

OPTIMALIZACJA ROZPŁYWU MOCY W SYSTEMIE ELEKTROENERGETYCZNYM Z ZASTOSOWANIEM NOWOCZESNYCH ALGORYTMÓW OPTIMALIZACJI INTERIOR POINT ORAZ NON INTERIOR POINT – REFERAT KONFERENCYJNY

Marcin POŁOMSKI¹, Bernard BARON¹

1. Politechnika Śląska, Wydział Elektryczny, Instytut Elektrotechniki i Informatyki
ul. Akademicka 10, 44-100 Gliwice, tel: 032 2371229, fax: 032 2371258

Streszczenie: W artykule zaprezentowano algorytm prymalno-dualnej metody punktu wewnętrznego oraz nowy wariant metody optymalizacji non interior point w zastosowaniu do zadania optymalizacji rozptywu mocy w systemie elektroenergetycznym (OPF). Opisane algorytmy zostały zaimplementowane w autorskim oprogramowaniu. Przeprowadzone eksperymenty obliczeniowe wskazują przydatność zaimplementowanych algorytmów w zakresie wyznaczenia rozwiązania zadania OPF, w tym dla modelu systemu o rozmiarach porównywalnych z rozmiarami Krajowego Systemu Elektroenergetycznego.

Słowa kluczowe: optymalizacja rozptywu mocy, non interior point.

1. METODA INTERIOR POINT W ZADANIU PROGRAMOWANIA NIELINIOWEGO

Poszukiwanie optymalnego rozptywu mocy w systemie elektroenergetycznym (ang. Optimal Power Flow, OPF) wymaga znalezienia minimum pewnej funkcji celu, najczęściej formułowanej jako sumaryczny koszt bilansowania zapotrzebowania [1], [2], przy jednoczesnym spełnieniu wszystkich ograniczeń, tj. ograniczeń wynikających z równań bilansu mocy czynnej i biernej w węzłach systemu oraz ograniczeń technicznych urządzeń służących do wytwarzania i przesyłu energii elektrycznej. Tak sformułowane zagadnienie stanowi w istocie zadanie programowania nieliniowego [1]:

$$\min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) \text{ przy } \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}, \quad (1)$$

gdzie: \mathbf{x} – wektor zmiennych zadania optymalizacji zawierający moduły i kąty napięć węzłowych, moce czynne i bierne generowane w węzłach wytwórczych, f – funkcja celu zadania optymalizacji, $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ – wektor ograniczeń równościowych, zawierający równania bilansu mocy w węzłach systemu, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ – wektor ograniczeń nierównościowych, wynikający z technicznych właściwości urządzeń służących do wytwarzania i przesyłu energii elektrycznej.

W klasycznym przypadku stosuje się funkcję celu f , w postaci zmiennych całkowitych kosztów wytwarzania energii [1]:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_g} (a_i P_{gi}^2 + b_i P_{gi} + c_i), \quad (2)$$

gdzie: P_{gi} – wartość mocy czynnej generowanej w i -tym węźle wytwórczym, Q_{gi} – wartość mocy biernej generowanej w i -tym węźle wytwórczym, a_i, b_i, c_i – współczynniki charakterystyki kosztów wytwarzania i -tego węzła wytwórczego, N_g – liczba węzłów wytwórczych.

Mając na uwadze konstrukcję algorytmu metody IP [3], podstawowym przekształceniem wykonywanym w celu jego zastosowania dla problemu (1), biorąc pod uwagę własności metody *logarytmicznej funkcji barierowej*, jest zdefiniowanie problemu zastępczego:

$$\min_{\mathbf{x}} (f(\mathbf{x}) - \mu_k \sum_{i=1}^{n_g} \ln(z_i)), \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{z} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{z} \geq \mathbf{0}, \quad (3)$$

gdzie: \mathbf{z} – wektor zmiennych dopełniających, μ_k – parametr barierowy, n_g – liczba ograniczeń nierównościowych.

