Use of LHS Sampling to Calculate Probabilistic Power Flow

Authors

Maksymilian Mikołaj Przygrodzki Wojciech Lubicki

Keywords

probabilistic power flow, simulation methods, transmission system reliability

Abstract

Power flow is the task of determining node voltages and branch loads in a given state of the power system. In the case of probabilistic flow, the task's input data and calculation results alike are in the form of probability distributions. These distributions can be specified for the power demand, power generation availability and levels in nodes, and grid configuration. Elements that make up the grid configuration may be assigned a binary distribution, the result of which determines the element's status (on or off). This distribution characteristic parameter is the failure rate of the element.

This paper presents the results of a comparison of Monte Carlo and LHS sampling. The sampling concerned grid infrastructure availability. Calculations were made for two grid systems with different sizes corresponding to the test model (ca. 50 branches) and the national transmission grid model (over 400 branches). Based on the results, conclusions were drawn as to the possibility of using LHS simulation in the probabilistic power flow calculation.

DOI: 10.12736/issn.2300-3022.2017215

Received: 13.02.2017 Received in revised form: 19.05.2017 Accepted: 22.06.2017 Available online: 30.06.2017

1. Introduction

To describe the world around us, and also a power system, general models are used, which can be divided, for example, into deterministic and probabilistic categories. Deterministic models are theoretical models that can be used wherever the further reflection of the phenomena is not particularly important. In contrast, probabilistic models can be understood either narrowly as models created solely on the basis of probability theory, or broadly as those reflecting the randomness of the surrounding phenomena. In this case statistical models will also be included in the group of probabilistic models. This approach is more universal and is widely used in the national literature of the subject [3, 4]. It is also supported by the parallel development of probability theory and mathematical statistics characterized by, for example, study [2], and accomplished by leading researchers including, inter alia: Pascal, Bernoulli, Lapunov, Gauss, and Laplace.

Probabilistic power flow is a power flow, for which input data and calculation results are in the form of probability distributions. The input data are the probability distributions of power demand in grid nodes, and of power availability and generation. In addition, input data is also produced by the grid system configuration, as

well as other model parameters (impedances, capacities). The results of power distribution calculations are distributions of the probability of node voltages and branch flows. By analysing electrical circuits in probabilistic terms, three main causes can be identified for the randomness of the process. These are: random initial conditions, random parameters of elements (devices), random inputs, and any combinations thereof [4]. Under the actual operating conditions of the power system all three causes of random phenomena typically occur at the same time.

In general, probabilistic methods of power flow determination can be divided into simulations, analytical methods, and approximations. Analytical and approximation methods are often combined into one group defined as analytical methods. Simulation methods consist of performing a certain number of deterministic power flows, where the data for such power flows are the result of input data simulations according to their probability distributions. To determine the input data for the *i*-th simulation, various simulation methods may be employed. The number of necessary simulations depends on the adopted simulation method, and, for example, for the Monte Carlo method it may be several hundred or tens of thousands depending on the analysed system's size. Other methods, such as LHS, allows the required number of simulations to be reduced. The choice of sampling method is therefore important for the probabilistic power flow calculation duration.

2. Simulation methods of analysis

The issues related to grid infrastructure availability were studied using Monte Carlo and LHS sampling.

Monte Carlo sampling is based on the law of large numbers formulated by J. Bernoulli [6]. The law assumes that with a sufficiently large number of samples, the incidence of a given random event will be insignificantly different from its probability, which in practice means the use of the convergence of the incidence of a given event in *N* samples with the probability of this event occurring while *N* tends to infinity. Fig. 1 shows the probability

density function F(x) returning the probability P that the variable x is less than or equal to X, i.e. $F(x) = P(x \le X)$. To generate random values, the Monte Carlo method uses the reverse cumulative function, that is G(F(x)) = x. First, the number k is drawn from the range 0 to 1 according to a uniform distribution, and then the value X is determined using the function x = G(k). An advantage of the Monte Carlo method is its simplicity and generality, while a disadvantage is its slow convergence. The probability estimation error is inversely proportional to the root of the number N of the completed simulations. As a result, increasing the accuracy of a given task's solution by one order of magnitude requires a 100-fold increase in the calculation effort.

The LHS method uses a similar idea to the Monte Carlo method, but narrows the sampling interval to the appropriate layers. The idea of the method is shown in Fig. 2 (triangular distribution of



Fig. 1. Use of a cumulative distribution function F(x) and reverse cumulative function G(F(x))



Fig. 2. Division of cumulative function and density function into p ranges of equal probability

the random variable X is examined), and the course of the procedure is as follows:

- a) the probability density function is divided into *p* partitions with equal probability. In Fig. 2 the number of partitions *p* equals 5, so the width of a single layer's probability range is 0.2
- b) two random numbers are generated In the first iteration the number (sequence) of partitions is randomly drawn, and in the second iteration the value *x* is determined, the same way as in the Monte Carlo method, but within the range of the drawn partition
- c) the actions from point b) are repeated until the values *x* are determined for all partitions
- d) the values drawn for all partitions make up the so-called batch. Draws can be repeated for any number of batches.

The basic difference between the above described methods of random state determination is due to the very nature of these methods. The LHS method maps a probability distribution significantly more efficient than the Monte Carlo method [1]. In this case efficiency means the quality of distribution mapping in the same (preferably small) number of draws. The comparison



is shown in Fig. 3 with the assumption of 100, 300 and 5,000 random states. The goal was to map the triangular distribution of a random variable with the expected value of 10 and the standard deviation of 4.08 (Fig. 2). Fig. 3 shows the histograms as functions of the number of draws (*N*).

