

# Wybrane zagadnienia identyfikacji własności dynamicznych procesu flotacji węgla kamiennego

*W artykule poruszono wybrane problemy związane z identyfikacją własności dynamicznych procesu flotacji węgla jako obiektu o jednym wejściu sterującym i jednym wyjściu. Jako sygnał wyjściowy przyjęto pomiarowo dostępną zawartość popiołu w odpadach flotacyjnych. Podano podstawy teoretyczne związane ze stosowaniem wybranych metod estymacji parametrów modeli dynamiki procesu flotacji. Artykuł opatrzone przykładem obliczeniowym.*

*słowa kluczowe: flotacja węgla kamiennego, automatyczne sterowanie, monitorowanie zawartości popiołu*

## 1. WPROWADZENIE

---

Flotacja to fizykochemiczna metoda wzbogacania surowców mineralnych, która w przypadku węgla kamiennego stosowana jest dla nadawy składającej się z ziaren 0,5 mm ( $\max < 1$  mm). Proces flotacji węgla kamiennego z punktu widzenia sterowania jest nieliniowym obiektem dynamicznym. Można go przedstawić jako obiekt o wielu wejściach i wielu wyjściach, z tym że w procesach przemysłowych ciąglemu pomiarowi podlega tylko część sygnałów wejściowych i wyjściowych. Podstawowymi wielkościami wejściowymi procesu flotacji są: natężenie przepływu nadawy  $Q_n$ , o zawartości popiołu  $A_n$  i koncentracji części stałych w nadawie  $K_{cs}$ , natężenie przepływu odczynnika flotacyjnego  $V_o$ , natężenie przepływu powietrza do aeracji mętów  $Q_a$  oraz poziom zawiesiny w komorze flotownika  $h$ . Wielkościami wyjściowymi są: ilość (wychód) koncentratu  $W_k$ , zawartość popiołu w koncentracie  $A_k$ , ilość (wychód) odpadów  $W_o$ , zawartość popiołu w odpadach  $A_o$ . Za sygnały sterujące uznać można natężenie przepływu odczynnika flotacyjnego, poziom zawiesiny w komorze flotownika i natężenie przepływu powietrza do aeracji. Natomiast parametry nadawy, ze względu na ich losowe zmiany, należy traktować jako zakłócenie. W krajowych układach przemysłowych zawartość popiołu w nadawie oraz parametry ilościowe i jakościowe koncentratu koncentratu są pomiarowo niedostępne. Oznaczenia tych parametrów przeprowadza się okresowo

(na podstawie pobranych próbek) w laboratorium kontroli jakości w kopalni. Jedynym parametrem jakościowym pomiarowo dostępnym jest zawartość popiołu w odpadach flotacyjnych – pomiar czujnikiem MPOF [11]. Zwykle dostępne pomiarowo są również natężenie przepływu nadawy i koncentracja części stałych w nadawie.

Z punktu widzenia automatycznego sterowania procesu flotacji węgla istotna jest znajomość jego własności dynamicznych, przedstawionych jako zależności wejściowo-wyjściowe określonym modelem matematycznym w postaci równań różniczkowych, różnicowych i transmitancji (operatorowych, dyskretnych). Tworzenie modeli symulacyjnych procesu flotacji węgla oraz układów automatycznego sterowania i regulacji tym procesem powinno być oparte o znajomość jego charakterystyk statycznych oraz własności dynamicznych. Stąd szczególnego znaczenia nabiera zagadnienie doskonalenia metod estymacji, a tym samym wyznaczanych modeli dynamiki odwzorowujących własności dynamiczne przemysłowych procesów flotacji węgla.

## 2. POMIAR WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH PROCESU FLOTACJI WĘGŁA

---

Przeprowadzenie eksperymentu identyfikacyjnego wymaga znajomości obserwacji wielkości wejściowych i odpowiadających im wielkości wyjściowych.

W przypadku flotacji węgla kamiennego obiekt można potraktować jako obiekt o jednym wyjściu pomiarowo dostępnym ( $A_o$ ). Wówczas cel identyfikacji można sprowadzić do wyznaczenia modelu matematycznego opisującego własności dynamiczne procesu flotacji o wybranym wejściu i wyjściu w postaci zawartości popiołu w odpadach flotacyjnych. Istotne są zatem zagadnienia wyboru metody pomiarowej własności dynamicznych oraz metody wyznaczenia parametrów modelu.

Metody pomiarowe własności dynamicznych zgodnie z [3] dzieli się na:

- czynne, polegające na zaburzeniu pracy obiektu zdeterminowanymi sygnałami wejściowymi i obserwacji sygnałów wyjściowych,
- bierne, w których sygnały wejściowe i wyjściowe obiektu poddanego działaniu zakłóceń podlegają obserwacji (w określonym czasie) i statystycznej obróbce pozyskanej w ten sposób informacji,
- mieszane, które polegają na uzupełnieniu biernej metody pomiaru celowo wprowadzonymi zaburzeniami pracy obiektu.