Wartość parametru barierowego μ_k , w kolejnych iteracjach, sprowadzana jest do zera, a ciąg otrzymanych rozwiązań $\{\mathbf{x}^{(k)}\}$ problemu (3) dąży do rozwiązania zadania (1). Minimum lokalne funkcji celu dla zadania programowania nieliniowego w postaci (3) określone jest przez punkt stacjonarny funkcji Lagrange'a i muszą być spełnione warunki optymalności Karusha-Kuhna-Tuckera (KKT), co prowadzi do sformułowania następującego układu równań nieliniowych:

$$\nabla_{\mathbf{y}} L_{\mu}(\mathbf{y}, \mu_k) \begin{bmatrix} \mathbf{Z}\boldsymbol{\pi} - \mu_k \mathbf{e} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{z} \\ \nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + (\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x}))^T \boldsymbol{\lambda} + (\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{g}(\mathbf{x}))^T \boldsymbol{\pi} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad (4)$$

gdzie: $\mathbf{e} = [1, 1, \dots, 1]^T$, $\mathbf{Z} = \text{diag}[z_i; i = 1, \dots, n_g]$, $\boldsymbol{\lambda}$ – wektor mnożników Lagrange'a odpowiadający ograniczeniom równościowym, $\boldsymbol{\pi}$ – wektor mnożników Lagrange'a odpowiadający ograniczeniom nierównościowym, $\mathbf{y} = [\mathbf{z}, \boldsymbol{\pi}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}]^T$.

Układ równań (4) stanowi jednocześnie podstawę procesu obliczeniowego prymalno-dualnej metody punktu wewnętrznego. W celu jego rozwiązania zastosowano metodę

Newtona, zgodnie z którą, w każdym kroku iteracyjnym k rozwiązuje się układ równań w postaci:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Pi} & \mathbf{Z} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x})^T & \nabla_x^2 L & \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x})^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{z} \\ \Delta \boldsymbol{\pi} \\ \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}\boldsymbol{\pi} - \mu_k \mathbf{e} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{z} \\ \mathbf{r}_x \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

przy czym

$$\nabla_x^2 L = \nabla_x^2 f(\mathbf{x}) + \nabla_x^2 (\boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{h}(\mathbf{x})) + \nabla_x^2 (\boldsymbol{\pi}^T \mathbf{g}(\mathbf{x})), \quad (6)$$

$$\mathbf{r}_x = \nabla_x f(\mathbf{x}) + (\nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}))^T \boldsymbol{\lambda} + (\nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}))^T \boldsymbol{\pi}, \quad (7)$$

gdzie: $\mathbf{\Pi} = \text{diag}[\pi_i, i = 1, 2, \dots, n_g]$, $\mathbf{1}$ – macierz jednostkowa.

Poprawka wektora kierunku poszukiwań, w pojedyn-czym kroku metody Newtona, może zostać wyznaczona poprzez rozwiązanie układu równań liniowych (5) bezpośrednio lub poprzez rozwiązanie zredukowanego analitycz- nie układu równań (8):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x})^T \\ \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

przy czym

$$\mathbf{H} = \nabla_x^2 L + (\nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}))^T \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{\Pi} (\nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x})), \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{r}_x + (\nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}))^T \mathbf{Z}^{-1} (\mu_k \mathbf{e} + \mathbf{\Pi} \mathbf{g}(\mathbf{x})). \quad (10)$$

Wyznaczenie wartości wszystkich elementów wektora kierunku poszukiwań $\Delta \mathbf{y} = [\Delta \mathbf{z}, \Delta \boldsymbol{\pi}, \Delta \mathbf{x}, \Delta \boldsymbol{\lambda}]^T$, wykonywane jest wyznaczając rozwiązanie układu równań (8), a następnie wartości wektorów:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{z} &= -\mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{z} - \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}) \Delta \mathbf{x}, \\ \Delta \boldsymbol{\pi} &= -\boldsymbol{\pi} + (\mathbf{Z}^{-1}) (\mu_k \mathbf{e} - \mathbf{\Pi} \Delta \mathbf{z}). \end{aligned} \quad (11)$$