3. Availability of grid infrastructure components

The availability of the individual components of the grid structure that make up its configuration is a random variable. This variable can be assigned a binary distribution: an element is either on or off. The probability that an element is off may be determined according to the classic Laplace definition as the ratio of the number of outcomes favouring a given event to the total number of equally probable outcomes. Thus, the characteristic parameter will be the number of hours per year when the element is off with reference to the total number of hours per year. It should be assumed that in every hour of the year the situation that an element is off is just as likely. This is a simplified assumption, because it ignores the impact of, inter alia, seasonality and lack of memory about the element's state in the preceding hour. If an element was turned off an hour earlier, the probability that in the next hour it would still be off may be higher than if it was on an hour earlier. In addition, it should be decided whether the hours, when the item is off, includes only emergency outages, or also those due to other causes, such as planned outages.

The transmission system operator (PSE SA) publishes on its website [5] the 400 kV and 220 kV line outage rates in sequential months of the year. The list includes: the average number of outages per line segment, average number of outages per 100 km of line, average outage time per line segment, and average outage time per 100 km of line. The outages listed are broken down into: aggregate, planned, emergency, operational and for voltage reduction. The data were used to estimate the grid infrastructure availability rates.

The published data are differentiated for line voltages (400 kV and 220 kV) and outage purpose (planned and emergency). Fig. 4 shows the outage times yearly-averaged in 2006–2015. Apart from the distinction between planned and emergency

outages, Fig. 4 also shows the operational outages and those implemented to reduce voltage in the power system.

During the whole period, the total monthly-averaged outage time was ca. 150 hours/100 km, including scheduled outage time of 108 hours/100 km (72% of the total time), while the emergency outage time was ca. 10 hours/100 km (7% of the total time). From the above it follows that the aggregate average monthly time of operational outages and outages for voltage reduction was about 32 hours/100 km.

To determine the probability of the outage of a specific line in the model, the general definition of random event probability was used. With the event times assumed to be at the level of total monthly-averaged outage time, i.e. 150 hours/100 km, and at the level of monthly-averaged emergency outage time, i.e. 10 hours/100 km, the probabilities of a outage of a 100 km line are 0.20548 and 0.01370, respectively, (this probability should not be confused with that of the n-1 state of the grid).

Using the above described method of determining the outage probability of individual lines, the respective values were determined for all branches of the test grid and the transmission grid. Then simulations of network infrastructure outages were performed, which resulted in the branch statuses – on/off. The numbers of branches included in the sampling were: test grid – 50, transmission grid – 423. Samples were drawn using the Monte Carlo and LHS methods. The numbers of Monte Carlo draws were 1000, 5000, and 10,000; while for the LHS method 250 random states were assumed. Three different values were considered of the LHS characteristic parameters, i.e. the number of partitions and batches.

3.1. Infrastructure component availability analysis using the LHS method

Below in Tab. 2 the results are shown of LHS simulations of the grid infrastructure (branches) availability in a 50-branch test grid model, assuming a failure probability at a level resulting from the time of emergency outages, and, alternatively, from the total outage time (emergency and planned). The table head-ings specify the numbers of batches and partitions adopted in the simulation, which allows for the assessment of their impact



Fig. 4. Yearly-averaged 400 kV and 220 kV line outage times

on the results. For example, the 5B_50P designation means 5 batches and 50 partitions.

For the case of the 50-element test network and a outage probability at the emergency outage time level, in about 90% random states, no grid component outages were noted. The remaining cases were mostly single shut-downs, and not all model components were affected. In two random states two incidents of concurrent outages were noted. There was no significant impact of the number of partitions and batches on the results.

In the case of a outage probability assumed at the level of total outage time in the aggregate number of random states, cases of single or double outages are predominant. The share of single outages was 31–42%, and for double outages it was 28–31%. In either case, the number of random states exceeded the number of grid components. At this point let us consider non-outage (complete) system states and multiple (more than 2) outage system states. The maximum number of outage components

was 6. There was no significant impact of the number of partitions and batches on the results. In particular, the number of single outage states initially increased along with a decrease in the number of partitions and an increase in the number of batches, and then decreased rapidly. No such dependence was found for the remaining sets of outages, e.g. the number of complete systems, n-2 systems, etc., to a very limited extent these depended on the assumed parameters of the LHS model. In the case of n-4 systems, an alternating change in the number of such states was found.

Fig. 5 and 6 show the results of LHS simulations in the 423-element transmission grid model. It was found by analysing the results with a outage probability at the level of emergency outage time that between 14% and 19% of the random states included no grid component outages (complete systems). The remaining cases were mostly single outages, and not all model components were affected. The maximum share of single outage states was

	5B_50P	10B_25P	25B_10P	50B_5P
Number of complete systems	230	226	226	232
Number of n-1 systems	19	24	22	18
Number of n-2 systems	1	0	2	0

Tab. 1. Results of the LHS simulation of grid infrastructure availability in the test network (50 elements, 250 draws), probability at the level of emergency outage time

	5B_50P	10B_25P	25B_10P	50B_5P
Number of complete systems	42	37	44	46
Number of n-1 systems	94	105	78	78
Number of n-2 systems	69	71	76	77
Number of n-3 systems	30	24	32	36
Number of n-4 systems	12	8	16	7
Number of n-5 systems	3	5	4	5
Number of n-6 systems	0	0	0	1

Tab. 2. Results of the LHS simulation of grid infrastructure availability in the test network (50 elements, 250 draws), probability at the level of total outage time



