

**Aleksander A. MIKHAL<sup>1</sup>, Zygmunt L. WARSZA<sup>2</sup>**<sup>1</sup> INSTYTUT ELEKTRODYNAMIKI NARODOWEJ AKADEMII NAUK UKRAINY, Kijów<sup>2</sup> PRZEMYSŁOWY INSTYTUT AUTOMATYKI I POMIARÓW, Al. Jerozolimskie 202, 02-486 Warszawa**Niekonwencjonalna metoda wyznaczania nieliniowości całkowitej precyzyjnych mostków termometrycznych**

Doc. dr inż. Aleksander A. MIKHAL

W 1981 r. ukończył Politechnikę Kijowską jako inżynier radiotechniki, doktorat obronił w 1991 r. Pracuje w Instytucie Elektrodynamiki Ukraińskiej Akademii Nauk w Kijowie. W 2000 r. został powołany na stanowisko badawcze docenta. Główne osiągnięcia: opracował i wdrożył zestaw aparatury do stanowiska wzorca elektrolitycznej przewodności cieczy Ukrainy (specjalny zbiorniczek z elektrodami i mostek pomiarowy SA 300 o niepewności pomiaru temperatury 0,4 ppm). Autor ponad 90 publikacji naukowych.



e-mail: a\_mikhal@ukr.net

Doc. dr inż. Zygmunt Lech WARSZA

Studia 1959, doktorat 1967 i praca 1960-70 na wydz. Elektrycznym Politechniki Warszawskiej oraz w Instytucie Elektrotechniki 1958-63. Docent od 1970. Zorganizował i prowadził: Wydział Transportu Pol. Świętokrzyskiej 1970-76, Ośrodek Aparatury Pomiarowej IMGW 1978-81, Zakład Techniki Pomiarowej Instytutu Chemii Przemysłowej 1983-91. Obecnie: główny specjalista w Przemysłowym Instytucie Automatyki i Pomiarów PIAP Warszawa. Autor około 130 publikacji, 2 monografii, 11 patentów.



e-mail: zlw@op.pl

**Streszczenie**

Opracowano model metrologiczny mostków termometrycznych AC o najwyższej precyzji uwzględniający addytywną i multiplikatywną składową błąd oraz nieliniowość. Określono warunki, przy których pozostaje jedynie błąd liniowości mostka. Podano niekonwencjonalny sposób wyznaczania tego błędu, nazwany metodą dychotomii o algorytmie polegającym na dzieleniu zakresu pomiarowego i kolejno powstających jego części na połowę. Za pomocą graficznej interpretacji metody otrzymano analityczne wyrażenia dla błędu liniowości. Metoda wymaga zestawu par cztero-zaciskowych rezystorów wzorcowych. Mierzy się rezystancję każdego rezystora wzorcowego oraz szeregowego połączenia dwu jednakowych z nich. Rozpatrzone przyczyny niedokładności takiego sumowania fizycznego. Podano przykład wyznaczania błędu liniowości rzędu 0,1 ppm i poniżej.

**Słowa kluczowe:** mostek AC, nieliniowość, dychotomia, rezystancja podwójna.

**Unconventional method of determination the nonlinearity of precision thermometric bridges****Abstract**

The metrological model of high precision thermometric AC bridges is presented. It contains an additive, multiplicative and linearity errors. The conditions under which remains the linearity error only are given. Proposed is the unconventional method of measure and calculating the linearity error under name the dichotomy method, which has the algorithm based on the division of the measurement range and the subsequent intervals in half. In this method the additive linear function is applied. With the graphical interpretation the analytical expression for the error of linearity was obtained. This method can be easily implemented in any metrology lab. As the hardware proposed is the set of paired four terminal reference standard resistors. Measurements by tested bridge the resistance of each of them separately and of given the physical connection of them both has to be done. The reasons affecting the accuracy of the physical summation is discussed. On calculations and data of experimental examples is find that the measurement of the bridge linearity error of 0,1 ppm or less is possible.

