

**mgr inż. Katarzyna Falkowicz**  
**dr inż. Mirosław Ferdynus**  
**dr hab inż. Hubert Dębski**

Wydział Mechaniczny  
Politechnika Lubelska  
ul. Nadbystrzycka 36, 20-816 Lublin, Polska  
E-mail: [k.falkowicz@pollub.pl](mailto:k.falkowicz@pollub.pl), [m.ferdynus@pollub.pl](mailto:m.ferdynus@pollub.pl), [h.debski@pollub.pl](mailto:h.debski@pollub.pl)

## **Numeryczne badania pracy ściskanych elementów płytowych z wycięciem w zakresie geometrycznie nieliniowym**

**Streszczenie:** Przedmiotem badań są prostokątne płyty z wycięciem o zmiennych parametrach geometrycznych poddane równomiernemu ściskaniu. Płyty podparte przegubowo na krótszych krawędziach wykonano ze stali o wysokich właściwościach wytrzymałościowych. Badania dotyczyły numerycznej analizy MES nieliniowej stateczności konstrukcji znajdujących się w stanie pokrytycznym z wymuszoną postacią wybożenia zapewniającą stateczny charakter pracy konstrukcji. Obliczenia prowadzono w zakresie geometrycznie nieliniowym do uzyskania poziomu granicy plastyczności materiału. Badano wpływ parametrów geometrycznych wycięcia na charakterystykę sprężystą płyty w zakresie obciążeń eksploatacyjnych. Zastosowanym narzędziem numerycznym był program ABAQUS.

**Słowa kluczowe:** konstrukcje cienkościenne, metoda elementów skończonych, analiza numeryczna, cienkościenne elementy sprężyste, stateczność konstrukcji płytowych

### **1. Wprowadzenie**

Konstrukcje cienkościenne należą do kategorii ustrojów nośnych charakteryzujących się wysoką wytrzymałością oraz sztywnością przy jednocześnie niskiej masie własnej. Te cechy decydują o ich szerokim zastosowaniu w przemyśle lotniczym, motoryzacyjnym oraz w konstrukcjach, w których istotną rolę odgrywa masa własna ustroju. Wadą konstrukcji cienkościennych jest możliwość utraty stateczności przy działaniu m.in. obciążeń ściskających czy ścinających [2,3,9,13,21-25,28,29]. Jednakże w przypadku cienkościennych elementów konstrukcyjnych możliwa jest ich praca również po utracie stateczności, pod warunkiem, że pracują w zakresie sprężystym [11,14,21,27]. Ważną cechą tego typu konstrukcji ze względu na ich późniejszą eksploatację jest ich wyjątkowa wrażliwość na niedokładności geometryczne. Stąd wymagana jest wysoka precyzja wykonania w celu zabezpieczenia konstrukcji przed przedwczesną utratą stateczności. Jednolite, cienkie płyty należą do grupy elementów konstrukcyjnych dość tanich w wytwarzaniu, jednak ze względu na niewielką sztywność na zginanie, mogą przenosić stosunkowo nieduże obciążenia. Gdy są ściskane, utrata stateczności następuje przy niewielkim obciążeniu. Znane powszechnie sposoby poprawy nośności płyt poprzez zastosowanie usztywnień czy przetłoczeń, prowadzą do znacznej zmiany postaci konstrukcyjnej oraz niekiedy mogą prowadzić do wzrostu masy ustroju. Istnieje jednak sposób, by znacznie poprawić nośność tego typu konstrukcji a nawet pokusić się o wykorzystanie tego typu struktur cienkościennych nie tylko, jako elementy nośne, ale także jako elementy sprężyste. Idea poprawy nośności polega na wymuszeniu

pracy konstrukcji według wyższej postaci wyboczenia (giętno-skrętnej). Aby poprawić pracę płyty w tejże postaci konieczne jest wykonanie wycięcia oraz niewielkie przemieszczenie pionowych pasów w przeciwną stronę. Przemieszczenie to zostanie zrealizowane w specjalnej ramce - oprawie, tak by przeskok na modę podstawową był niemożliwy. W ten sposób płyta uzyskuje docelową postać charakteryzującą się stateczną pracą w zakresie pokrytycznym.

Zagadnienia stateczności i zachowań pokrytycznych ustrojów płytowych z wszelkiego rodzaju otworami zostały opisane w pracy [19], gdzie można znaleźć bardzo obszerny przegląd literatury dotyczący tego zagadnienia. W tejże pracy jako autora najwcześniejszego opracowania, w ujęciu numerycznym, podaje się Penningtona Vanna [16], który jako pierwszy rozważał zagadnienie stateczności sprężystej jednoosiowo ściskanej płyty z otworem. W artykule przedstawiono wyniki obliczeń MES i porównano je rezultatami badań eksperymentalnych. Najwcześniej analizę zachowania pokrytycznego ustrojów płytowych z otworami podano w pracy [18]. Bardzo duży wkład wnoszą prace [15,17,20,30], gdzie rozważa się stany pokrytyczne oraz nośność graniczną tego typu ustrojów. Nie natrafiono na opracowania, w których badano by ustroje płytowe z otworami i w których próbowano by wymusić deformację ustroju według wyższej giętno- skrętnej postaci.