Fig. 5. Results of the LHS simulation of grid infrastructure availability in the transmission grid (423 elements, 250 draws), probability at the level of emergency outage time



Fig. 6. Results of the LHS simulation of grid infrastructure availability in the transmission grid (423 elements, 250 draws), probability at the level of total outage time

Outages	Emergency			Total			
No of draws	1,000	5,000	10,000	1,000	5,000	10,000	
Number of complete systems	894	4,479	8,993	199	1,040	2,072	
Number of n-1 systems	102	489	951	353	1,687	3,373	
Number of n-2 systems	4	31	54	260	1,272	2,572	
Number of n-3 systems	0	1	2	118	664	1,331	
Number of n-4 systems				54	257	496	
Number of n-5 systems				13	64	126	
Number of n-6 systems				2	14	28	
Number of n-2 systems				1	2	2	

Tab. 3. Results of the Monte Carlo simulation of the test grid infrastructure (50 elements) availability

36%, and that of double outages was 30%. The number of n-3 outage states approximately equalled that of complete systems. The number of four component outages ranged from 4% to 9%. The states from n-5 to n-7 were identified in individual cases.

If the case of a outage probability assumed at a level of the total outage time, multiple outage states prevailed. No cases were found of complete systems, single outages, and multiple outages up to and including n-11. The states from n-12 to n-18 were identified in individual cases. The largest number of random states was that of n-23 to n-28, the maximum number was 29 states, but it usually did not exceed 25. States from n-34 to n-42 were incidental. No correlation was found between the results obtained and the assumed LHS model parameters.

3.2. Infrastructure component availability analysis by Monte Carlo method

Listed in Tab. 3 and shown in Fig. 7 and 8 are the results of grid infrastructure availability drawings using the Monte Carlo method. The tables list the results for the test and transmission grids with the outage probabilities assumed with regard to the emergency and total outage times, respectively.

It may be concluded from an analysis of the results obtained for the test grid that both methods, LHS and Monte Carlo alike, produced similar numbers of random states. In the case of a outage probability of an element assumed to be at the level of emergency outage time, the shares of complete systems, i.e. with no outages, amounted to 91.4% (LHS) and 89.6% (Monte Carlo). The same values for n-1 states were 8.3% and 9.8%, respectively, and for n-2 states, 0.3% and 0.5%. The maximum difference was 1.8 percentage points. With the outage probability assumed to be at the total (emergency, planned, etc.) outage time level, similar shares of random numbers were also obtained by both methods. This time the n-1 states predominated, with a share of 35.5% using the LHS and 34.3% using the Monte Carlo methods. Similar values were also obtained for states n-3, n-4, and n-5. The largest differences were identified for complete and n-2 systems, with a difference of 3.6 percentage points.

For the transmission grid – only model, with the outage probability of an element assumed to be at the emergency outage time level, both methods yielded random states involving systems from complete to n-7. Only in the case of the Monte Carlo method and 5,000 and 10,000 draws, single n-8 and n-9 states were obtained. The distributions of individual states in both methods were similar, as in the case of the test grid, which means the maximum difference of 2.4 percentage points identified for n-1 states. With the outage probability of an item assumed to be at the total outage time level, both methods produced a wide spectrum of random states, including systems from n-12 to n-42. With 10,000 draws using the Monte Carlo method single n-10 and n-43 states were obtained. The largest difference in the number



Fig. 7. Results of the Monte Carlo simulation of transmission grid infrastructure availability (423 elements), probability at the level of emergency outage time



Fig. 8. Results of the Monte Carlo simulation of transmission grid infrastructure availability (423 elements), probability at the level of total outage time

of random states, i.e. 1.5 percentage points, was found for n-31 systems. Taking into account that the shares of the random state numbers (LHS, Monte Carlo) are not very large (4.6%, 6.1% respectively), this is a significant difference. It is similar for the other random states.

4. Summary

The LHS and Monte Carlo methods were used to obtain random states of grid infrastructure component availability. In conclusion, the Monte Carlo method applied to a simulation to solve probabilistic flow yielded full representation of the grid infrastructure availability random states in each model considered. The structure of the share of the different outage types obtained using the LHS method was not significantly different from the Monte Carlo results, especially for smaller systems and with the assumption that the outage probability was at the emergency outage time level. The advantage of the LHS method is a significant reduction in the number of random states considered as compared to the Monte Carlo method. The downside, however, is that with a limited number of random states, those that have a significant impact on the power system's operating conditions may not be identified.

REFERENCES

 S. Kałuża, M. Przygrodzki, "Ocena ekonomiczna stanu sieci w ujęciu probabilistycznym" [Economic assessment of grid condition in probabilistic terms], *Zeszyty Naukowe Elektryka*, Vol. 53, issue 1, [201], 2007.

ActaEnergetica

- A. Kowalczyk, "Metody probabilistyczne" [Probabilistic methods], Rzeszów University of Technology Publishers, 2013.
- 3. J. Popczyk, "Modele probabilistyczne w sieciach elektroenergetycznych" [Probabilistic models in power grids], Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 1991.
- K. Skowronek, "Obwody elektryczne w ujęciu stochastycznym" [Electrical circuits in stochastic terms], Poznań University of Technology Publishers, 2011.
- "Miesięczne raporty z funkcjonowania Krajowego Systemu Elektroenergetycznego i Rynku Bilansującego" [Monthly reports on the operation of the National Power System and the Balancing Market] (2006–2017) [online], http://www.pse.pl/index. php?modul=8&y=2017&m=3&id_rap=311 [access: 21/07/2017]
- 6. D. Vose, "Quatitative Risk Analysis: A Gide to Monte Carlo Simulation Modelling", John Wiley&Sons 1996.