Nowe wartości zmiennych prymalnych i dualnych za- dania optymalizacji, wyznacza się według wzorów:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k^p \Delta \mathbf{x}_k, \quad \mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{z}_k + \alpha_k^p \Delta \mathbf{z}_k, \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{k+1} = \boldsymbol{\lambda}_k + \alpha_k^d \Delta \boldsymbol{\lambda}_k, \quad \boldsymbol{\pi}_{k+1} = \boldsymbol{\pi}_k + \alpha_k^d \Delta \boldsymbol{\pi}_k. \quad (13)$$

Długości kroków α_p^k oraz α_d^k w k -tym kroku iteracyjnym, wyznacza się według wzorów:

$$\alpha_p^k = \min \{1, \gamma \min \{-z_i / \Delta z_i \mid_{\Delta z_i < 0}\}\}, \quad (14)$$

$$\alpha_d^k = \min \{1, \gamma \min \{-\pi_i / \Delta \pi_i \mid_{\Delta \pi_i < 0}\}\}, \quad (15)$$

gdzie: $\gamma \in (0, 1)$ – tzw. współczynnik bezpieczeństwa.

Parametr barierowy μ_k sprowadzany jest w kolejnych itera- cjach do zera, według następującej reguły $\mu_{k+1} = \sigma (\mathbf{z}_k^T \boldsymbol{\pi}_k) / n_g$, gdzie $\sigma \in (0, 1)$ stanowi parametr skalują- cy. W celu określenia kryterium zbieżności algorytmu, w k - tym kroku iteracyjnym algorytmu sprawdza się warunki

zakończenia algorytmu ze względu na: zmienne prymalne, zmienne dualne, lukę komplementarną, funkcję celu.

2. METODA NON-INTERIOR POINT W ZADANIU PROGRAMOWANIA NIELINIOWEGO

Istotną cechą metody IP jest fakt, iż poszukiwanie roz- wiązania optymalnego rozpoczyna się ze ścisłego wnętrza obszaru rozwiązań dopuszczalnych ze względu na warunki komplementarne i pozostaje w nim w trakcie całego procesu optymalizacji. Cecha ta wpływa na przebieg procesu zbież- ności, liczbę iteracji algorytmu i czas wyznaczenia rozwią- zania. Podejmowane przez wielu autorów próby modyfikacji metody skutkowały powstaniem wielu rozwiązań algoryt- micznych. Wśród nich, szczególnie interesującą grupę sta- nowią algorytmy, w których do warunków komple- mentarnych (KKT) zadania wykorzystano funkcje wygładza- jące klasy NCP [5]. Zadowalające wyniki zastosowania tych metod do rozwiązania zadania OPF [6], zachęcają do ich zbadania oraz podejmowania prób konstrukcji nowych wa- riantów algorytmów tej klasy. Koncepcja zaproponowana m.in. przez Kanzowa [7] oraz przez innych autorów dla liniowych oraz nieliniowych problemów komplementarnych polega na wprowadzeniu tzw. funkcji wygładzającej z parametrem $\mu > 0$ spełniającej następującą równoważność:

$$\varphi_\mu(\boldsymbol{\pi}, \mathbf{z}) = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{\pi} > 0, \mathbf{z} > 0, \boldsymbol{\pi} \mathbf{z} = \mu, \text{ dla } \mu > 0. \quad (16)$$

