> kąt	Fp <sub>i,10</sub> kąt	Fp <sub>i,11</sub> kąt	Fp <sub>i,12</sub> kąt	Fp <sub>i,13</sub> kąt	Fp <sub>i,14</sub> kąt	Fp <sub>i,15</sub> kąt	Fp <sub>i,16</sub> kąt
8	0,00 86	<b>187</b> -165	<b>47,6</b> -134	<b>28,6</b> -121	<b>20,9</b> -116	<b>16,5</b> -113	<b>13,7</b> -111	<b>11,7</b> -110	<b>10,3</b> -108	9,2 -106	8,3 -104	7,7 -102	7,2 -100	6,9 -97	6,7 -94	6,6 -91
7	<b>185</b> -110	<b>32,9</b> 56	<b>25,5</b> -162	<b>22,2</b> -141	<b>17,8</b> -132	<b>14,3</b> -128	<b>11,8</b> -124	9,9 -122	8,49 -119	7,4 -116	6,6 -113	5,9 -110	5,4 -106	5,1 -102	4,8 -97	4,7 -93
6	<b>51</b> -148	<b>24,3</b> -137	<b>20,4</b> -154	<b>18,9</b> -150	<b>15,9</b> -144	<b>13,2</b> -139	<b>11</b> -135	9,31 -131	8 -127	7 -124	6,1 -120	5,5 -116	5 -111	4,6 -106	4,4 -100	4,2 -93
5	<b>36,8</b> -167	<b>26,8</b> -161	<b>20,9</b> -162	<b>17,3</b> -160	<b>14,4</b> -155	<b>12</b> -150	<b>10,1</b> -144	8,63 -140	7,43 -136	6,5 -132	5,7 -127	5 -122	4,5 -117	4,1 -110	3,8 -102	3,7 -94
4	<b>33,9</b> -176	<b>26,4</b> -176	<b>20,5</b> -175	<b>16,1</b> -172	<b>13</b> -166	<b>10,8</b> -160	9,21 -154	7,92 -149	6,85 -144	5,9 -140	5,2 -135	4,5 -129	4 -123	3,5 -115	3,3 -106	3,1 -96
3	<b>36,5</b> 177	<b>27,5</b> 169	<b>19,8</b> 168	<b>14,6</b> 173	<b>11,5</b> -178	9,63 -170	8,29 -163	7,22 -157	6,3 -153	5,5 -148	4,7 -143	4 -138	3,5 -131	3 -122	2,6 -111	2,5 -97
2	<b>49,6</b> 165	<b>31,3</b> 145	<b>18,7</b> 145	<b>12,4</b> 156	9,63 170	8,32 -179	7,42 -171	6,61 -165	5,82 -161	5 -157	4,3 -153	3,6 -148	3 -141	2,5 -132	2 -119	1,8 -100
1	<b>121,1</b> 132	<b>39</b> 104	<b>17</b> 108	9,85 130	7,95 152	7,32 164	6,76 171	6,11 174	5,38 175	4,6 176	3,9 175	3,1 173	2,4 171	1,7 167	1,1 157	0,6 127