Maksymilian Mikołaj Przygrodzki

PSE Innowacje sp. z o.o., Silesian University of Technology

e-mail: maksymilian.przygrodzki@polsl.pl

Assistant professor at the Institute of Power Engineering and Control Systems of Silesian University of Technology in Gliwice, expert at PSE Innovations sp. z o.o. He deals with issues related to power grid performance, particularly in the long-term horizon, and issues related to distributed energy.

Wojciech Lubicki

PSE SA

e-mail: wojciech.lubicki@pse.pl

Manager at PSE SA responsible for the design for capital expenditure projects in the transmission grid.

PhD student at the Institute of Electrical Power Engineering and Control Systems of the Silesian University of Technology in the probabilistic elements of the transmission grid development planning process.



-(PL)

Wykorzystanie losowań metodą LHS do obliczeń probabilistycznego rozpływu mocy

Autorzy Maksymilian Mikołaj Przygrodzki Wojciech Lubicki

Słowa kluczowe

probabilistyczny rozpływ mocy, metody symulacyjne, niezawodność układu przesyłowego

Streszczenie

Rozpływ mocy jest zadaniem wyznaczenia wartości napięć węzłowych oraz obciążeń gałęziowych w danym stanie systemu elektroenergetycznego. W przypadku probabilistycznego rozpływu zarówno dane wejściowe zadania, jak i wyniki obliczeń mają postać rozkładów prawdopodobieństwa. Rozkłady te można określić dla zapotrzebowania na moc, dostępności i poziomu generacji mocy w węzłach oraz konfiguracji układu sieciowego. Elementom tworzącym konfigurację układu sieciowego można przypisać rozkład dwustanowy, w wyniku którego określa się stan elementu (element pracuje lub jest wyłączony). Parametrem charakterystycznym tego rozkładu jest współczynnik awaryjności danego elementu.

W artykule przedstawiono wyniki porównania losowań przeprowadzonych metodą Monte Carlo oraz metodą LHS. Losowania te dotyczyły dostępności infrastruktury sieciowej. Obliczenia przeprowadzono dla dwóch układów sieciowych o różnej liczebności odpowiadającej modelowi testowemu (około 50 gałęzi) oraz modelowi krajowej sieci przesyłowej (ponad 400 gałęzi). Na podstawie uzyskanych wyników sformułowano wnioski co do możliwości wykorzystania symulacji metodą LHS w obliczeniach probabilistycznego rozpływu mocy.

Data wpływu do redakcji: 13.02.2017 Data wpływu do redakcji po recenzjach: 19.05.2017 Data akceptacji artykułu: 22.06.2017 Data publikacji online: 30.06.2017

1. Wstęp

Do opisu otaczającego nas świata, w tym także do opisu systemu elektroenergetycznego, wykorzystywane są ogólnie pojęte modele, które można podzielić np. na deterministyczne oraz probabilistyczne. Modele deterministyczne to modele o charakterze teoretycznym, które mogą być wykorzystywane wszędzie tam, gdzie pełniejsze odzwierciedlenie zachodzących zjawisk nie jest szczególnie istotne. Dla odmiany modele probabilistyczne można rozumieć wąsko, tzn. jako modele tworzone wyłącznie na gruncie teorii prawdopodobieństwa, lub szeroko jako modele odzwierciedlające losowość otaczających nas zjawisk. Wówczas do grupy modeli probabilistycznych zaliczać się będą także modele statystyczne. Takie podejście jako bardziej uniwersalne jest powszechnie używane w krajowej literaturze przedmiotu [3, 4]. Przemawia za nim również równoległy rozwój teorii prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej scharakteryzowany np. w pracy [2], dokonany przez czoło-wych badaczy, m.in.: Pascala, Bernoulliego, Lapunowa, Gaussa czy Laplace'a.

Probabilistyczny rozpływ mocy to rozpływ mocy, dla którego dane wejściowe oraz wyniki obliczeń mają postać rozkładów prawdopodobieństwa. Danymi wejściowymi są rozkłady prawdopodobieństwa dla zapotrzebowania na moc w węzłach sieciowych oraz w zakresie dostępności i generacji mocy. Ponadto daną wejściową jest również konfiguracja układu sieciowego, a także pozostałe parametry modelu (impedancje, obciążalności). Wynikiem obliczeń rozpływu mocy są rozkłady prawdopodobieństwa napięć węzłowych oraz przepływów gałęziowych. Analizując obwody elektryczne w ujęciu probabilistycznym, można wyróżnić trzy podstawowe przyczyny losowości zachodzących procesów. Są to: losowe warunki początkowe, losowe wartości parametrów elementów (urządzeń), losowe wymuszenia, a także ich dowolne kombinacje [4]. W warunkach rzeczywistej pracy systemu elektroenergetycznego wszystkie trzy przyczyny losowości zjawisk występują zazwyczaj jednocześnie.

Ogólnie, metody wyznaczania probabilistycznego rozpływu mocy można podzielić na symulacyjne, analityczne i aproksymacyjne. Metody analityczne i aproksymacyjne są często łączone w jedną grupę definiowaną jako metody analityczne. Metody symulacyjne polegają na wykonaniu określonej liczby deterministycznych rozpływów mocy, przy czym dane do takiego rozpływu mocy są wynikiem symulacji danych wejściowych zgodnie z ich rozkładami prawdopodobieństwa. Do określenia wartości danych wejściowych dla *i*-tej symulacji mogą być wykorzystane różne metody symulacyjne. Liczba symulacji niezbędnych do wykonania zależy od przyjętej metody symulacyjnej i przykładowo dla metody Monte Carlo może wynosić kilkaset lub kilkadziesiąt tysięcy w zależności od wielkości analizowanego układu. Inne metody, np. LHS, pozwalają na zmniejszenie wymaganej liczby symulacji. Wybór metody losowań ma więc istotne znaczenie dla czasu trwania obliczeń probabilistycznego rozpływu mocy.