**Keywords:** AC bridge, nonlinearity, dichotomy method, double resistance.

**1. Wstęp**

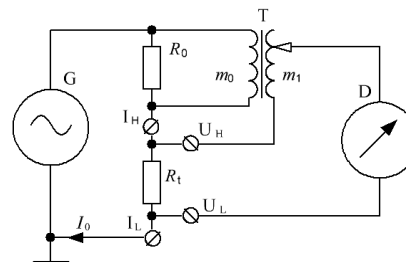
Podstawę metrologiczną wzorcowych pomiarów temperatury stanowi międzynarodowa skala ITS-90 o zdefiniowanych wzorcowych punktach kontrolnych. Temperaturę pomiędzy tymi stałymi punktami wyznacza się wzorcowymi platynowymi termometrami rezystancyjnymi (SPRT) stosując zalecane wzory interpolacyjne. Dopuszczalny błąd interpolacji wynosi 0,0001 K. Rezystancję czujnika mierzy się precyzyjnymi mostkami prądu stałego (DC) lub przemiennego (AC) o rozszerzonej względnej niepewności poniżej  $(1-3)10^{-7}$ , odniesionej do końca zakresu pomiarowego.

Historia układów do pomiarów rezystancji ma już przeszło półtora wieku. Dokładne kompensatory i mostki prądu stałego (DC),

przez wiele dziesięcioleci były podstawą precyzyjnych pomiarów elektrycznych. Opracowano też w tym czasie szereg wyspecjalizowanych mostków prądu zmiennego (AC). Dalszy postęp nastąpił w latach 70-tych XX wieku dzięki pojawieniu się wysokoczułych elektronicznych detektorów małych napięć i zastosowaniu dwustopniowych, a następnie wielostopniowych precyzyjnych dzielników transformatorowych [1, 2]. Dzięki wysokiej impedancji tych dzielników udało się zachować zalety mostków podwójnych oraz stworzyć warunki do automatyzacji równoważenia układów pomiarowych. Pomimo, że podstawowe układy mostków transformatorowych opracowano 30 - 35 lat temu, to nadal są one doskonałe i uzupełniane techniką cyfrową i występują w najbardziej zaawansowanych technicznie automatycznych mostkach AC do pomiarów temperatury np. w modelach F18 i F900 firmy ASL oraz modelu 5840C firmy Tinsley [3]. Z danych technicznych wynika, że mostki F18 i F900 mają najlepsze parametry metrologiczne. Takich parametrów nie osiągnęły jeszcze ostatnio rozwijane układy do pomiarów impedancji z cyfrowym przetwarzaniem szybkimi procesorami napięć na rezystorze wzorcowym i badanym [12]. Ich podstawy teoretyczne zawiera monografia [15], a postępy – materiały sympozjum IMEKO.

**2. Zasada pracy precyzyjnych mostków AC**

Uproszczony schemat układu pomiarowego precyzyjnych mostków AC podano na rysunku 1. Szczegółowe wyjaśnienie działania tego układu zawiera poprzednia publikacja autorów [13].



Rys. 1. Uproszczony schemat układu pomiarowego mostków prądu przemiennego AC  
Fig. 1. Simplified circuit of the AC measurement bridge.

W warunkach równowagi układu otrzymuje się następujące podstawowe równanie pomiaru:

$$R_t = R_0 m_1 / m_0 \quad (1)$$

Z wyrażenia (1) wynika, że stosunek mierzonej rezystancji  $R_t$  termometru platynowego i rezystancji wzorcowej  $R_0$  równa się stosunkowi liczb zwojów obu uzwojeń, tj.

$$y_{ld} = x \quad (2)$$

gdzie:  $x \equiv R_t/R_0$ ,  $y_{ld} \equiv m_1/m_0$  - stosunki rezystancji i liczb zwojów.

Równanie (2) jest funkcją przetwarzania idealnego mostka i ma postać linii prostej o nachyleniu równym 1. Rzeczywistą charakterystykę mostka opisuje funkcja nieliniowa  $y = f(x)$ , którą można przedstawić w postaci

$$y = x(1 + \delta_m)(1 + \delta_l) + \Delta_a \quad (3)$$

gdzie:  $\Delta_a = a_0$ ,  $\delta_m = a_1 - 1$  - składowe addytywna (błąd zera) i multiplikatywna błędów mostka;  $\delta_l$  - błąd liniowości opisany wyrazami

rozwinęcia  $y = f(x)$  w szereg jako  $\delta_l = \frac{1}{a_1} \sum_{i=2}^n a_i x^{i-1}$

Postacie współczynników  $a_i$  są złożonymi i zwykle nieznanymi funkcjami deterministycznymi i losowymi różnych czynników wpływających, takich jak: pola rozproszenia obwodów sygnału, transformatorów sieciowych i pomiarowych we wnętrzu mostka, niedokładna wartość rezystancji wzorcowej  $R_0$  oraz jej bocznikowanie impedancją wejściową transformatora T (rys. 1), nieidealne parametry rdzenia, wpływ impedancji wyjściowej zasilacza i rezystancji obciążenia itp. Dalsze rozważania dotyczą tylko deterministycznych czyli systematycznych składowych błędów mostka. Warto zauważyć, że wyniki pomiarów rezystancji wykonywanych mostkiem obciążone są błędem systematycznym o składowych: addytywnym (błąd zera) i multiplikatywnym oraz błędem nieliniowości o przeciwnych znakach niż błędy mostka.