Układ równań wynikający z warunków KKT dla zada- nia optymalizacji (1) po transformacji ograniczeń nierówno- ściowych, do postaci ograniczeń równościowych, nie przy- jmuje bezpośrednio postaci problemu komplementarnego. Można jednak koncepcję zaproponowaną dla problemów komplementarnych CP [4], zastosować do warunków kom- plementarnych $\mathbf{Z}\boldsymbol{\pi} = \mathbf{0}$, otrzymując w efekcie układ równań nieliniowych:

$$\boldsymbol{\Psi}_\mu(\mathbf{y}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_\mu(\mathbf{z}, \boldsymbol{\pi}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{z} \\ \nabla_x f(\mathbf{x}) + (\nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}))^T \boldsymbol{\lambda} + (\nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}))^T \boldsymbol{\pi} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad (17)$$

gdzie: $\boldsymbol{\Phi}_\mu(\mathbf{z}, \boldsymbol{\pi}) = [\varphi_\mu(z_i, \pi_i); i = 1, 2, \dots, n_g]^T$, $\mathbf{y} = [\mathbf{z}, \boldsymbol{\pi}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}]^T$.

Opierając się na przeprowadzonych rozważaniach oraz badaniach i eksperymentach numerycznych, proponuje się nowy wariant metody non-interior point, w zastosowaniu do zadania programowania nieliniowego, a w szczególności do zadania OPF sformułowanego jako zadanie programowania nieliniowego. Proponuje się modyfikację, w której parametr wygładzający μ jest traktowany jako dodatkowa zmienna w układzie równań (17). Taka modyfikacja sprowadza układ równań (17) do następującej postaci:

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{y}, \mu) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_\mu(\mathbf{z}, \boldsymbol{\pi}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{z} \\ \nabla_x f(\mathbf{x}) + (\nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}))^T \boldsymbol{\lambda} + (\nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}))^T \boldsymbol{\pi} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) \\ \sigma \mu \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \quad (18)$$

W tym przypadku parametr $\sigma \in (0,1)$ pełni rolę podobną do roli parametru skalującego w metodzie IP. Układ równań wynikający z zastosowanej metody Newtona przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} \nabla_z \Phi_\mu & \nabla_\pi \Phi_\mu & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \nabla_\mu \Phi_\mu \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x})^\top & \nabla_x^2 L & \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x})^\top & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{z} \\ \Delta \boldsymbol{\pi} \\ \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \\ \Delta \mu \end{bmatrix} = -\Psi(\mathbf{y}, \mu), \quad (19)$$

gdzie: $\nabla_\mu \Phi_\mu = \text{diag}[\partial \varphi_\mu(z_i, \pi_i) / \partial \mu; i = 1, 2, \dots, n_g]$.

Kolejna modyfikacja polega na redukcji rozmiaru układu równań (19), poprzez analityczną jego redukcję, otrzymując w efekcie następującą postać układu zredukowanego:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x})^\top \\ \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{s} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}, \quad (20)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \nabla_x^2 L + \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x})^\top (\nabla_\pi \Phi_\mu)^{-1} (\nabla_z \Phi_\mu) \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}), \\ \mathbf{s} &= \mathbf{r}_x + \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x})^\top (\nabla_\pi \Phi_\mu)^{-1} (\nabla_z \Phi_\mu \mathbf{r}_\pi - \Phi_\mu(\mathbf{z}, \boldsymbol{\pi}) + \sigma \mu \nabla_\mu \Phi_\mu), \\ \mathbf{r}_x &= \nabla_x f(\mathbf{x}) + (\nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}))^\top \boldsymbol{\lambda} + (\nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}))^\top \boldsymbol{\pi}, \\ \mathbf{r}_\pi &= \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{z}. \end{aligned}$$

Rozwiązując układ równań liniowych (20) otrzymuje się poprawkę wektora $\Delta \mathbf{x}$ oraz $\Delta \boldsymbol{\lambda}$. Pozostałe wektory poprawek układu równań (19) wyznacza się kolejno według wzorów:

$$\Delta \mathbf{z} = -(\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{z}) - \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}) \Delta \mathbf{x}, \quad (21)$$

$$\Delta \boldsymbol{\pi} = (\nabla_\pi \Phi_\mu)^{-1} (-\Phi_\mu(\mathbf{z}, \boldsymbol{\pi}) - \nabla_\mu \Phi_\mu \Delta \mu - \nabla_z \Phi_\mu \Delta \mathbf{z}). \quad (22)$$