2. Symulacyjne metody analizy

Przedmiotówe kwestie związane z dostępnością infrastruktury sieciowej zbadano, posługując się losowaniami przeprowadzonymi metodą Monte Carlo oraz metodą LHS. U podstaw losowań metodą Monte Carlo leży prawo wielkich liczb sformułowane przez J. Bernoulliego [6]. Mówi ono, że przy dostatecznie wielkiej liczbie prób częstość danego zdarzenia losowego będzie się nieistotnie różniła od prawdopodobieństwa jego wystąpienia, co w praktyce metody oznacza wykorzystanie zbieżności częstości występowania danego zdarzenia w N próbach do prawdopodobieństwa tego zdarzenia wówczas, gdy N dąży do nieskończoności. Na rys. 1 przedstawiono funkcję gęstości prawdopodobieństwa F(x) zwracającą prawdopodobieństwo P tego, że zmienna x będzie o wartości mniejszej lub równej X, tzn. $F(x) = P(x \le X)$. Do generowania wartości losowych metodą Monte Carlo wykorzystuje się funkcję odwrotną do dystrybuanty, tzn. G(F(x)) = x. Najpierw więc losowana jest liczba k z przedziału od 0 do 1 wg rozkładu równomiernego, a następnie określa się wartość X, korzystając z funkcji x = G(k). Zaletą metody Monte Carlo jest jej prostota i ogólność, natomiast wadą jest jej wolna zbieżność. Wielkość popełnianego błędu estymacji prawdopodobieństwa jest odwrotnie proporcjonalna do pierwiastka z wykonanej liczby Ń symulacji. W efekcie zwiększenie dokładności rozwiązywania danego zadania o jeden rząd wymaga 100-krotnego zwiększenia nakładu obliczeń.

Metoda LHS korzysta z podobnej idei jak metoda Monte Carlo, zawężając jednak przedział losowań do odpowiednich warstw. Ideę metody pokazano na rys. 2 (badany jest rozkład trójkątny zmiennej losowej *X*), a przebieg postępowania jest następujący:

- a) funkcja gęstości prawdopodobieństwa jest dzielona na p partycji (z ang. partition) o jednakowym prawdopodobieństwie. Na rys. 2 wartość p wynosi 5, wobec czego szerokość przedziału prawdopodobieństwa pojedynczej warstwy wynosi 0,2
- b) generowane są dwie liczby losowe w pierwszej iteracji losowany jest numer (kolejność) partycji, zaś w drugiej iteracji





Rys. 2. Podział funkcji skumulowanej oraz funkcji gęstości na p przedziałów o równym prawdopodobieństwie

określa się wartość x, analogicznie jak w metodzie Monte Carlo, lecz w zakresie wartości wylosowanej partycji

- c) działania z p. b) powtarza się do stanu wyznaczenia wartości x dla wszystkich partycji
- d) wartości wylosowane dla wszystkich partycji składają się na tzw. paczkę (ang. batch). Losowania można powtórzyć dla dowolnej liczby paczek.

Podstawowa różnica pomiędzy opisanymi powyżej metodami określania stanów losowych wynika z samej natury tych metod. Efektywność odwzorowania danego rozkładu prawdopodobieństwa jest zdecydowanie większa dla metody LHS w porównaniu z metodą Monte Carlo [1]. Przy czym przez efektywność rozumie się jakość odwzorowania rozkładu przy tej samej (najlepiej niewielkiej) liczbie losowań. Porównanie przedstawiono na rys. 3 przy założeniu 100, 300 i 5000 stanów losowych. Celem było odwzorowanie rozkładu trójkątnego zmiennej losowej o wartości oczekiwanej wynoszącej 10 oraz odchyleniu standardowym rzędu 4,08 (rys. 2). Na rys. 3 przedstawiono ukształtowanie histogramów w funkcji liczby losowań (*N*).

3. Dostępność składowych infrastruktury sieciowej

Dostępność poszczególnych składowych struktury układu sieciowego tworzących jego konfigurację ma charakter zmiennej losowej. Zmiennej tej można przypisać rozkład dwustanowy: dany element pracuje lub jest wyłączony. Prawdopodobieństwo tego, że dany element jest wyłączony, może być wyznaczone zgodnie z klasyczną definicją Laplace'a jako liczba wyników sprzyjających danemu zdarzeniu do łącznej liczby jednakowo prawdopodobnych wyników. Parametrem charakterystycznym będzie więc liczba godzin w ciągu roku, kiedy element nie pracuje, odniesiona do łącznej liczby godzin w ciągu roku. Należy przyjąć przy tym, że w każdej godzinie roku zdarzenie polegające na tym, że dany element jest wyłączony, jest tak samo prawdopodobne. Jest to założenie upraszczające, ponieważ pomija się m.in. wpływ sezonowości, a także brak pamięci co do stanu elementu w godzinie poprzedzającej. Jeśli bowiem godzinę wcześniej element był wyłączony, to prawdopodobieństwo, że w kolejnej godzinie będzie nadal wyłączony, może być większe niż dla przypadku, gdy dany element godzinę wcześniej był włączony. Dodatkowo należy rozstrzygnąć, czy liczba godzin, kiedy dany element jest wyłączony, ma obejmować jedynie przypadki wyłączeń awaryjnych, czy także wyłączenia spowodowane innymi przyczynami, np. wyłączeniami planowanymi.