Producenci precyzyjnych mostków termometrycznych zwykle nie podają składowej multiplikatywnej ich błędów dla pomiarów rezystancji czujników Pt. Wynika to z algorytmu do obliczeń temperatury mierzonej według skali ITS 90, którą wyznacza się nie z wartości rezystancji czujnika Pt, a z parametru względnego  $W$  jako stosunku jego rezystancji w temperaturze mierzonej i w punkcie potrójnym wody. Uwzględniając wyrażenie (3) otrzymuje się stosunek wskazań mostka przy pomiarach obu tych rezystancji

$$W \equiv \frac{y}{y_V} = \frac{x(1 + \delta_m)(1 + \delta_l) + \Delta_a}{x_V(1 + \delta_m)(1 + \delta_{lV}) + \Delta_a} \xrightarrow{\Delta_a=0} \frac{x(1 + \delta_l)}{x_V(1 + \delta_{lV})} \quad (4)$$

gdzie:  $y_V$  - wskazanie mostka,  $x_V$  - stosunek rezystancji mierzonej  $R_{lV}$  dla temperatury punktu potrójnego wody do rezystancji wzorcowej  $R_0$  mostka i  $\delta_{lV}$  - błąd liniowości dla pomiarów  $R_{lV}$ .

Z wyrażenia (4) wynika, że przy obliczaniu parametru  $W$  składowa multiplikatywna  $\delta_m$  systematycznego błędów pomiaru mostkiem nie wpływa tylko wtedy, gdy składowa addytywna tego błędów  $\Delta_a$  jest równa zero. Są więc dwie możliwości: albo błąd ten jest mniejszy niż 0,5 najmniejszej wskazywanej cyfry i można go pominąć, albo należy brać go pod uwagę przy wyznaczaniu wyników pomiaru. Wykrywanie i eliminację wpływu błędów zera mostka omówiono szczegółowo w [13].

Po rozwinięciu w szereg mianownika wyrażenia (4) i przy pomijalnych wyrazach wyższego rzędu stosunek wskazań mostka

$$W = \frac{x(1 + \delta_l)}{x_V(1 + \delta_{lV})} \approx \frac{x}{x_V} (1 + \delta_l - \delta_{lV}) \quad (5)$$

Graniczna wartość różnicy błędów mostka

$$|\delta_l - \delta_{lV}| \leq |\delta_{l\max}| \quad (6)$$

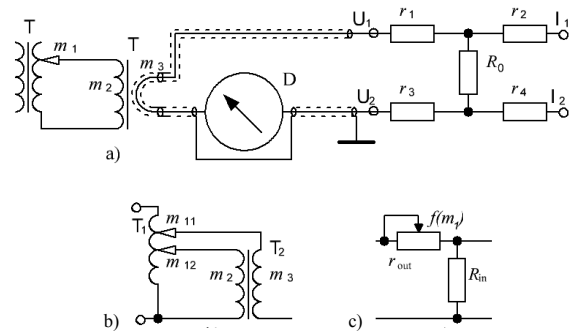
W literaturze  $|\delta_{l\max}|$  nazywa się błędem nieliniowości mostka.

Maksymalna wartość tego błędów jest podstawowym parametrem metrologicznym, który określa niedokładność precyzyjnego mostka termometrycznego. Potwierdzają to dane techniczne takich mostków podawane przez czołowych producentów, w których głównym i często jedynym parametrem metrologicznym tych przyrządów jest ich nieliniowość [3].

### 3. Metody kontroli liniowości mostków

W mostku, podobnie jak w przetwornikach analogowo-cyfrowych, można rozróżnić dwa rodzaje nieliniowości: różnicową i całkowitą, nazywaną czasem niepoprawnie „całkową”. Nieliniowość różnicowa mostków transformatorowych spowodowana jest nierównością sił elektromotorycznych indukowanych w poszczególnych zwojach regulowanego uzwojenia dzielnika indukcyjnego. Wówczas przy przełączaniu nastaw głównie pierwszej najwyższej dekady, lub przechodzeniu pomiędzy dekadami (tzw. zamiana dekad) pojawiają się małe lokalne zmiany charakterystyki przetwarzania. Różnicowa składowa błędów liniowości wynika z niejednorodnych właściwości magnetycznych rdzenia i z technologii wytwarzania transformatora o silnym sprzężeniu indukcyjnym. Przy produkcji transformatorów zwykle sprawdza się ją za pomocą wzorcowego dzielnika indukcyjnego [4].