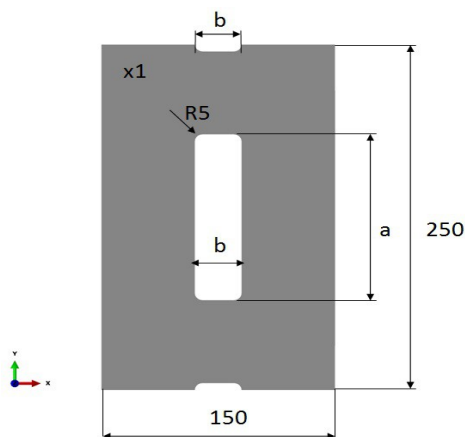
W badanym ustroju wyraźnie konstrukcyjnie wydzielone są pasy pionowe, gdzie element cienkościenny jest ściskany i zginany oraz pasy poziome, gdzie występuje głównie skręcanie. W zależności od tego, jaki obszar zajmują poszczególne strefy, element płytowy uzyskuje odmienną charakterystykę. Ta właściwość może być bardzo istotna w aspekcie eksploatacyjnym, gdyż łatwo można uzyskać elementy o identycznych wymiarach do zabudowy, a krańcowo różnej charakterystyce sztywnościowej.

W konstrukcji maszyn i urządzeń wymagane jest niekiedy zastosowanie elementów zabezpieczających konstrukcję przed zniszczeniem, które jednocześnie charakteryzowałyby się lekkością oraz ściśle określoną charakterystyką pracy. Często też potrzebne są elementy podatne, które trzeba zabudować w prostopadłościenną przestrzeń. W obydwu tych zastosowaniach istnieje możliwość wykorzystania elementów płytowych z wycięciami.

W pracy zajmowano się oryginalną koncepcją płytowego elementu cienkościennego z wycięciem do zastosowania, jako element sprężysty lub nośny. Badano wpływ parametrów geometrycznych wycięcia na charakterystykę pracy konstrukcji w zakresie obciążeń eksploatacyjnych. Badania obejmowały nieliniową analizę numeryczną konstrukcji z wykorzystaniem metody elementów skończonych.

## **2. Przedmiot i zakres badań**

Przedmiot badań stanowiły prostokątne płyty z wycięciami o zmiennych parametrach wykonane ze stali sprężynowej 50HS, dla której przyjęto następujące właściwości materiałowe: moduł Younga  $E=210000\text{MPa}$ , liczba Poissona  $\nu=0.3$ , granica plastyczności  $R_e=1180\text{MPa}$  oraz granica wytrzymałości  $R_m=1320\text{MPa}$ . Dla wszystkich badanych przypadków wymiary gabarytowe płyty były stałe i wynosiły odpowiednio: wysokość płyty  $H=250\text{mm}$ , szerokość płyty  $B=150\text{mm}$  oraz grubość  $g=1\text{mm}$  – rys.1. Analizowane płyty posiadały symetryczne wycięcie znajdujące się w środku płyty, którego wymiary, tj. wysokość  $a$  i szerokość  $b$  stanowiły parametry geometryczne konstrukcji mające decydujący wpływ na charakterystykę układu w stanie obciążonym. Zakres przyjętych parametrów geometrycznych wycięcia wynosił odpowiednio:  $a = 80\div 200\text{mm}$  oraz  $b = 10\div 50\text{mm}$ , co prowadziło do analizy 35 przypadków geometrycznych płyty.



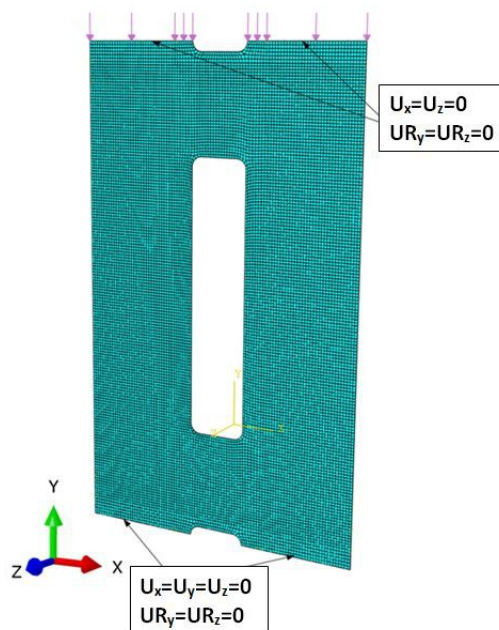
Rys.1. Wymiary geometryczne płyty z wycięciem