Operator systemu przesyłowego (PSE SA) publikuje na swojej stronie internetowej [5] wskaźniki wyłączeń linii 400 kV i 220 kV w kolejnych miesiącach roku. Zestawienie obejmuje: średnią liczbę wyłączeń na odcinek linii, średni czas trwania wyłączenia na odcinek linii oraz średni







Operatywne

Dla obn. napieć

Awaryjne

Rys. 3. Histogram wyników dla a) 100, b) 300, c) 5000 stanów losowych

Rys. 4. Średnioroczne czasy wyłączeń linii 400 kV i 220 kV

Planowe

czas trwania wyłączenia na 100 km linii. Wyłączenia przedstawiane są w podziale na: łączne, planowe, awaryjne, operatywne oraz dla obniżenia napięć. Dane te wykorzystano do oszacowania wskaźników dostępności infrastruktury sieciowej.

Publikowane dane są zróżnicowane dla poziomów napięciowych linii (400 kV i 220 kV), jak i charakteru wyłączeń (planowe oraz awaryjne). Na rys. 4 przedstawiono uśrednione dla okresów rocznych wartości czasów wyłączeń w latach 2006–2015. Poza wyróżnieniem wyłączeń planowych i awaryjnych dodatkowo na rys. 4 przedstawiono wyłączenia operatywne oraz te, które zrealizowano dla obniżenia napięć w systemie elektroenergetycznym.

W całym rozpatrywanym okresie średniomiesięczny łączny czas wyłączeń wynosił ok. 150 godz./100 km, w tym wyłączenia planowe trwały ok. 108 godz./100 km (72% czasu łącznego), natomiast czas wyłączeń awaryjnych wynosił ok. 10 godz./100 km (7% czasu łącznego). Z powyższego wynika, że średniomiesięczny czas wyłączeń operatywnych oraz dla obniżenia napięć kształtował się na poziomie ok. 32 godz./100 km. Do wyznaczenia prawdopodobieństwa wyłączenia konkretnej linii w modelu skorzystano z ogólnej definicji prawdopodobieństwa zdarzenia losowego. Przy przyjęciu czasu zdarzenia na poziome średniomiesięcznego łącznego czasu wyłączenia wynoszącego 150 godz./100 km oraz na poziomie średniomiesięcznego czasu wyłączenia awaryjnego wynoszącego 10 godz./100 km prawdopodobieństwa wyłączenia 100-kilometrowej linii wynoszą odpowiednio 0,20548 i 0,01370 (nie należy tego prawdopodobieństwa utożsamiać z prawdopodobieństwem stanu n-1 układu sieciowego). Korzystając z opisanego powyżej sposobu określania prawdopodobieństwa wyłączenia poszczególnych linii, wyznaczono odpowiednie wartości dla wszystkich gałęzi sieci testowej oraz sieci przesyłowej. Następnie przeprowadzono symulacje wyłączeń infrastruktury sieciowej, w których wynikiem był status gałęzi – załączona/wyłączona. Liczba gałęzi objętych losowaniami wynosiła: sieć testowa – 50 szt., sieć przesyłowa – 423 szt. Losowania przeprowadzono metodą Monte Carlo oraz LHS. Liczba losowań metodą Monte Carlo wynosiła 1000, 5000 i 10 000 losowań, natomiast w metodzie LHS założono 250 stanów losowych. Rozpatrzono przy tym różne wartości parametrów charakterystycznych metody LHS, tj. liczby partycji i paczek.

3.1. Analizy dostępności składowych infrastruktury przeprowadzone metodą LHS

W tab. 2 przedstawiono wyniki symulacji metodą LHS dostępności infrastruktury sieciowej (gałęzi) w modelu sieci testowej o liczbie 50 gałęzi, przy przyjęciu prawdopodobieństwa awarii na poziomie wynikającym z czasu trwania przerw awaryjnych oraz alternatywnie łącznego czasu trwania wyłączeń (awaryjnych oraz planowych). W nagłówkach tabel podano liczby paczek i partycji przyjętych w danej symulacji, co pozwala na ocenę ich wpływu na uzyskane wyniki. Przykładowo oznaczenie 5B_50P oznacza 5 paczek i 50 partycji.

Dla przypadku 50-elementowej sieci testowej i prawdopodobieństwa wyłączenia na poziomie czasu trwania wyłączeń awaryjnych w około 90% stanów losowych nie zanotowano wyłączeń elementów sieciowych. Pozostałe przypadki to przede wszystkim stany pojedynczych wyłączeń, przy czym nie objęły one wszystkich elementów modelu. W dwóch stanach losowych stwierdzono jednoczesne wyłączenie dwóch elementów. Nie zanotowano istotnego wpływu liczby partycji i paczek na uzyskane wyniki.