Kolejna modyfikacja polega na sposobie wyznaczenia długości kroku α^k , w k -tej iteracji metody Newtona. Zastosowano metodę nawrotów z regułą przeszukiwania Armijo, lecz zamiast badać pełną normę wektora $\Psi(\mathbf{y}, \mu)$ proponuje się uwzględnić tylko jego część komplementarną, $\Phi_\mu(\mathbf{z}, \boldsymbol{\pi})$, a regułę przeszukiwania zastąpić następującą:

$$\begin{aligned} \alpha^k &= \max \{ \alpha_i^p : p = 0, 1, 2, \dots; \\ \theta_\mu(\mathbf{y}^k + \alpha_i^p \Delta \mathbf{y}^k) &\leq \beta (1 - \sigma \alpha_i^p) \mu^k \}, \end{aligned} \quad (23)$$

gdzie: $\beta \geq \theta_\mu(\mathbf{y}^0) / \mu^0$, $\theta_\mu(\mathbf{y}) = 0.5 \Phi_\mu(\mathbf{y}, \mu)^\top \Phi_\mu(\mathbf{y}, \mu)$.

3. EKSPERYMENTY OBLICZENIOWE

W ramach badań dokonano implementacji autorskiego oprogramowania, które pozwala na rozwiązanie zadania optymalizacji rozplywu mocy z zastosowaniem zaimplementowanych algorytmów optymalizacji IP oraz NIP. W oprogramowaniu uwzględniono zastosowanie techniki macierzy rzadkich do efektywnego zapisu struktur danych używanych w programie oraz wykorzystano dedykowane algorytmy rozwiązywania rzadkich układów równań liniowych. Eksperymenty obliczeniowe przeprowadzono dla zbioru systemów testowych, których statystyki zostały przedstawione w tablicy 1.

Tablica 1. Statystyki systemów testowych

Nazwa systemu testowego	Liczba węzłów	Liczba węzłów wytwórczych	Liczba węzłów odbiorczych	Liczba linii
	N_w	N_g	N_o	N_l
Case-9	9	3	6	9
Case-30	30	6	24	41
Case-118	118	54	64	186
Case-300	300	69	231	411
Case-2383	2383	327	2056	2896
Case-2746	2746	364	2382	3279

Dane systemów testowych, których statystyki zgromadzono w tablicy 1, pochodzą z dostępnego m.in. dla zastosowań naukowych i edukacyjnych pakietu obliczeniowego MATPOWER [8]. Zbiór danych testowych zawiera m.in. modele systemów, których rozmiary porównywalne są z rozmiarami rzeczywistego systemu elektroenergetycznego. Obliczenia przeprowadzono na komputerze wyposażonym w procesor Intel® Core™ 2 Quad 2.4GHz z 4GB pamięci operacyjnej, pracującym pod kontrolą 32-bitowego systemu operacyjnego Windows.

W tabeli 2 przedstawiono wyniki eksperymentów przeprowadzonych z użyciem algorytmu metody IP oraz NIP. Eksperymenty przeprowadzono badając przy tym nie tylko proces zbieżności algorytmów, ale również wpływ zastosowanej analitycznej redukcji układu równań liniowych na czas obliczeń. Jako punkt startowy obliczeń przyjęto punkt, w którym wartości początkowe kątów ustawiano na zero, a wartości modułów napięć, mocy czynnych i biernych w węzłach wytwórczych ustawiano na wartość średnią z minimalnej i maksymalnej wartości dopuszczalnej. Dla danego systemu testowego oraz wybranej metody optymalizacji, w serii eksperymentów uzyskiwano zbieżność do tego samego punktu rozwiązania, z zadaną dokładnością obliczeń ($\varepsilon = 1e-6$).

