

Tomasz JARZYNA

e-mail: tomasz.jarzyna@utp.edu.pl

Instytut Mechaniki i Konstrukcji Maszyn, Wydział Inżynierii Mechanicznej, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Bydgoszcz

Obliczenia numeryczne drgań wirnika dwustopniowej wirowej pompy diagonalnej

Wstęp

Konieczność podnoszenia cieczy (nie zawsze realizowana z wykorzystaniem spadku naturalnego) wymusiła powstanie grupy urządzeń zwanych przenośnikami cieczy [Jędrał, 2001; Stępniewski, 1985]. Zalicza się do nich maszyny lub urządzenia wykorzystywane do przenoszenia cieczy lub przenoszenia i wzrostu energii przepływającej cieczy, przy czym praca związana z podnoszeniem cieczy realizowana jest dzięki energii doprowadzonej z zewnątrz [PN-90/M-44000:1990]. Do tej grupy maszyn zalicza się pompy.

Przedmiotem prezentowanych badań jest dwustopniowa wirowa pompa diagonalna, zaliczana do grupy pomp wirowych krętnych. W tego typu urządzeniach ruch organu roboczego w postaci osadzonej na wale tarczy wirnikowej (Rys. 1) powoduje zwiększenie krętu lub krążenia cieczy przepływającej przez wnętrze pompy od strony ssawnej ku tłocznej [Troskolariski i Łazarkiewicz, 1973].

Pracy pompy towarzyszą drgania. Do najważniejszych problemów z zakresu dynamiki i drgań, występujących w dużych maszynach wirnikowych zalicza się [Gryboś, 2007]:

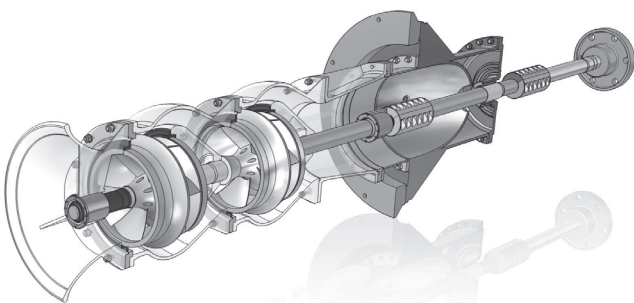
- badanie stateczności ruchu wirnika oraz wyznaczenie jego obrotów krytycznych,
- zagadnienie dynamicznej wytrzymałości wału pod działaniem sił odśrodkowych (niewyważenia) i wyznaczenie kinostatycznej linii ugięcia wału,
- określenie poziomu dynamicznych obciążeń łożysk i konstrukcji wsporczych,
- drgania łopatek i tarcz wirnikowych,
- wyważanie dynamiczne wirników,
- diagnostyka drganiowa

Ponadto Jędra [2001] zwraca uwagę, że jeżeli przeprowadza się obliczenia wytrzymałościowe wirnika pompy, to powinny one zawierać sprawdzenie: obrotów krytycznych, maksymalnych naprężeń zredukowanych, ugięcia wirnika w miejscu osadzenia tarczy wirnikowej.

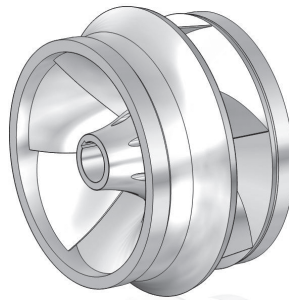
Celem niniejszej pracy były obliczenia i analiza wyników obliczeń numerycznych drgań wirnika pionowej pompy diagonalnej posadowionego na sztywnych podporach i porównanie z obliczeniami analitycznymi wirnika zaprezentowanymi w pracy [Holka i Jarzyna, 2013].

Badany obiekt

Obiekt badań stanowi dwustopniowa wirowa pompa diagonalna, którą przedstawiono na rys. 2.

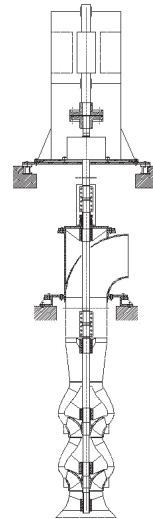


Rys. 2. Dwustopniowa wirowa pompa diagonalna



Rys. 1. Tarcza wirnikowa pompy diagonalnej

Urządzenie posadowione jest na dwóch stropach: silnik elektryczny – na stropie górnym, natomiast pompa właściwa na stropie dolnym (Rys. 3). Zamocowanie silnika elektrycznego oraz pompy na fundamentach jest sztywne. Również układ wylotowy utwierdzono w taki sposób, aby uniemożliwić propagację drgań w różnych kierunkach (Rys. 4).