W przypadku przyjęcia prawdopodobień-stwa wyłączenia na poziomie łącznego czasu trwania wyłączeń w łącznej liczbie stanów losowych dominują przypadki wyłączeń pojedynczych lub podwójnych. Udział wyłączeń pojedynczych kształtuje się na poziomie 31-42%, natomiast wyłączeń podwójnych 28-31%. W obu przypadkach liczba stanów losowych przekracza liczbę elementów układu sieciowego. W następnej kolejności występują układy bez wyłączeń (pełne) oraz układy wyłączeń wielokrotnych (większych niż 2). Maksymalna liczba wyłączonych elementów osiągnęła liczbę 6 szt. W analizowanej symulacji stwierdzono wpływ liczby partycji i paczek na uzyskane wyniki. W szczególności liczba stanów pojedynczych wyłączeń wraz ze zmniejszeniem liczby partycji i wzrostem liczby paczek początkowo rośnie, by następnie ulec gwałtownemu obniżeniu. Nie stwierdzono takiej zależności w przypadku pozostałych zestawów wyłączeń, np. liczba układów pełnych, n-2, itd. w niewielkim stopniu zależy od założonych parametrów modelu LHS. W przypadku układów n-4 stwierdzono naprzemiennie zmieniającą się liczbę takich stanów.

Na rys. 5 i 6 przedstawiono wyniki symulacji przeprowadzonych metodą LHS w układzie 423-elementowego modelu sieci przesyłowej. Analizując wyniki przy prawdopodobieństwie wyłączenia na poziomie czasu trwania wyłączeń awaryjnych, stwierdzono, że od 14% do 19% stanów losowych nie zawierało wyłączeń elementów sieciowych (układy pełne). Pozostałe przypadki to przede wszystkim stany pojedynczych i podwójnych wyłączeń, przy czym nie objęły one wszystkich elementów modelu. Stanów pojedynczych wyłączeń stwierdzono maksymalnie 36%, zaś stanów wyłączeń podwójnych maksymalnie 30%. Liczba stanów n-3 odpowiadała w przybliżeniu liczbie układów pełnych. Liczba stanów wyłączeń czterech elementów wyniosła od 4% do 9%. Stany od n-5 do n-7 zidentyfikowano w pojedynczych przypadkach.

W przypadku przyjęcia prawdopodobieństwa wyłączenia na poziomie łącznego czasu trwania wyłączeń dominują stany wyłączeń wielokrotnych. Nie stwierdzono przypadków wystąpienia układów pełnych, stanów wyłączeń od pojedynczych oraz wielokrotnych aż do n-11 włącznie. Stany od n-12 do n-18 wystąpiły w pojedynczych przypadkach. Największa liczba stanów losowych to stany od n-23 do n-28, maksymalna liczba to 29 stanów, ale zwykle nie przekracza ona liczby 25. Stany od n-34 do n-42 to przypadki incydentalne. Nie stwierdzono zależności uzyskanych wyników od założonych parametrów modelu LHS.

	5B_50P	10B_25P	25B_10P	50B_5P
Liczba układów pełnych	230	226	226	232
Liczba układów n-1	19	24	22	18
Liczba układów n-2	1	0	2	0

Tab. 1. Wyniki symulacji metodą LHS dostępności infrastruktury dla sieci testowej (50 elementów, 250 losowań), prawdopodobieństwo wyłączenia na poziomie czasu trwania wyłączeń awaryjnych

	5B_50P	10B_25P	25B_10P	50B_5P
Liczba układów pełnych	42	37	44	46
Liczba układów n-1	94	105	78	78
Liczba układów n-2	69	71	76	77
Liczba układów n-3	30	24	32	36
Liczba układów n-4	12	8	16	7
Liczba układów n-5	3	5	4	5
Liczba układów n-6	0	0	0	1

Tab. 2. Wyniki symulacji metodą LHS dostępności infrastruktury dla sieci testowej (50 elementów, 250 losowań), prawdopodobieństwo wyłączenia na poziomie łącznego czasu trwania wyłączeń



Rys. 5. Wyniki symulacji dostępności infrastruktury dla sieci przesyłowej metodą LHS (423 elementy, 250 losowań), prawdopodobieństwo wyłaczenia na poziomie czasu trwania wyłaczeń awaryjnych



Rys. 6. Wyniki symulacji dostępności infrastruktury dla sieci przesyłowej metodą LHS (423 elementy, 250 losowań), prawdopodobieństwo wyłączenia na poziomie łącznego czasu trwania wyłączeń



Wyłączenia	Awaryjne			Łączne		
Liczba losowań	1 000	5 000	10 000	1 000	5 000	10 000
Liczba układów pełnych	894	4 479	8 993	199	1 040	2 072
Liczba układów n-1	102	489	951	353	1 687	3 373
Liczba układów n-2	4	31	54	260	1 272	2 572
Liczba układów n-3	0	1	2	118	664	1 331
Liczba układów n-4				54	257	496
Liczba układów n-5				13	64	126
Liczba układów n-6				2	14	28
Liczba układów n-7				1	2	2

Tab. 3. Wyniki symulacji metodą Monte Carlo dostępności infrastruktury dla sieci testowej (50 elementów)







Rys. 8. Wyniki symulacji dostępności infrastruktury dla sieci przesyłowej metodą Monte Carlo (423 elementy), prawdopodobieństwo wyłączenia na poziomie łącznego czasu trwania wyłączeń

3.2. Analizy dostępności składowych infrastruktury przeprowadzone metodą Monte Carlo

W tab. 3 oraz na rys. 7 i 8 przedstawiono wyniki losowań dostępności infrastruktury sieciowej metodą Monte Carlo. Tabele zawierają odpowiednio wyniki dla sieci testowej i sieci przesyłowej, przy przyjęciu prawdopodobieństwa awarii na podstawie czasu wyłączeń awaryjnych lub łącznego czasu wyłączeń.