Zakres badań obejmował analizę numeryczną zagadnienia nieliniowej stateczności ściskanej równomiernie płyty z wymuszoną wyższą postacią wyboczenia, zapewniającą stateczne zachowanie konstrukcji w zakresie pokrytycznym. Przyjęcie do analizy odpowiedniej postaci wyboczenia możliwe było poprzez zastosowanie w strukturze płyty odpowiedniego wycięcia, którego parametry geometryczne miały bezpośredni wpływ na stateczność oraz pracę konstrukcji w stanach pokrytycznych. Wpływ parametrów geometrycznych wycięcia decydował o charakterze pokrytycznej ścieżki równowagi konstrukcji pracującej w stanie sprężystym. Możliwość takiego kształtowania właściwości sprężystych konstrukcji nabiera istotnego znaczenia zwłaszcza w aspektach eksploatacyjnych, decydujących o zakresie zastosowań tych elementów w różnego rodzaju rozwiązaniach konstrukcyjnych.

Ze względu na występujące w trakcie procesu obciążania konstrukcji duże przemieszczenia, obliczenia numeryczne prowadzono z uwzględnieniem zagadnienia geometrycznie nieliniowego, w którym do rozwiązania układu równań geometrycznie nieliniowych zastosowano przyrostowo-iteracyjną metodę Newtona-Raphsona [1,4,5]. Zastosowanym narzędziem numerycznym był komercyjny pakiet obliczeniowy wykorzystujący metodę elementów skończonych – program ABAQUS® [1].

### 3. Obliczenia numeryczne

Dyskretyzację płyty oparto na czterowęzłowych elementach powłokowych ze zredukowanym całkowaniem typu S8R, posiadających po 6 stopni swobody w każdym węźle. Są to cienkościenne elementy powłokowe w których odkształcenia odpowiadające stanowi błonowemu określone są na podstawie przemieszczeń liniowych, natomiast odkształcenia stanu giętnego opisane są na podstawie przemieszczeń kątowych [1,8]. W analizowanym przypadku wykorzystano elementy z funkcją kształtu drugiego rzędu. Widok ogólny modelu numerycznego konstrukcji przedstawia rys.2.



Rys. 2. Model dyskretny płyty z centralnym wycięciem

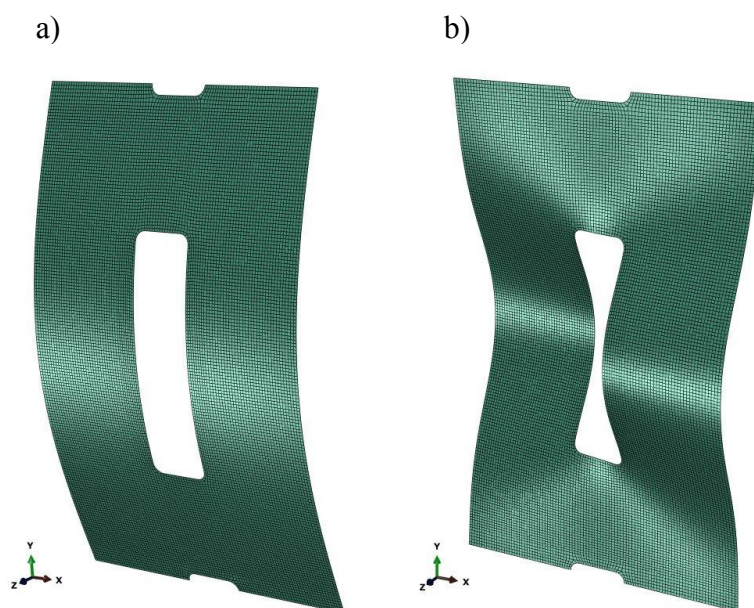
Warunki brzegowe modelu numerycznego odwzorowujące przegubowe podparcie płyty zdefiniowano poprzez zablokowanie kinematycznych stopni swobody węzłów znajdujących się na górnej i dolnej krawędzi płyty. Obciążenie modelu zrealizowano poprzez równomierne obciążenie górnej krawędzi płyty obciążeniem równomiernie rozłożonym.

W obliczeniach przyjęto założenie, że eksploatacyjny zakres pracy elementu sprężystego, nie zmieniający jego pierwotnych charakterystyk sztywnościowych znajduje się poniżej granicy plastyczności materiału. Stąd obliczenia numeryczne prowadzono do momentu osiągnięcia w elementach płyty wartości naprężenia odpowiadającego granicy plastyczności  $R_e=1180$  MPa. Do opisu pracy konstrukcji w zakresie eksploatacyjnym zdefiniowano model materiału o charakterystyce liniowo-sprężystej.