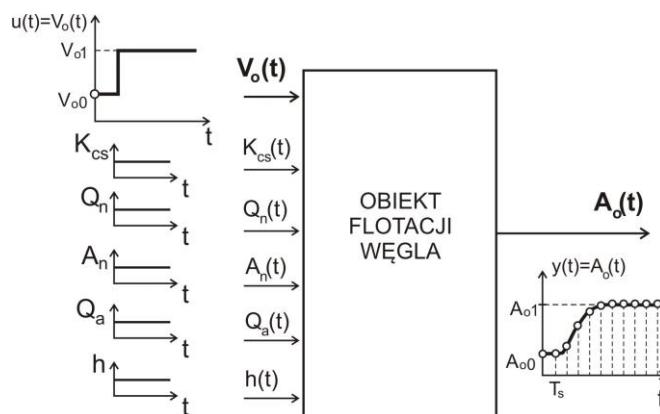
Identyfikacja modelu dynamiki procesu flotacji węgla łączy się z zagadnieniem wyboru metody pomiarowej własności dynamicznych tego procesu. Jeżeli jest możliwość przeprowadzenia pomiarów metodą czynną w warunkach przemysłowych, to celowe jest pozyskanie danych pomiarowych z wykorzystaniem tej metody. W takim przypadku słuszne jest pobudzenie obiektu sygnałem, którego postać w czasie jest znana i celowo wprowadzona na wejście. Wówczas doświadczenie identyfikacyjne modelu dynamicznego obejmuje [8]:

- wprowadzenie na wejście identyfikowanego obiektu specjalnego sygnału identyfikującego,
- rejestrację wartości wielkości wejściowej i wyjściowej w sposób dyskretny w trakcie trwania stanu nieustalonego procesu.

W odniesieniu do metod czynnych pomiaru własności dynamicznych sygnałami pobudzającymi mo-

gą być impuls jednostkowy, skok jednostkowy, skok prędkości, skok przyspieszenia oraz sygnał sinusoidalny. W przypadku, gdy sygnałem jest wymuszenie skokowe, to metoda nosi nazwę metody odpowiedzi skokowej. Nie jest możliwa dokładna realizacja skoku jednostkowego. W zasadzie każdy rzeczywisty sygnał skokowy ma pewien czas narastania skoku. Istotne jest, by czas ten był znikomy w porównaniu do stałych czasowych obiektu. W przemysłowych warunkach w procesie flotacji węgla zwykle można przeprowadzić realizację skokowej zmiany sygnału sterującego, w tym głównie natężenia przepływu odczynnika flotacyjnego, gdyż proces flotacji cechuje się dużymi opóźnieniami i stałymi czasowymi. Rzeczywiste sygnały skokowe w ogólnym przypadku mają przyrosty różne od jedności. Istotne jest, aby zmiana skokowa sygnału pobudzającego miała wystarczającą wartość, która zapewni wyraźną zmianę sygnału wyjściowego. Z drugiej zaś strony zmiana skokowa nie może być zbyt duża ze względu na istnienie nieliniowości obiektu. Metoda skokowa najczęściej daje dostateczną dokładność bez konieczności przeprowadzania długich analiz [8]. W prostych przypadkach kształt charakterystyki skokowej informuje o typie modelu, ale w przypadkach bardziej złożonych (obiekty wieloinercyjne, inercyjno-oscylacyjne itp.) wnioskowanie staje się niepewne [10].

W odniesieniu do procesu flotacji węgla metodę odpowiedzi skokowej zmierzającą do pozyskania przebiegu zawartości popiołu w odpadach flotacyjnych na skutek skokowej zmiany odczynnika flotacyjnego można zastosować przy uprzednim doprowadzeniu procesu do stanu ustalonego (stałość wszystkich parametrów wejściowych i wyjściowego w czasie). Następnie należy skokowo dokonać zmiany ilości podawanego do układu odczynnika flotacyjnego, rejestrując przebieg sygnału wejściowego ( $V_o$ ) i wyjściowego oraz monitorując w sposób ciągły stan pozostałych wielkości. Zasadę pomiaru własności dynamicznych procesu flotacji węgla obrazuje rys. 1.