Przyczynami pojawiania się całkowitej (integralnej) nieliniowości jest zmienna impedancja wyjściowa regulowanego uzwojenia i skończona wartość impedancji wejściowej następnej dekady. Takie sytuacje mogą powstawać podczas tworzenia ekwipotencjalnej ochrony w mostkach transformatorowych z uzwojeniami wykonanymi przewodami koncentrycznymi [5, 6] (rys. 2a) lub dla wielodekadowych dzielników napięcia (rys. 2b).



Rys. 2. Przykłady układów wyjaśniające powstawanie nieliniowości całkowitej: a) mostki o uzwojeniach koncentrycznych z ochroną ekwipotencjalną; b) wielodekadowe indukcyjne dzielniki napięcia; c) wyjaśnienie wpływu impedancji wyjściowej

Fig. 2. Examples of circuits explaining existence of nonlinearity: a) bridges with concentric windings and equipotential protection, b) multidecade transformer cascade dividers, c) explanation the influence of output impedance changes

Do wyjaśnienia przyczyn nieliniowości całkowitej posłuży uproszczony model układu przedstawiony na rysunku 2c. Impedancję wyjściową uzwojenia regulowanego przedstawiono tu jako zmienną rezystancję  $r_{out}$ , zależną od liczby zwojów  $m_1$ , zaś rezystancja  $R_{in}$  jest impedancją wejściową następnej dekady. Współczynnik przetwarzania takiego układu będzie mniejszy od 1 o wartość zbliżoną do błędów  $\delta_D = r_{out}/|Z_{in}|$ , gdyż

$$|Z_{out}/(Z_{out} + Z_{in})| \approx R_{in}/(r_{out} + R_{in}) = 1/(1 + \delta_D) \quad (7)$$

Rezystancja wyjściowa  $r_{out}$  rośnie wraz z rezystancją mierzoną  $R_t$  i lokalnie uśredniana funkcja przetwarzania mostka jest monotoniczna o pochodnej malejącej. Nieliniowość całkowita jest wówczas funkcją wypukłą (rys. 2). Pomiar tej nieliniowości jest niezbędny przy wzorcowaniu i sprawdzaniu mostków AC. Potrzebna jest do tego metoda i narzędzie. Do jej wyznaczenia trzeba użyć rezystorów wzorcowych o wielu wartościach rezystancji. Można zastosować transfer Hamona [7], jednak sposób ten jest bardzo pracochłonny, ponieważ trzeba by minimalizować i wyrównywać rezystancje wszystkich przełączeń.

Inna znana metoda polega na utworzeniu specjalnego precyzyjnego wielowartościowego rezystora z odpowiednio obliczonymi wartościami rezystancji. Do sprawdzania mostków AC często stosuje się kalibrator RBC 100 (Resistance Bridge Calibrator) firmy Isotech opracowany przez D. R. White'a i innych [8]

i opatentowany [9]. Wykorzystując cztery rezystancje wzorcowe i przełącznik specjalnej konstrukcji otrzymano 35 różnych wartości rezystancji.

Należy też wspomnieć, że przed laty w Politechnice Wrocławskiej opracowano i zrealizowano układ o nastawialnych rezystancjach do wzorcowania czujników platynowych [14]. Jego zastosowanie do badania nieliniowości precyzyjnych mostków temperaturowych wymagało by przeprowadzenia osobnych badań.