Rys. 3. Posadowienie agregatu na dwóch stropach



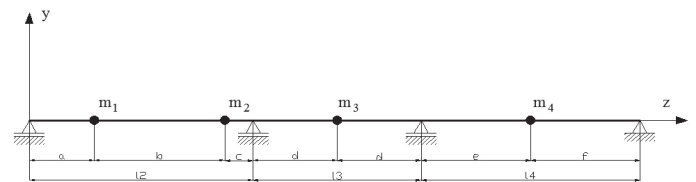
Rys. 4. Sztywne zamocowanie rury wylotowej pompy

Podstawowe dane charakterystyczne agregatu pompowego są następujące:

- wydajność $Q = 5000 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$,
- wysokość podnoszenia $H = 60 \text{ m.sł.w.}$,
- prędkość obrotowa $n = 740 \text{ min}^{-1}$,
- moc silnika $N = 1250 \text{ kW}$.

Obliczenia numeryczne

Analizę dynamiczną układów mechanicznych można przeprowadzić różnymi metodami. Bardzo użyteczna jest metoda dyskretyzacji układu, w której wirnik po uproszczeniach przyjmuje postać pokazaną na rys. 5 (Pełny obraz wirnika przedstawiono na rys. 6).



Rys. 5. Schemat wirnika z masami dyskretnymi

Opis matematyczny takiego układu realizowany jest za pomocą równań różniczkowych zwyczajnych [Holka i Jarzyna, 2013]:

$$\delta_{11} m_1 \ddot{y}_1 + \delta_{12} m_2 \ddot{y}_2 + \delta_{13} m_3 \ddot{y}_3 + \delta_{14} m_4 \ddot{y}_4 + y_1 = 0$$

$$\delta_{21} m_1 \ddot{y}_1 + \delta_{22} m_2 \ddot{y}_2 + \delta_{23} m_3 \ddot{y}_3 + \delta_{24} m_4 \ddot{y}_4 + y_2 = 0$$

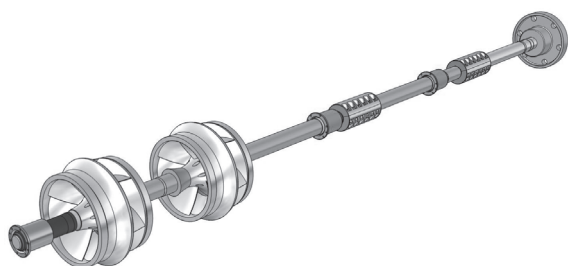
$$\delta_{31} m_1 \ddot{y}_1 + \delta_{32} m_2 \ddot{y}_2 + \delta_{33} m_3 \ddot{y}_3 + \delta_{34} m_4 \ddot{y}_4 + y_3 = 0$$

$$\delta_{41} m_1 \ddot{y}_1 + \delta_{42} m_2 \ddot{y}_2 + \delta_{43} m_3 \ddot{y}_3 + \delta_{44} m_4 \ddot{y}_4 + y_4 = 0$$

(1)

gdzie:

 δ_{ij} – współczynniki wpływu Maxwella, m_i – masy zredukowane, y_i – przewidywane rozwiązania ruchu.



Rys. 6. Wirnik dwustopniowej wirowej pompy diagonalnej

Alternatywą do wspomnianej metody są metody numeryczne. Najczęściej stosowana jest metoda elementów skończonych MES wykorzystywana w rozwiązywaniu zagadnień statycznych, dynamicznych, mechanice płynów, czy analizie i symulacji procesów obróbki plastycznej. Stosowane są także inne metody jak np. metoda elementów brzegowych czy czasoprzestrzennych [Szołc, 2003].

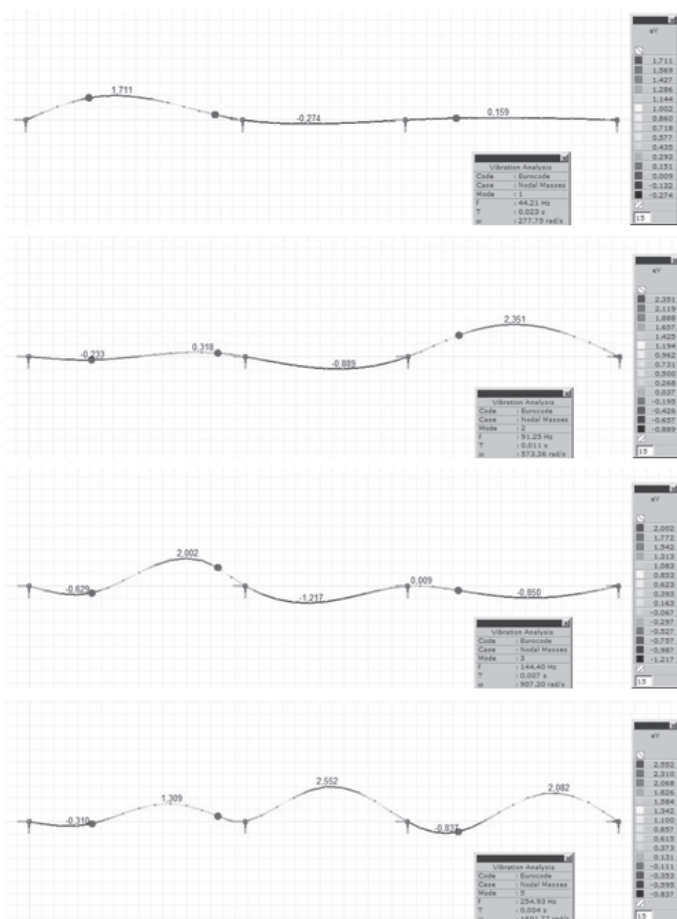
Obliczenia numeryczne wykonane w niniejszej pracy dotyczyły wirnika przedstawionego na rys. 6.