Obliczenia numeryczne prowadzono w dwóch etapach. Etap pierwszy stanowił analizę stanu krytycznego konstrukcji. Rozwiązanie zagadnienia własnego dotyczyło określenia wartości obciążenia krytycznego oraz odpowiadającej mu postaci utraty stateczności. W każdym przypadku wyznaczano 3 najniższe postacie wyboczenia, co pozwoliło na określenie postaci giętno- skrętnej, zapewniającej stateczny charakter pracy konstrukcji po wyboczeniu. Drugi etap obliczeń stanowił rozwiązanie zagadnienia nieliniowej stateczności, w którym obliczenia prowadzone były na modelach z zainicjowaną imperfekcją geometryczną odpowiadającą giętno- skrętnej wyboczenia konstrukcji [10,12]. W prowadzonych obliczeniach przyjęto wartość amplitudy początkowych imperfekcji wynoszącą 0.1 grubości płyty.

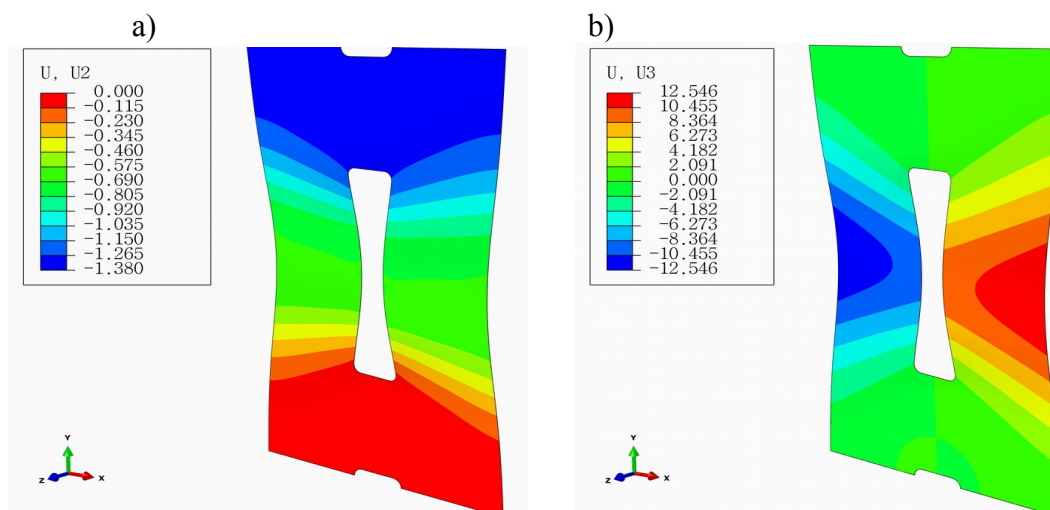
#### 4. Wyniki analizy numerycznej - dyskusja

Przeprowadzone obliczenia numeryczne umożliwiły wyznaczenie pokrytycznych ścieżek równowagi ściskanych płyt prostokątnych w zależności od parametrów geometrycznych wycięcia – wysokości  $a$  oraz szerokości  $b$ . Obliczenia numeryczne prowadzono dla postaci wyboczenia zapewniającej stateczny charakter pracy konstrukcji w zakresie pokrytycznym – rys.3.



Rys.3. Postacie utraty stateczności płyty z wycięciem: a) postać pierwsza, b) postać wyższa