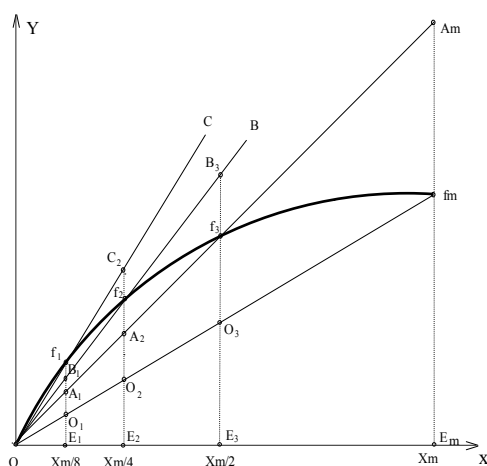
#### 4. Wyznaczanie nieliniowości metodą dychotomii

Omawiana poniżej metoda niekonwencjonalna [5] wykorzystuje do wyznaczenia nieliniowości funkcji  $y=f(x)$  sprawdzanie, czy spełnia ona zasadę addytywności, tj.:

$$f(x_1) + f(x_2) = f(x_1 + x_2) \quad (8)$$

Jeżeli funkcja przetwarzania mostka  $y=f(x)$  nie jest liniowa, to zależność (8) nie jest spełniona, a różnica pomiędzy prawą i lewą stroną tego równania charakteryzuje nieliniowość. Dla funkcji monotonicznych bez przebiegów uzyskuje się wynik jednoznaczny.

Poznanie algorytmu proponowanej metody ułatwi rysunek 3.



Rys. 3. Graficzna interpretacja metody dychotomii  
Fig. 3. Graphical interpretation of the dichotomy method

Dla uzyskania przejrzystości rozważań przedstawiono na nim przykład przebiegu funkcji przetwarzania mostka o celowo wyolbrzymionej nieliniowości. Rzeczywiste wartości rezystancji występują na osi odciętych X, zaś wyniki pomiarów - na osi rzędnych Y (pionowej). Na krzywej tej leżą punkty O,  $f_1$ ,  $f_2$ , ...,  $f_m$ . Jako idealną liniową funkcję przetwarzania (bez uwzględnienia addytywności i multiplikatywnej składowej błędów) najłatwiej w praktyce przyjąć prostą łączącą punkty końcowe zakresu O i  $f_m$ , chociaż poprawniej byłoby dla każdego mostka znaleźć jego najlepszą prostą o nachyleniu obliczonym dla minimum kwadratów błędów. Na przyjętej tak charakterystyce leżą punkty O,  $O_1$ ,  $O_2$ , ...,  $f_m$ . Istota zaproponowanej metody polega na znalezieniu różnic pomiędzy odpowiednimi wartościami współrzędnych Y punktów na krzywej  $y=f(x)$  i punktów o takiej samej rzędnej X na prostej przechodzącej przez początek O i koniec  $f_m$  charakterystyki mostka. Geometryczna interpretacja metody upraszcza się przez założenie, że do wyznaczenia nieliniowości w środku zakresu pomiarowego, tj. dla  $X_{m/2}$  wykorzystają się dwa identyczne rezystory o rezystancji  $R_{11}$  i  $R_{12}$ . Wyniki pomiaru mostkiem obu rezystorów będą identyczne, takie jak rzędna punktu  $f_3$ . Zakłada się też, że można tak połączyć oba rezystory, że ich rezystancje zsumują się idealnie (powody nieidealnego sumowania rozpatrzy się poniżej). Przy zachowaniu addytywności wyrażenia (4) wynik pomiaru sumy  $R_{11}+R_{12} \equiv R_{1C}$  będzie rzędną punktu  $A_m$  leżącego na prostej przechodzącej przez punkty O,  $f_3$ . Z podobieństwa trójkątów

$OA_m f_m$  i  $Of_3 O_3$  wynika, że długość odcinka  $f_3 O_3$  równa się liczbowo nieliniowości charakterystyki przetwarzania i stanowi połowę długości odcinka  $A_m f_m$ . Wówczas w punkcie odpowiadającym połowie zakresu, wartość błędu liniowości odniesioną do końca zakresu pomiarowego  $R_{max}$  uzyskuje się z wyrażenia

$$\delta_1 = \frac{R_{1C} - (R_{11} + R_{12})}{2 \times R_{max}} \quad (9)$$

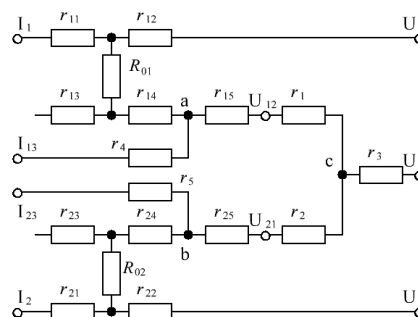
gdzie:  $R_{1C}$  rezystancja rezystora podwójnego.