Do obliczenia częstości i postaci drgań własnych wykorzystano w pracy dwa programy komputerowe różniące się podejściem do analizy:

1. *AxisVM – Structural Analysis and Design Software* – wykorzystuje liniowe elementy belkowe o stałych przekrojach. Liczba węzłów zastosowanych w tym modelu w pracy wynosiła 40. Badany model oraz wyniki analizy numerycznej przeprowadzonej w tym programie przedstawiono na rys. 7 i 8. Oprócz częstotliwości i postaci drgań giętych wyznaczono również ugięcia wirnika.

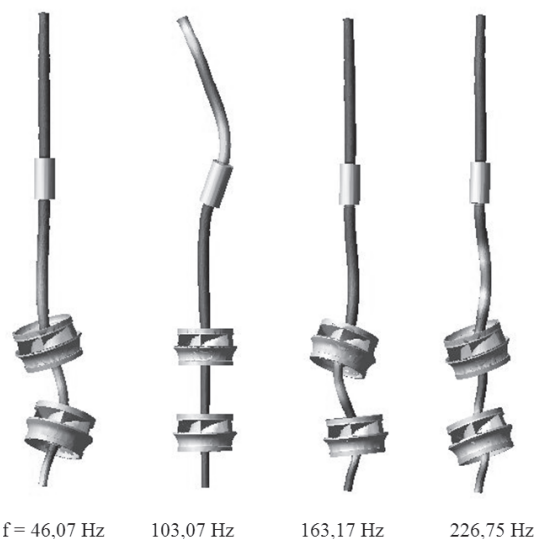


Rys. 7. Badany model wirnika w programie AxisVM



Rys. 8. Wyniki analizy numerycznej w programie Axis VM

2. *Program MSC.Adams, the Multibody Dynamics Simulation Solution*, w którym do tworzenia siatki elementów skończonych wykorzystano elementy tetragonalne. Użyto 30 212 węzłów. Wyniki analizy numerycznej przeprowadzonej za pomocą tego programu przedstawiono na rys. 9.



Rys. 9. Wyniki analizy numerycznej w programie MSC Adams

Łączne zestawienie wyników obliczeń przeprowadzonych w niniejszej pracy dla wirnika zamocowanego na sztywnych podporach zamieszczono w tab. 1. Zawiera ona także wyniki obliczeń analitycznych zaprezentowanych we wcześniejszej pracy *Holka i Jarzyna* [2013].

Tab. 1. Wyniki obliczeń analitycznych oraz numerycznych

Oznaczenie	Częstotliwość drgań, Hz		
	Obliczenia analityczne [Holka i Jarzyna, 2013]	Obliczenia w programie AxisVM	Obliczenia w programie MSC Adams
f_1	40,63	44,21	46,07
f_2	82,67	91,25	103,07
f_3	126,84	144,4	161,17
f_4	264,73	254,93	226,75

Wnioski

- Przeprowadzone obliczenia numeryczne w dwóch różnych programach komputerowych *AxisVM* oraz *MSC.Adams* okazały się zbliżone zarówno pod względem częstotliwości drgań własnych, jak i postaci drgań.
- Częstotliwości drgań własnych uzyskane w drodze obliczeń analitycznych są zbliżone do wartości wyznaczonych numerycznie.
- Na podstawie przeprowadzonych obliczeń numerycznych wirnika można stwierdzić, że znając środowisko obliczeniowe, dużo szybciej uzyskuje się rozwiązanie danego zagadnienia. Różnica ta w stosunku do obliczeń analitycznych znacznie powiększa się wraz ze stopniem złożoności modelu.

LITERATURA

Gryboś R., 2009. *Drgania maszyn*, Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice
 Holka H., Jarzyna T., 2013. Obliczanie częstotliwości drgań własnych wirnika pompy w zależności od sposobu jego podparcia. *Inż. Ap. Chem.*, 52, nr 2, 100-101
 Jędrał W., 2001. *Pompy wirowe*. PWN, Warszawa
 PN-90/M-44000:1990. *Przenośniki cieczy*. Terminologia i podział
 Stepiński M., 1985. *Pompy*, WNT, Warszawa
 Szołc T., 2003. Analiza dynamiczna złożonych, dyskretno-ciągłych układów dynamicznych. *Prace Inst. Podst. Probl. Techniki PAN (IPPT Reports on Fundamental Technological Research)*, nr 2, 3-240
 Troskołański A.T., Łazarkiewicz S., 1973. *Pompy wirowe*, WNT, Warszawa