Tabela 7. Wartości błędów w obliczaniu sił dla niedokładnej dyskretyzacji

i	$\epsilon_{i,1}$	$\epsilon_{i,2}$	$\epsilon_{i,3}$	$\epsilon_{i,4}$	$\epsilon_{i,5}$	$\epsilon_{i,6}$	$\epsilon_{i,7}$	$\epsilon_{i,8}$	$\epsilon_{i,9}$	$\epsilon_{i,10}$	$\epsilon_{i,11}$	$\epsilon_{i,12}$	$\epsilon_{i,13}$	$\epsilon_{i,14}$	$\epsilon_{i,15}$	$\epsilon_{i,16}$
8	<b>&gt;500</b>	5,8	1,1	<b>13,2</b>	<b>32,2</b>	<b>69,5</b>	<b>53,8</b>	<b>111</b>	<b>20,9</b>	<b>20</b>	<b>29</b>	<b>191</b>	<b>40</b>	<b>48</b>	<b>59</b>	<b>33</b>
7	4,3	3,5	4,9	2,7	0,3	1,3	0,8	0,1	0,7	0,1	0,3	3,2	8,6	3,7	0,8	2,9
6	3,6	2,8	3,3	0,2	0,2	0,7	1,0	0,7	0,2	0,1	0,2	0,1	2,8	6,2	4,0	0,4
5	2,3	1,8	2,9	0,2	0,2	0,5	0,6	0,2	1,2	2,0	2,2	0,2	2,0	2,8	1,3	0,4
4	7,2	2,3	0,0	0,1	0,3	0,1	0,2	0,6	0,9	0,1	1,0	0,5	0,7	0,1	3,2	0,6
3	0,4	2,4	0,1	0,3	0,1	0,2	0,5	0,9	1,0	0,6	0,1	0,7	2,5	3,6	4,1	0,5
2	2,7	0,2	0,8	0,6	0,7	0,9	0,2	0,6	2,4	0,8	1,3	1,3	3,5	<b>24,2</b>	7,3	4,3
1	2,3	<b>19,2</b>	<b>19</b>	<b>21,6</b>	<b>22,5</b>	<b>19,7</b>	<b>18,3</b>	<b>24,2</b>	6,9	1,1	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>35</b>	<b>235</b>	<b>&gt;500</b>	<b>413</b>

## 6. PODSUMOWANIE

Przedstawiony w artykule algorytm daje możliwość wyznaczenia rozkładu sił lokalnych w magnesie. Metoda może być w prosty sposób zaimplementowana do obliczania rozkładu sił lokalnych w dowolnych częściach maszyn elektrycznych. Można zaobserwować jak zmiana kształtu (np. poprzez uszkodzenie) fragmentu maszyny wpływa na rozkład sił lokalnych w tym fragmencie. Wykorzystanie oprogramowania komercyjnego ułatwia tworzenie modeli różnych maszyn. Jego wadą jest konieczność tworzenia bardzo gęstej siatki dyskretyzującej, pokazanej na rys. 4, niezbędnej dla uzyskania dokładnych wyników. Z tego względu autor zamierza opracować własne procedury obliczeniowe, które pozwolą na dokładne obliczanie sił lokalnych, przy mniejszym stopniu dyskretyzacji.

## LITERATURA

- [1] Coulomb J.L., Meunier G., Finite element implementation of virtual work principle for magnetic or electric force and torque computation, IEEE Trans. Magn., 1984, Vol. 20, No. 5, s. 1894-1896.
- [2] Demenko A., Symulacja dynamicznych stanów pracy maszyn elektrycznych w ujęciu polowym, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1997.
- [3] Getting started with Maxwell: A 2D Magnetostatic Solenoid Problem, Ansys Inc., 2010
- [4] de Medeiros L. H., Reyne G., Meunier G., About the distribution of forces in permanent magnets, IEEE Trans. Magn., 1999, Vol. 35, No. 3, s. 1215-1218.
- [5] Ren Z., Comparison of different force calculation methods in 3D finite element modeling, IEEE Trans. Magn., 1994, Vol. 30, No. 5, s. 3471-3474.

Praca została wykonana w ramach projektu badawczego "Nowa generacja energooszczędnych napędów elektrycznych do pomp i wentylatorów dla górnictwa", realizowanego w ramach badań naukowych dla budowy gospodarki opartej na wiedzy, (POIG.01.01.02-00-113/09). Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej, 2010–2013

## LOCAL FORCES CALCULATION ALGORITHM IN STRUCTURE WITH PERMANENT MAGNETS

In the paper the local force calculation algorithm has been presented. In this method, analyzed object is divided into very small pieces. For each piece a global force is calculated. The test model consist of permanent magnet divided into pieces next to soft magnetic material has been elaborated and calculation has been made. In this paper, the results of local force distribution inside permanent magnet have been presented and discussed. The calculations have been performed using Maxwell software, in which finite element method (FEM) is applied. Accuracy of calculations has been verified. For this case the test model has been modified and force acting on air could be computed. Calculation errors obtained for default software settings have been shown.