Podobnie błąd liniowości w punkcie  $X_{m/4}$  odpowiadającym 0,25 zakresu, jest liczbowo równy długości odcinka  $f_2 O_2$ , składającego się z odcinków  $f_2 A_2$  i  $A_2 O_2$ . Na podstawie podobieństwa odpowiednich trójkątów, odcinki te są równe połowie odcinków  $B_3 f_3$  i  $f_3 O_3$ . Ponieważ rzędna punktu  $f_2$  wyznaczają rezystancje  $R_{21}$ ,  $R_{22}$ , a rzędna punktu  $B_3$  - ich suma, to błąd w punkcie  $X_{m/4}$  jest sumą dwu odcinków, a dla  $X_{m/8}$  będzie to suma trzech odcinków. Można wykazać, że w przypadku ogólnym przy  $k$ -krotnym podziale zakresu, dla końca  $(1/k)$ -tej jego części błąd liniowości ma postać:

$$\delta_k = \frac{1}{R_{max}} \sum_{i=1}^k \frac{R_{iC} - (R_{i1} + R_{i2})}{2^{k-i+1}} \quad (10)$$

Przedstawiony algorytm określenia błędu liniowości całkowitej związany jest z podziałem całego zakresu pomiaru i kolejno otrzymywanych przedziałów na pół. Posługiwanie się tym algorytmem można więc nazwać metodą dychotomii [10]. Do realizacji tej metody w praktyce trzeba stworzyć zestaw wzorców w postaci par powiązanych ze sobą rezystancji wzorcowych. Rezystancja każdej pary powinna być bardzo dokładną ich sumą. Podstawę budowy takich miar stanowią układy omawiane w [11].

Strukturalnie, każdy zestaw składa się z dwu jednakowych cztero-zaciskowych rezystorów wzorcowych połączonych w jeden układ o schemacie podanym na rysunku 4.



Rys. 4. Podwójna rezystancja jako połączenie dwu rezystorów wzorcowych  
Fig. 4. Double resistance made from connection of two standard resistors

Przedstawia on rezystancje rzeczywistych wzorców  $R_{01}$  i  $R_{02}$  oraz ich doprowadzeń  $r_{11}-r_{15}$  i  $r_{21}-r_{25}$ . Ekwi-potencjalne wyprowadzenia prądowe  $r_{11}$  i napięciowe  $r_{12}$  oraz  $r_{21}$  i  $r_{22}$  tych rezystorów są odpowiednio podłączone do zacisków  $I_1$ ,  $U_1$ ,  $I_2$ ,  $U_2$ . Dodatkowe wyprowadzenia  $r_{15}$ ,  $r_{25}$  dołączone są do zacisków napięciowych oznaczonych umownie jako  $U_{12}$  i  $U_{21}$ . Zaciski te są zwarte zworą o sumarycznej rezystancji  $r_1+r_2$ . W przybliżeniu w połowie tej zwory wykonuje się wyprowadzenie (o rezystancji  $r_3$ ) do zacisku  $U_3$ . Przewód od wyprowadzenia napięciowego miary  $R_{01}$  o rezystancji  $r_{14}+r_{15}$  dzieli się w przybliżeniu na połowę i od środka tego przewodu wykonuje się wyprowadzenie o rezystancji  $r_4$ , które dołącza się do zacisku  $I_{13}$ . Podobnie postępuje się z wyprowadzeniem napięciowym  $R_{02}$  o rezystancji  $r_{24}+r_{25}$ .

Zaciski prądowe  $I_1$ ,  $I_{13}$ ,  $I_{23}$ ,  $I_2$  i napięciowe  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  rezystora podwójnego dołącza się do zacisków mostka  $I_H$ ,  $I_L$ ,  $U_H$ ,  $U_L$  według schematu z rysunku 1. Sposób dołączenia, zależnie od rezystancji, którą będzie się mierzyć, podano w tabeli 1.

Tab. 1. Sposób dołączenia podwójnego rezystora do zacisków mostka  
 Tab. 1. Method of connections of the double resistor to bridge terminals

Mierzona rezystancja	Zaciski mostka			
	I <sub>H</sub>	I <sub>L</sub>	U <sub>H</sub>	U <sub>L</sub>
R <sub>1C</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>23</sub>	U <sub>1</sub>	U <sub>3</sub>
R <sub>2</sub>	I <sub>13</sub>	I <sub>2</sub>	U <sub>3</sub>	U <sub>2</sub>
R <sub>11</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	U <sub>1</sub>	U <sub>3</sub>