* full – w procesie obliczeniowym zastosowano macierz niezredukowaną odpowiednio (5) dla metody IP i (19) dla metody NIP; * red – w procesie obliczeniowym zastosowano macierz zredukowaną odpowiednio (8) dla metody IP i (20) dla metody NIP

W celu weryfikacji uzyskanych wyników obliczeń, przeprowadzono dodatkowo eksperymenty numeryczne, w celu porównania wyników uzyskanych za pomocą oprogramowania autorskiego oraz wyników uzyskanych za pomocą pakietu MATPOWER. Porównania dokonano, co do wartości wektora zmiennych $\mathbf{x} = [\mathbf{U}, \boldsymbol{\varphi}, \mathbf{P}_g, \mathbf{Q}_g]^\top$, zadania optymalizacji zawierającego zmienne: moduły i kąty napięć węzłowych, moce czynne i bierne generowane w węzłach wytwórczych. W przeprowadzonej analizie porównawczej, w oprogramowaniu własnym zastosowano zaproponowany wariant metody non interior point, natomiast w oprogramowaniu MATPOWER, zaimplementowaną w nim metodę interior point. Analizę porównawczą wyników wykonano dla systemów

- Case-9, uzyskując:
 $\|\mathbf{U}^{(a)} - \mathbf{U}^{(b)}\|_\infty = 5,58e-06$, $\|\boldsymbol{\varphi}^{(a)} - \boldsymbol{\varphi}^{(b)}\|_\infty = 6,08e-05$,
 $\|\mathbf{P}_g^{(a)} - \mathbf{P}_g^{(b)}\|_\infty = 1,04e-05$, $\|\mathbf{Q}_g^{(a)} - \mathbf{Q}_g^{(b)}\|_\infty = 3,05e-03$,
- Case-30, uzyskując:
 $\|\mathbf{U}^{(a)} - \mathbf{U}^{(b)}\|_\infty = 4,96e-04$, $\|\boldsymbol{\varphi}^{(a)} - \boldsymbol{\varphi}^{(b)}\|_\infty = 3,30e-04$,
 $\|\mathbf{P}_g^{(a)} - \mathbf{P}_g^{(b)}\|_\infty = 7,47e-04$, $\|\mathbf{Q}_g^{(a)} - \mathbf{Q}_g^{(b)}\|_\infty = 7,81e-03$,
- Case-300, uzyskując:
 $\|\mathbf{U}^{(a)} - \mathbf{U}^{(b)}\|_\infty = 1,10e-03$, $\|\boldsymbol{\varphi}^{(a)} - \boldsymbol{\varphi}^{(b)}\|_\infty = 4,55e-03$,
 $\|\mathbf{P}_g^{(a)} - \mathbf{P}_g^{(b)}\|_\infty = 6,47e-03$, $\|\mathbf{Q}_g^{(a)} - \mathbf{Q}_g^{(b)}\|_\infty = 9,71e-03$,

gdzie odpowiednio indeksami (a), (b) oznaczono wartości wektora zmiennych uzyskanych odpowiednio za pomocą oprogramowania autorskiego (a) oraz MATPOWER (b).

Tablica 2. Wyniki eksperymentów numerycznych przeprowadzonych z użyciem algorytmu metody interior point oraz non-interior point

Nazwa systemu testowego	Interior Point					Non-Interior Point					Wartość funkcji celu
	IP_{full}		IP_{red}		Liczba iteracji	NIP_{full}		NIP_{red}		Liczba iteracji	
	Czas obliczeń t, ms	Średni czas iteracji t_{it}, ms	Czas obliczeń t, ms	Średni czas iteracji t_{it}, ms		Czas obliczeń t, ms	Średni czas iteracji t_{it}, ms	Czas obliczeń t, ms	Średni czas iteracji t_{it}, ms		
Case-9	18	1,6	15	1,3	11	12	1,0	13	1,1	12	5 296,69
Case-30	73	5,6	61	4,6	13	101	5,9	75	4,4	17	576,89
Case-118	440	24,4	351	19,5	18	420	28,0	303	20,2	15	129 660,69
Case-300	1 597	55,0	1 247	43,0	29	1 058	62,2	764	44,9	17	719 725,08
Case-2383	19 407	485,1	15 387	384,6	40	13 761	550,4	9 883	395,3	25	1 862 367,03
Case-2746	20 335	564,8	16 081	446,7	36	15 386	641,1	10 916	454,8	24	1 605 145,58