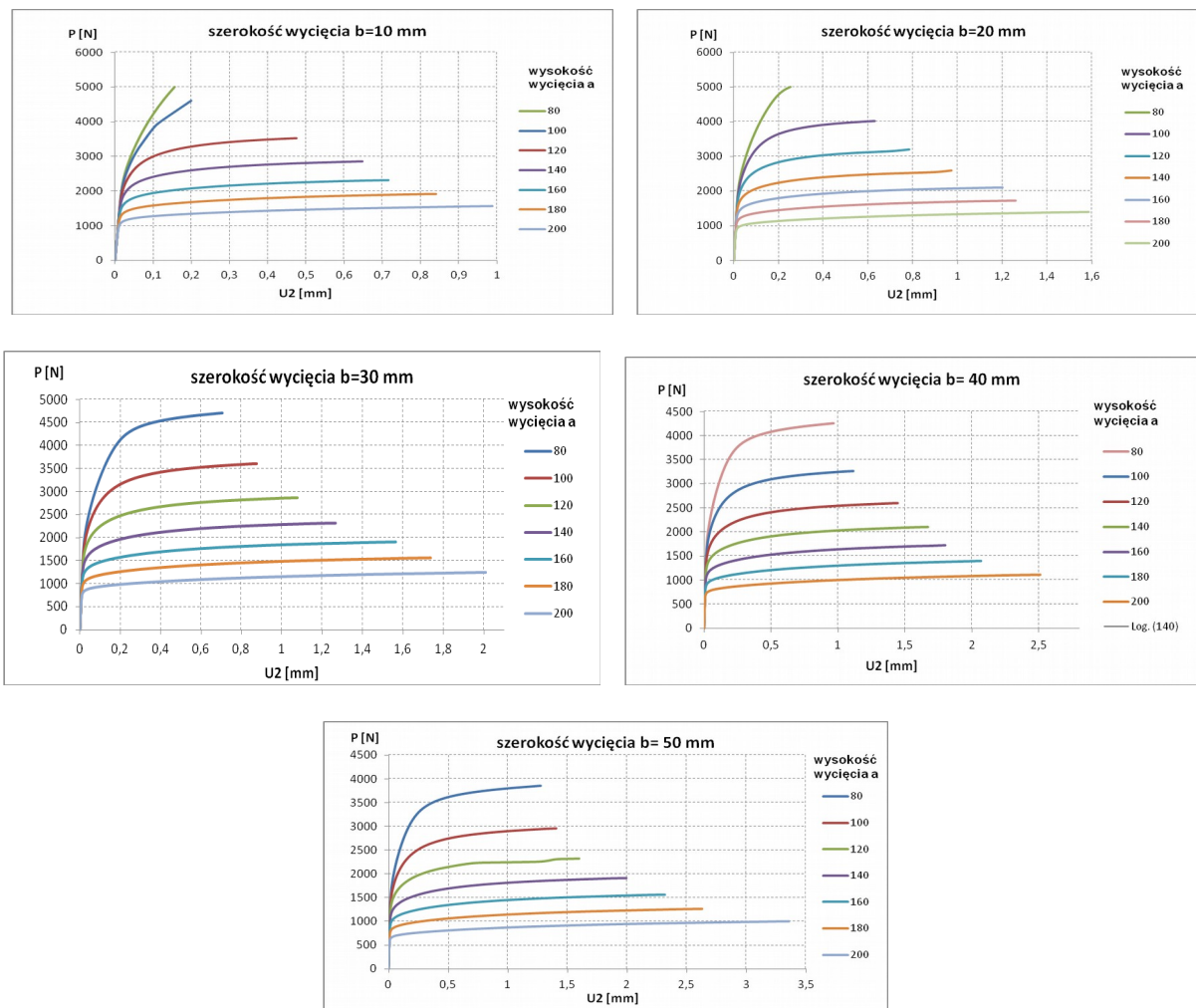
Przyjęta w nieliniowej analizie stateczności postać wyboczenia płyty stanowiła wyższą wartość własną, odpowiadającą postaci giętno- skrętnej, wymuszającej niesymetryczne ugięcia płyty względem wycięcia w przeciwnych kierunkach. Powyższe założenia prowadzą do istotnej poprawy nośności konstrukcji w stosunku do płyty jednolitej o tych samych wymiarach, która podlega utracie stateczności odpowiadającej najniższej wartości własnej (wyboczenie giętne). Przykładowy rozkład przemieszczeń płyty z wycięciem przedstawia rys. 4.



Rys.4. Deformacja płyty w stanie pokrytycznym: a) mapa ugięcia pionowego, b) mapa ugięć bocznych

Otrzymane wyniki obliczeń pozwalają na dokonanie jakościowej i ilościowej oceny pracy konstrukcji w zakresie pokrytycznym. Formy deformacji pokrytycznej płyty dla

wszystkich badanych przypadkach stanowiły pogłębienie deformacji zaimplementowanej postaci wyboczenia do wartości osiągnięcia obciążenia powodującego uplastycznienie obszarów konstrukcji, decydujące o jej zniszczeniu. W tym zakresie opracowane zostały pokrytyczne ścieżki równowagi  $P-U_2$ , przedstawiające zależności pomiędzy obciążeniem a ugięciem pionowym krawędzi płyty. Wyznaczone charakterystyki umożliwiają ocenę pracy konstrukcji w zakresie pokrytycznym w zależności od parametrów geometrycznych wycięcia  $a$  i  $b$ . Na rys. 5 przedstawiono przykładowe charakterystyki pracy konstrukcji w zależności od wysokości wycięcia badanych płyt - parametr  $a$ . Zaprezentowane krzywe wskazują, że przy tych samych wymiarach gabarytowych płyty można uzyskać zdecydowanie odmienne charakterystyki pracy konstrukcji, kształtowane wymiarami wycięcia.