Wynik pomiaru rzeczywistych wartości  $R_{01}$  i  $R_{02}$  zależy też od wartości rezystancji doprowadzeń  $r_{14}$ ,  $r_{15}$ ,  $r_{24}$ ,  $r_{25}$  i od rezystancji zwory  $r_1$ ,  $r_2$ , tj.

$$R_{11} = R_{01} + r_{14} + r_{15} + r_1 \quad R_{12} = R_{02} + r_{24} + r_{25} + r_2 \quad (11)$$

Zaś wynik pomiaru rezystancji podwójnej  $R_{1C}$

$$R_{1C} = R_{01} + R_{02} + r_{14} + r_{15} + r_{24} + r_{25} + r_1 + r_2 \quad (12)$$

Z porównania (11) i (12) wynika, że metoda oparta na założeniu addytywności funkcji liniowej (8) sprawdza się w pełni dla rezystancji podwójnej.

Należy jeszcze rozpatrzyć dokładność rezystancji  $R_{1C}$  rezystora podwójnego jako fizycznej realizacji sumowania wartości obu miar składowych  $R_{11} + R_{12}$ . Zależy ona od stałości wszystkich rezystancji zawartych w ostatnim równaniu i jest określona przez wpływ kilka czynników, które rozpatruje się poniżej.

Po pierwsze – wpływ skończonych wymiarów punktów połączeń, oznaczonych na rysunku 4 jako a, b, c i niejednorodności pola elektrycznego w nich. Ścisłe podejście powinno być oparte na równaniach Maxwella i rozwiązaniu rozkładu pola elektrycznego. Z praktyki pierwszego z autorów wynika, że przy pomiarach rezystancji  $R_{01}$ ,  $R_{02}$ ,  $R_{1C}$ , nieliniowy przebieg pola elektrycznego w tych punktach nie zmienia się jeśli długości przewodów o rezystancjach  $r_{15}$ ,  $r_{25}$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  są znacznie większe niż ich średnice.

Po drugie - wpływ niestabilności w czasie (dryftu) rezystancji  $R_{01}$  i  $R_{02}$ . Zależy to od wykonania tych rezystorów. Na przykład wśród stosowanych na Ukrainie, jako jedne z najlepszych są rezystory typu MR3000 rosyjskiego producenta przyrządów pomiarowych ZIP Krasnodar. Według danych technicznych ich roczną zmienność wynosi  $5 \times 10^{-6}$ . Badania wykazały, że dobową zmienność ich rezystancji jest o dwa rzędy wielkości mniejsza niż roczna. Dlatego, w czasie sprawdzania błędu liniowości mostka omawianą metodą (w tym z uśrednianiem wyników) niestabilność czasowa będzie poniżej progu wrażliwości mostka. Alternatywą dla miar wzorcowych MR3000 są rezystory firmy Vishay (S102C, VHP 4, VPR 247) lub Powertrona (UNR4-T220, USR4-3425).

Po trzecie – jak wpływa temperaturowa niestabilność rezystancji uczestniczących w wyniku pomiaru. Zwora i przewody doprowadzające są wykonywane z drutu miedzianego o temperaturowym współczynniku rezystancji  $\alpha_r \approx 4 \times 10^{-3}$ . Do wyznaczania wpływu współczynników temperaturowych rezystancji miary i zwory otrzymano, że dopuszczalna maksymalna wartość rezystancji zwory wynosi:

$$r_1 + r_2 \leq R_{01} \times (\alpha_r / \alpha_r) \quad (13)$$

Z zależności (13) wynika, że na przykład dla wzorca 10  $\Omega$  rezystancja zwory miedzianej nie może przekraczać 2,5 m $\Omega$ .

Aby w wystarczającym stopniu wyeliminować wpływ niestabilności termicznej, wystarczy umieścić wzorec podwójny w pasywnym termostacie powietrznym. Natomiast termostat aktywny z regulacją temperatury w granicach  $\pm 0,01^\circ\text{C}$  doprowadzi wpływ niestabilności temperaturowej tego wzorca poniżej progu czułości mostka AC o najwyższej rozdzielczości.

W praktyce okazało się, że dla zakresu pomiarowego mostka 0-125  $\Omega$  wystarczyło wykonać tylko trzy wzorce podwójne o rezystancjach (62+62)  $\Omega$ , (31+31)  $\Omega$ , (15,5+15,5)  $\Omega$ . Zbadano zastosowanie tej metody dla wielu egzemplarzy precyzyjnych

termometrycznych mostków AC o rozdzielczości najmniejszej jednostki LSB nie przekraczającej  $6,2 \times 10^{-8}$ . Otrzymane w wyniku testów błędy liniowości odnoszone do końca podzakresów pomiarowych były w zakresie  $(0,5-2,1) \times 10^{-7}$  z odchyleniem standardowym wyników nie przekraczającym  $3 \times 10^{-8}$  w paśmie szumu 0,05 Hz. Otrzymane eksperymentalne wartości błędów praktycznie niemal całkowicie pokrywały się z wartościami obliczonymi.