4. WNIOSKI KOŃCOWE

Zastosowanie przedstawionego w artykule opracowanego wariantu algorytmu metody non-interior point w zadaniu optymalizacji rozpyływu mocy w systemie elektroenergetycznym, pozwala na zmniejszenie liczby iteracji algorytmu, w stosunku do metody interior point, co przekłada się na skrócenie czasu obliczeń. Istotny wpływ na czas wykonywania obliczeń, ma zastosowana analityczna redukcja układu równań liniowych sformułowanych w procesie obliczeniowym metody IP oraz NIP. Przeprowadzone eksperymenty obliczeniowe, dla rozpatrywanego zbioru danych testowych, potwierdziły przydatność oprogramowania i zaimplementowanych algorytmów w zakresie wyznaczenia rozwiązania zadania optymalizacji rozpyływu mocy w SEE, w tym dla modelu systemu o rozmiarach porównywalnych z rozmiarami systemu rzeczywistego.

5. BIBLIOGRAFIA

1. Kremens Z., Sobierajski M.: Analiza systemów elektroenergetycznych.: WNT, 1996, ISBN 83-204-2060-1.
2. Kocot H., Korab R., Żmuda K.: Planowanie pracy jednostek wytwórczych na rynku energii elektrycznej - przegląd stosowanych metod, Prace Naukowe Politechniki Śląskiej. Kwartalnik "Elektryka", zeszyt 3, vol. 211, no. 1827, pp. 7-31, 2009.
3. Quintana V. H, Torres G. L.: Introduction to interior-point methods, IEEE PICA, Santa Clara, CA, 1999.
4. Billups S. C., Murty K. G.: Complementarity problems, Journal of Computational and Applied Mathematics, Special issue on numerical analysis 2000 Vol. IV: optimization and nonlinear equations, vol. 124, no. 1-2, pp. 303-318, 2000, ISSN 0377-0427.
5. De Luca T., Facchinei F., Kanzow C.: A semismooth equation approach to the solution of nonlinear complementarity problems, Mathematical Programming, vol. 75, p. 407-439, 1996, ISSN 0025-5610.
6. Torres G. L., Quintana V. H.: Optimal power flow by a nonlinear complementarity method, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, pp. 1028-1033, 2000, ISSN 0885-8950.
7. Kanzow C.: Some Noninterior Continuation Methods for Linear Complementarity Problems, SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, vol. 17, p. 851-868, 1996, ISSN 0895-4798.
8. Zimmerman R. D., Murillo-Sánchez C. E., Thomas R. J.: MATPOWER: Steady-State Operations, Planning and Analysis Tools for Power Systems Research and Education, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 26, no. 1, pp. 12-19, 2011, ISSN 0885-8950.

OPTIMAL POWER FLOW BY USING MODERN INTERIOR POINT AND NON INTERIOR POINT OPTIMIZATION ALGORITHMS – CONFERENCE PAPER

Key-words: optimal power flow, interior point, non-interior point.

The idea of optimal power flow (OPF) is to determine the optimal settings for control variables while respecting various constraints, and in general it is related to power system operational and planning optimization problems. Vast number of optimization methods have been applied to solve the OPF problem, but their performance is highly dependent on the size of a power system being optimized. The development of the OPF recently has tracked significant progress both in numerical optimization techniques and computer techniques application. In recent years, application of interior point methods to solve OPF problem has been paid great attention. This is due to the fact that IP methods are among the fastest algorithms, well suited to solve large-scale nonlinear optimization problems. This paper presents the primal-dual interior point method based optimal power flow algorithm and new variant of the non-interior point method algorithm with application to optimal power flow problem. Described algorithms were implemented in custom software. The experiments show the usefulness of computational software and implemented algorithms for solving the optimal power flow problem, including the system model sizes comparable to the size of the National Power System.