Rys. 1. Pomiar własności dynamicznych procesu flotacji metodą odpowiedzi skokowej [8]

Jak wspomniano, eksperyment polegający na wyznaczeniu charakterystyki skokowej można zrealizować z wykorzystaniem aparatury pomiarowej zainstalowanej na obiekcie. Alternatywną drogą realizacji postawionego zadania identyfikacyjnego jest pobieranie serii próbek co przyjęty okres próbkowania  $T_s$ . Uzyskane wyniki oznaczeń laboratoryjnych zawartości popiołu w odpadach flotacyjnych kolejnych próbek utworzą charakterystykę skokową. W obu przypadkach staje się istotna kwestia właściwego doboru wielkości okresu próbkowania  $T_s$ . Pobrany ciąg próbek powinien umożliwić jak najwierniejsze odtworzenie całego przebiegu sygnału analogowego. W przypadku rejestracji komputerowej danych pomiarowych (na bieżąco) z poszczególnych czujników zainstalowanych w układzie monitorowania pracy procesu flotacji węgla okres próbkowania jest zwykle wystarczający. Określenie okresu próbkowania podczas eksperymentu opartego na pobieraniu próbek z odpadów flotacyjnych nabiera szczególnego znaczenia ze względu na trudności organizacyjne przeprowadzenia takiego doświadczenia pomiarowego. Okres próbkowania sygnału wejściowego i wyjściowego identyfikowanego obiektu powinien zapewnić odtworzenie własności dynamicznych tego obiektu.

Kolejnym istotnym zagadnieniem wiążącym się z eksperymentem identyfikacyjnym jest wybór struktury modelu oraz metody estymacji parametrów tego modelu na podstawie danych pomiarowych. Podczas doświadczenia identyfikacyjnego parametry modelu dynamiki mogą być estymowane na bieżąco (w oparciu o metody rekursywne) lub ich wyznaczenie może być przeprowadzone po zgromadzeniu danych pomiarowych (metody wsadowe). Ograniczając rozważania do metod bezpośrednich (wsadowych), w przypadku obiektów obserwowanych w sposób dyskretny, parametry modelu można wyznaczyć, korzystając z metody najmniejszych kwadratów (*LS*), metody największej wiarygodności (*ML*) lub metody zmiennej instrumen-

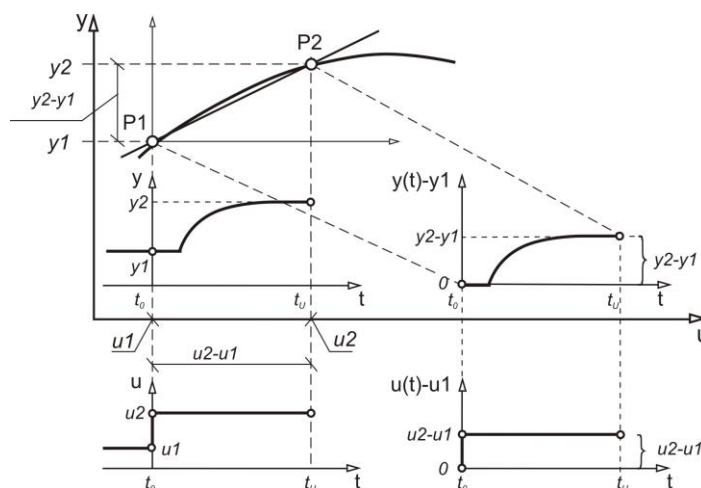
talnej (*IV*). Warto estymację parametrów modelu dynamiki wykonywać kilkoma metodami, a jako wynik końcowy wybrać model najlepiej dopasowany do danych empirycznych w sensie przyjętego kryterium. Zatem eksperyment identyfikacyjny polega na zgromadzeniu danych pomiarowych (sygnał pobudzający i wyjściowy), określeniu struktury modelu oraz kryterium dopasowania modelu do danych empirycznych, a także dokonaniu stosownych obliczeń celem wyznaczenia parametrów modelu.

### 3. WYZNACZANIE PARAMETRÓW MODELU WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH PROCESU FLOTACJI WĘGLA

#### 3.1. Wybrane metody estymacji parametrów modelu

Proces flotacji węgla jest dynamicznym obiektem nieliniowym ze względu na nieliniowość charakterystyk statycznych [1, 2, 5, 7]. Rzutuje to bezpośrednio na sposób identyfikacji własności dynamicznych tego procesu.

Wyznaczenie parametrów modelu w postaci transmitancji czy też równania różnicowego wymaga sprowadzenia obiektu (w przybliżeniu) do liniowego zakresu przy nieznacznych odchyleniach od danego punktu pracy lub przy przechodzeniu procesu z jednego do drugiego punktu pracy. By obliczenia zmierzające do wyznaczenia parametrów modelu były poprawne, należy wartości początkowe sygnału wejściowego i wyjściowego sprowadzić do zera w sposób pokazany na rys. 2. Przedział charakterystyki statycznej pomiędzy punktem pracy *P1* a *P2* powinien być w przybliżeniu liniowy.