Przed laty w czasopiśmie PAK opisano inne pomysłowe rozwiązanie konstrukcyjne połączenia w szereg dwu rezystorów wzorcowych [14].

## 5. Wnioski

Potwierdziła się całkowicie możliwość użycia przedstawionej powyżej metody dychotomii do obliczania i kontroli nieliniowości mostków AC na poziomie niedokładności 0,1 ppm lub poniżej.

Przedstawioną tu niekonwencjonalną metodę badania liniowości precyzyjnych mostków AC [5] można dość łatwo wdrożyć w dowolnym laboratorium metrologicznym, gdyż można w niej wykorzystać typowe czterozaciskowe rezystory wzorcowe.

*Autorzy pragną szczególnie serdecznie podziękować prof. dr. hab. inż. Michałowi Lisowskiemu za cenne uwagi, niezmiernie skrupulatną i wnikliwą korektę oraz zaproponowane poprawki, które przyczyniły się do udoskonalenia tej i przedniej [13] publikacji.*

## 6. Literatura

- [1] Cutkosky R.: An automatic resistance thermometer bridge. IEEE Transactions on Instr. and Measur. IM - 29, No 4, 1980, p. 330 - 333.
- [2] Knight R.B.: Precision bridge for resistance thermometry using a single inductive current divider. Euromas-77; Europe conference on precise electrical measurement, London, 1977, p. 132-134.
- [3] Thermometry Bridges: F900 Primary Thermometry Bridge, www.asltd.co.uk; Precision Measurement Range. Precision Resistance Thermometry. Model 5840E2. www.tinsley.co.uk
- [4] Avramov S., Oldham N., Gammon R.: Inductive voltage divider calibration for a NASA flight experiment. NCSL Workshop & Symposium, Session 3C, 1993, p. 225-232.
- [5] Deriy V., Mikhal O., Ornatsky O., Surdu M.: Pristrij dla wimiruwania temperatury (A device for measuring temperature). Patent Ukrainy 3926, MKI G01K 7/18, 7/20/ Instytut Elektrodynamiki NANU; opublikowany 27.12.94 Biuletyn No 6-1, 1994.
- [6] Awan S., Kibble B., Schurr J.: Coaxial Electrical Circuits for Interference-free Measurements. The Institution of Engineering and Technology, London, UK, 2011, p. 321 (350).
- [7] Hamon B.V.: A 1-100  $\Omega$  build-up resistor for the calibration of the standard resistors, J. Sci. Instr., Vol.31-No 12, pp.450-453, 1954.
- [8] White D.R., K. Jones, J.M. Williams and I.E. Ramsey: A simple resistance network for calibrating resistance bridges, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol.46, No5, 1997, pp.1068-1074.
- [9] White D.R., Jones K.: Resistance network, Patent PCT/NZ95/00022, March 1992.
- [10] Dichotomy Method (method of division in halves): www.encyclopediaofmath.org
- [11] Riley J.C.: The accuracy of series and parallel connections of four-terminal resistors. IEEE Trans. Instrum. and Measur., vol. IM-16, no. 3, pp. 258-268, 1967.
- [12] Angrisani L., Ferugno L.: Reducing the uncertainty in real-time impedance measurements. Measurement vol. 30, no 4, 2001.
- [13] Mikhal A. A., Warsza Z. L.: Metody wykrywania składowej addytywnej błędy w precyzyjnych mostkach termometrycznych. Pomiar Automatyka Kontrola, nr 2, 2012, s. 1033-1036.
- [14] Gotszalk R., Lisowski M., Nowak K.: Nastawialne zestawy rezystorów wzorcowych do wzorcowania termometrów platynowych w stałych punktach termometrycznych MPTST-68. PAK 1982, nr1, s. 15-17.
- [15] Augustyn J.: Algorytmiczne metody pomiaru impedancji. Monografie Studia Rozprawy, Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2006.

otrzymano / received: 30.10.2012

przyjęto do druku / accepted: 03.12.2012

artykuł recenzowany / revised paper