Rys.5. Ścieżki równowagi pokrytycznej  $P-U_2$  w zależności od wysokości wycięcia

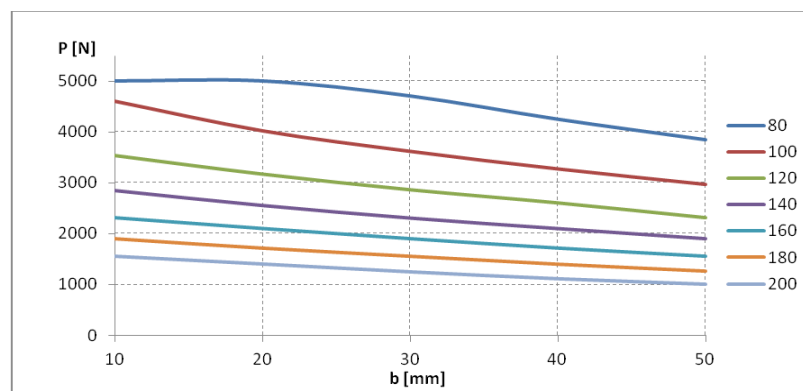
Ilościowa analiza wyników wykazała bardzo dużą rozbieżność możliwości przenoszenia obciążenia dla różnych wysokości wycięcia – od 1003,1 N dla płyty o wysokości wycięcia 200 mm (płyta 50x200) do 5000 N dla wysokości wycięcia 80 mm (płyta 10x80). Wpływ szerokości wycięcia powodował maksymalną różnicę obciążenia wynoszącą 1637,4 N i dotyczyło to płyt o wysokości 100 mm. Otrzymane wyniki potwierdzają decydujący wpływ wysokości wycięcia  $a$  na charakterystykę pokrytyczną badanych płyt. Ma to istotne znaczenie praktyczne w przypadku konstrukcji z elementami

sprężystymi, pozwalając osiągać wymagane charakterystyki eksploatacyjne ustroju cienkościennego. Szczegółowe wyniki dotyczące możliwych zakresów pracy konstrukcji w stanie sprężystym w zależności od parametrów geometrycznych wycięcia zestawiono w tabeli 1. Prawie pięciokrotna różnica nośności, determinowanej osiągnięciem poziomu granicy plastyczności materiału, świadczy o dużych możliwościach kształtowania charakterystyk projektowanych w ten sposób elementów sprężystych.

Tabela 1. Maksymalne obciążenie przenoszone przez płytę [N] w zależności od parametrów geometrycznych wycięcia  $a$  i  $b$  - wartości obciążenia powodującego uplastycznienie płyty

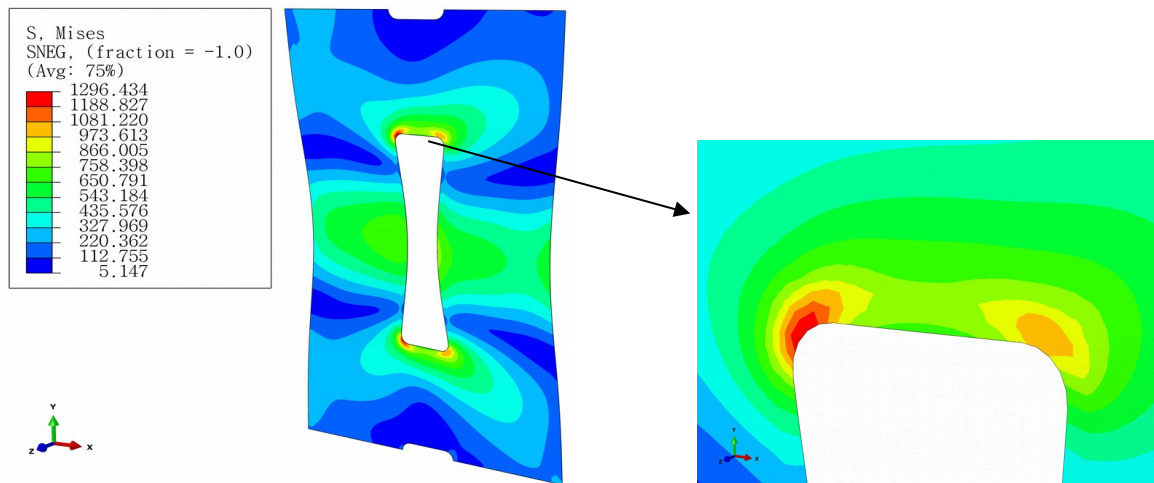
szerokość wycięcia $b$ [mm]	wysokość wycięcia $a$ [mm]						
	80	100	120	140	160	180	200
10	5000,0	4600,0	3529,3	2854,1	2318,1	1909,6	1558,9
20	5000,0	4017,9	3166,9	2560,6	2106,5	1721,4	1405,2
30	4707,6	3613,4	2861,6	2313,7	1905,4	1558,4	1250,0
40	4252,4	3267,7	2605,0	2107,5	1720,0	1400,0	1113,5
50	3851,5	2962,6	2316,0	1907,7	1558,1	1261,0	1003,1

Graficzną reprezentację zakresów pracy analizowanych konstrukcji przedstawiono na rys. 6. Otrzymane wyniki umożliwiają w stosunkowo prosty sposób dobór parametrów geometrycznych wycięcia w celu uzyskania wymaganej charakterystyki pokrytycznej konstrukcji w szerokim zakresie obciążenia.