Analizując wyniki uzyskane dla sieci testowej, można stwierdzić, że stosując

zarówno metodę LHS, jak i Monte Carlo, uzyskano zbliżony udział liczby poszczególnych stanów losowych. W przypadku przyjęcia prawdopodobieństwa wyłączenia danego elementu na poziomie czasu wyłączeń awaryjnych stwierdzono układy pełne, tj. bez wyłączeń w 91,4% (LHS) i 89,6% (Monte Carlo). Analogiczne wartości dla stanów n-1 wynoszą odpowiednio 8,3% i 9,8% oraz dla stanów n-2 odpowiednio 0,3% i 0,5%. Maksymalna różnica wynosi więc 1,8 punktu procentowego. Przy przyjęciu prawdopodobieństwa na poziomie łącznego

czasu wyłączeń (awaryjnych, planowych itd.) również uzyskano zbliżone udziały liczby stanów losowych w obu metodach. Tym razem dominowały stany n-1, których udział wynosił 35,5% w metodzie LHS oraz 34,3% w metodzie Monte Carlo. Zbliżone wartości uzyskano także dla stanów n-3, n-4 i n-5. Największe różnice zidentyfikowano dla układów pełnych oraz n-2, dla których różnica ta wynosi 3,6 punktu procentowego. Dla modelu obejmującego wyłącznie sieć przesyłową, przy prawdopodobieństwie wyłączenia elementu wynikającym z czasu wyłączeń awaryjnych, w obu metodach uzyskano stany losowe obejmujące układy od układu pełnego do układów n-7. Jedynie w przypadku metody Monte Carlo i losowań w liczbie 5000 i 10 000 uzyskano pojedyncze stany n-8 i n-9. Rozkład liczby poszczególnych stanów w obu metodach, analogicznie jak w przypadku sieci testowej, jest zbliżony, co oznacza maksymalną różnicę na poziomie 2,4 punktu procentowego zidentyfikowaną dla stanów n-1. Przy prawdopodobieństwie wyłączenia elementu wynikającym z łącznego czasu wyłączeń w obu metodach uzyskano szerokie spektrum stanów losowych obejmujące układy od układu n-12 do układów n-42. W przypadku metody Monte Carlo i losowań w liczbie 10 000 uzyskano pojedyncze stany n-10 i n-43. Największą różnicę liczby stanów losowych stwierdzono dla układów n-31 w wysokości 1,5 punktu procentowego. Biorąc pod uwagę, że udział liczby stanów losowych (LHS; Monte Carlo) jest niezbyt duży i wynosi odpowiednio (4,6%; 6,1%), to jest to różnica znacząca. Podobnie przedstawia się sytuacja dla pozostałych stanów losowych.

4. Podsumowanie

Przedstawiono metody LHS i Monte Carlo, które wykorzystano w celu uzyskania losowych stanów dostępności składowych infrastruktury sieciowej. Reasumując, można stwierdzić, iż metoda Monte Carlo w zastosowaniu do symulacji przy rozwiązywaniu rozpływu probabilistycznego daje pełną reprezentację losowych stanów dostępności infrastruktury w poszczególnych rozpatrywanych modelach. Struktura udziału poszczególnych typów wyłączeń uzyskana metodą LHS nie odbiega znacząco od wyników uzyskanych metodą Monte Carlo, zwłaszcza dla mniejszych układów oraz przy przyjęciu prawdopodobieństwa wynikającego z czasu wyłączeń awaryjnych. Zaletą metody LHS jest znaczne ograniczenie liczby rozpatrywanych stanów losowych w porównaniu z metodą Monte Carlo. Wadą jednak jest to, że przy ograniczonej liczbie stanów losowych mogą nie zostać zidentyfikowane te o istotnym wpływie na warunki pracy systemu elektroenergetycznego.

Bibliografia

- 1. Kałuża S., Przygrodzki M., Ocena ekonomiczna stanu sieci w ujęciu probabilistycznym, *Zeszyty Naukowe Elektryka* 2007, r. 53, z. 1 (201).
- Kowalczyk A., Metody probabilistyczne, Wydawnictwo Politechniki Rzeszowskiej, 2013.
- 3. Popczyk J., Modele probabilistyczne w sieciach elektroenergetycznych, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 1991.
- 4. Skowronek K., Obwody elektryczne w ujęciu stochastycznym, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2011.
- 5. Miesięczne raporty z funkcjonowania Krajowego Systemu Elektroenergetycznego i Rynku
- Bilansującego (2006–2017) [online], http://www.pse.pl/index.php?modul=8&y=2017&m=3&id_rap=311 [dostęp: 21.07.2017].
- Vose D., Quatitative Risk Analysis: A Gide to Monte Carlo Simulation Modelling, John Wiley&Sons 1996.

Maksymilian Mikołaj Przygrodzki

dr hab.

PSE Innowacje sp. z o.o., Politechnika Śląska e-mail: maksymilian.przygrodzki@polsl.pl

Adiunkt w Instytucie Elektroenergetyki i Sterowania Układów Politechniki Śląskiej, ekspert w firmie PSE Innowacje sp. z o.o. Zajmuje się zagadnieniami związanymi z funkcjonowaniem sieci elektroenergetycznej, w szczególności w horyzoncie długoterminowym, oraz zagadnieniami związanymi z energetyką rozproszoną.

Wojciech Lubicki

mgr

PSE Inwestycje SA e-mail: wojciech.lubicki@pse.pl

Kierownik projektu w PSE SA odpowiedzialny za przygotowanie projektów inwestycyjnych w sieci przesyłowej.

Doktorant w Instytucie Elektroenergetyki i Šterowania Układów Politechniki Śląskiej z zakresem badań obejmującym elementy probabilistyczne procesu planowania rozwoju sieci przesyłowej.