Rys.6. Maksymalne obciążenie przenoszone przez płytę [N] w zależności od wymiarów wycięcia  $a$  i  $b$

Na rys.7 przedstawiono przykładową mapę naprężenia zredukowanego wyznaczonego wg hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego (H-M-H) dla wartości obciążenia powodującego zbliżenie do poziomu naprężenia odpowiadającego granicy plastyczności materiału oraz poszczególne składowe stanu naprężenia – płyta o wymiarach wycięcia 30x120mm. Z rozkładów naprężenia zredukowanego wynika, że niewralgicznym miejscem konstrukcji jest naroże wycięcia, determinujące pracę konstrukcji w zakresie sprężystym. W tym miejscu następuje uplastycznienie a zatem zgodnie z założeniami, obciążenie je powodujące uznano za graniczne obciążenie eksploatacyjne.



Rys.7. Rozkład naprężenia zredukowanego H-M-H, dla płyty z wymiarami wycięcia 30x120mm wraz ze szczegółem naroża.

Analiza stanu deformacji konstrukcji wykazała istotne zróżnicowanie pracy poszczególnych obszarów konstrukcji. Pasy pionowe płyty podlegają zginaniu, natomiast pasy poziome skręcaniu. Taki stan wyężenia konstrukcji sugeruje, że w przypadku elementów wykonanych z materiałów o charakterystyce izotropowej otrzymujemy dosyć niekorzystne ograniczenie zakresu pracy konstrukcji wynikające z przekroczenia poziomu naprężenia plastycznego w narożach wycięcia. Wydaje się wysoce prawdopodobne, że efekt ten można w znacznym stopniu wyeliminować, poprzez zastosowanie materiału o właściwościach ortotropowych, ułatwiającego dostosowanie właściwości materiału do pożądanej charakterystyki pracy poszczególnych obszarów konstrukcji. Cechy takie posiadają m.in. kompozyty włókniste, umożliwiające kreowanie właściwości wytrzymałościowych i sztywnościowych konstrukcji, pozwalając w sposób bardziej efektywny przenosić poszczególne składowe stany naprężenia [4-7,26]. Prace w tym kierunku będą stanowiły przedmiot dalszych badań.

## 6. Wnioski

W pracy zaprezentowano numeryczną analizę nieliniowej stateczności niejednostopólnych płyt poddanych ścisaniu. Otrzymane wyniki wykazały duże możliwości kształtowania charakterystyki sprężystej badanych konstrukcji, pracujących w stanie pokrytycznym. Zaproponowane rozwiązanie płytowego elementu o nieliniowo-sprężystej charakterystyce, pracującego wg wymuszonej wyższej postaci wyboczenia daje szerokie możliwości zastosowań, poprzez dość łatwy dobór wymaganych parametrów konstrukcji, jak m.in.: sztywność płyty czy zakres obciążeń eksploatacyjnych. Potwierdza to ilościowa analiza wyników zwłaszcza w odniesieniu do wartości maksymalnych obciążeń konstrukcji, zawierających się w przedziale 1003,1 do 5000 N w zależności od parametrów geometrycznych wycięcia. Prawie pięciokrotny wzrost możliwości przenoszenia obciążenia w zakresie sprężystym osiągnięty został przy jednakowych wymiarach gabarytowych płyty. Ma to duże znaczenie eksploatacyjne, gdyż pozwala zmieniać właściwości konstrukcji przy zachowaniu zaprojektowanych cech konstrukcyjnych (wymiarów) oraz przy bardzo niewielkiej zmianie masy konstrukcji.

Otrzymane wyniki dają szerokie możliwości obserwacji i analizy stanów deformacji oraz poziomów wyężenia struktury w pełnym zakresie obciążenia. Pozwala to na



identyfikację obszarów newralgicznych konstrukcji, szczególnie narażonych na uplastycznienie materiału powodujące utratę właściwości sprężystych konstrukcji. W analizowanych przypadkach obszarami tymi okazały się naroża wycięcia płyty, determinując możliwość przenoszenia obciążenia w zakresie sprężystym. Analiza pokrywanych ścieżek równowagi umożliwia ocenę pracy konstrukcji po utracie stateczności, pozwalając ocenić sztywność elementu sprężystego w zależności od wymiarów wycięcia. Otrzymane wyniki dostarczają zatem istotnych informacji w procesie kształtowania i optymalizacji charakterystyki pracy konstrukcji w kontekście obciążeń eksploatacyjnych.

## Literatura

1. Abaqus. HTML Documentation.
2. Bazant Z.P., Cedolin L.: Stability of structures. Elastic, inelastic, fracture and damage theories. Oxford University Press 1991.
3. Coan J.M., Large-Deflection Theory for Plates With Small Initial Curvature Loaded in Edge Compression, ASME. Journal of Applied Mechanics 1951; 18:143-151.
4. Dębski H., Kubiak T., Teter A.: Buckling and postbuckling behavior of thin-walled composite channel section beam. Composite Structures 2013; 100: 195-204.
5. Dębski H.: Experimental investigation post-buckling behaviour of composite column with top-hat cross section. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2013; 2: 105-109.
6. Dębski H., Kubiak T., Teter A.: Experimental investigation of channel-section composite profiles behavior with various sequences of plies subjected to static. Thin-Walled Structures 2013; 71: 147-154.
7. Dębski H., Kubiak T., Teter A.: Numerical and experimental studies of compressed composite columns with complex open cross-sections. Composite Structures 2014; 118: 28-36.
8. Dębski H., Koszałka G, Ferdynus M., Application of FEM in the analysis of the structure of a trailer supporting frame with variable operation parameters. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2012; 14(2): 107-113.
9. Koiter W.T. Elastic stability and post-buckling behavior. In Proceedings of the Symposium on Non-linear Problems. Wisconsin: Univ. of Wisconsin Press 1963; 257-275.
10. Kolakowski Z, Mania R.J. Semi-analytical method versus the FEM for analyzing of the local post-buckling of thin-walled composite structures. Composite Structures 2013; 97:99–106.
11. Kopecki T., Mazurek P., Problems of numerical bifurcation reproducing in postcritical deformation states of aircraft structures. Journal of Theoretical and Applied Mechanics 2013; 51(4): 969-977.
12. Kopecki T., Mazurek P., Numerical representation of post-critical deformations in the processes of determining stress distributions in closed multi-segment thin-walled aircraft load-bearing structures. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2014; 16(1): 164-169.
13. Królak M. and Mania R.J., (eds.), Statics, dynamics and stability of structures. Stability of thin-walled plate structures. Series of monographs. Łódź: Technical University of Łódź, 2011.
14. Kubiak T., Static and Dynamic Buckling of Thin-Walled Plate Structures. Springer 2013; 1-25.

15. Narayanan R., Chow F.Y. Ultimate capacity of uniaxially compressed perforated plates. *Thin-Walled Structures* 1984; 2(2): 241-264.
16. Pennington Vann W. Compressive buckling of perforated plate elements. *Proceedings of the First Specialty Conference on Cold-Formed Structures*. University of Missouri-Rolla 1971; 51-57.
17. Prabhakara D.L., Datta P.K. Vibration, Buckling and Parametric Instability Behaviour of Plates with Centrally Located Cutouts Subjected to In-Plane Edge Loading (Tension or Compression). *Thin-Walled Structures* 1997; 27(4): 287-310.
18. Ritchie D., Rhodes J. Buckling and post-buckling behaviour of plates with holes. *The Aeronautical Quarterly* 1975; 26(4): 281-296.
19. Shanmugam N.E. Openings in Thin-walled Steel Structures. *Thin-Walled Structures* 1997; 28(3/4): 355-372.
20. Shanmugam N.E., Thevendran V., Tan Y.H. Design formula for axially compressed perforated plates. *Thin-Walled Structures* 1999; 34(1): 1-20.
21. Simitises G.J., Hodges D.H., *Fundamentals of structural stability*. Amsterdam: Elsevier/Butterworth-Heinemann, 2006.
22. Singer J., Arbocz J., Weller T., *Buckling Experiments. Experimental methods in buckling of thin-walled structure. Basic concepts, columns, beams, and plates*. New York: John Wiley & Sons Inc., 1998.
23. Singer J., Arbocz J., Weller T., *Buckling Experiments. Experimental methods in buckling of thin-walled structure. Shells built-up structures, composites and additional topics*. New York: John Wiley & Sons Inc., 2002.
24. Spencer H.H. Walker A.C., *Techniques for Measuring The Critical Loads of Column and Plates*. SESA Spring Meeting ,1974.
25. Tereszkowski Z., An experimental method for determining critical loads of plates. *Archive of mechanical engineering* 1970; 3: 485-493.
26. Teter A., Dębski H., Samborski S. On buckling collapse and failure analysis of thin-walled composite lipped-channel columns subjected to uniaxial compression. *Thin-Walled Structures* 2014; 85: 324-331.
27. Thompson J.M.T., Hunt G.W. *General theory of elastic stability*. New York: Wiley, 1973.
28. Van der Heijden A. M. A. (red.), W.T. Koiter's *Elastic Stability of Solids and Structures*. Cambridge University Press, 2009.
29. Venkataramaiah, K.R., Roorda, J. Analysis of local plate buckling experimental data. *Sixth international specialty conference on cold-formed steel structures*. St. Louis: Missouri S&T: formerly the University of Missouri - Rolla 1982; 45-74.
30. Yu W.W., Davies Ch.S. Cold-formed steel members with perforated elements. *Proceedings of the American Society of Civil Engineers* 1973; 99: 2061-2077.