Rys. 2. Pomiar własności dynamicznych procesu flotacji metodą odpowiedzi skokowej [1]

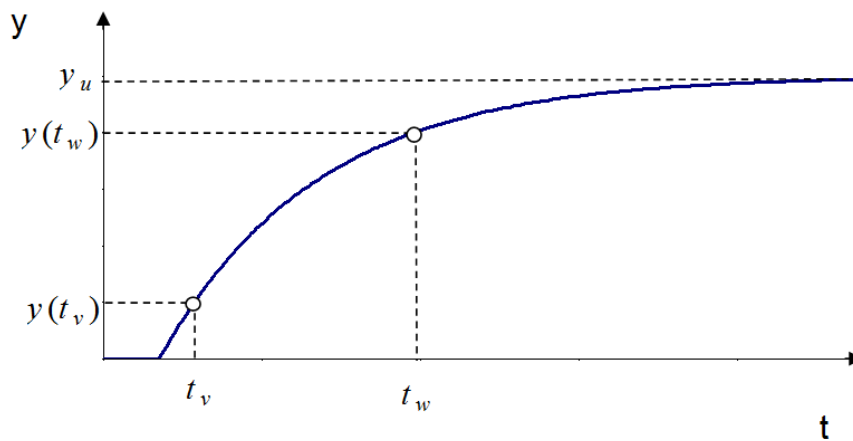
Niezwykle istotnym zagadnieniem jest dobór metody estymacji parametrów modelu. Rozwiązanie zagadnień związanych z przygotowaniem i przeprowadzeniem badań przemysłowych, prowadzące do zgromadzenia interesujących danych pomiarowych (p. 2), stanowi istotny zakres eksperymentu identyfikacyjnego. Kolejną ważną kwestią jest wybór struktury modelu. Jak pokazały wyniki szeregu badań przemysłowych [2, 4, 5, 6], własności dynamiczne procesu flotacji węgla o wejściu sterującym  $V_o$  i wyjściu  $A_o$  dostatecznie dokładnie można opisać modelem o strukturze elementu inercyjnego pierwszego rzędu z czasem opóźnienia.

Znając strukturę modelu, można dokonać wyboru metody wyznaczenia jego parametrów.

Do dalszych rozważań przyjęto następujące oznaczenia:

- $u(t)$  – skokowa zmiana ilości odczynnika flotacyjnego  $u(t) = V_o(t) - V_o(0)$ ,
- $y(t)$  – zmiana sygnału wyjściowego, czyli zawartości popiołu w odpadach flotacyjnych  $y(t) = A_o(t) - A_o(0)$ ,
- $A_o(0), V_o(0)$  – wartości początkowe sygnałów odpowiednio: wyjściowego i wejściowego w chwili  $t(0)^{(-)}$  (przed rozpoczęciem doświadczenia identyfikacyjnego).

Jak wiadomo, odpowiedź obiektu o strukturze elementu inercyjnego rzędu pierwszego z opóźnieniem czasowym na pobudzenie sygnałem skokowym  $u(t) = u_0 1(t)$ , co przedstawiono w postaci graficznej na rys. 3.



Rys. 3. Przebieg odpowiedzi skokowej obiektu o strukturze elementu inercyjnego pierwszego rzędu z czasem opóźnienia

Można to wyrazić wzorem:

$$y(t) = y_u \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{T}}\right) \cdot 1(t + \tau) \quad (1)$$

gdzie:

$y_u$  – wartość sygnału wyjściowego w stanie ustalonym ( $dy/dt = 0$ ),

$T$  – stała czasowa obiektu,

$t$  – opóźnienie czasowe.

Znając wartości odpowiedzi skokowej dla czasów  $t_v$  i  $t_w$  (jak na rys. 2.) takich, że  $0 < y(t_v) < y(t_w) < y_u$  oraz  $t_v < t_w$ , można sporządzić następujący układ równań:

$$\begin{cases} y(t_v) = y_u \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t_v-\tau)}{T}}\right) \\ y(t_w) = y_u \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t_w-\tau)}{T}}\right) \end{cases} \quad (2)$$

Łatwo zauważyć, że jest to układ równań z poszukiwanymi dwiema niewiadomymi,  $T$  i  $\tau$ , przy znajomości  $y(t_v)$ ,  $y(t_w)$  oraz  $y_u$ . Przenosząc na drugą stronę w obu równaniach wartość  $y_u$  oraz dokonując podzielenia obustronnego przez  $-y_u$ , uzyska się:

$$\begin{cases} e^{-\frac{(\tau-t_v)}{T}} = \left(1 - \frac{y(t_v)}{y_u}\right) \\ e^{-\frac{(\tau-t_w)}{T}} = \left(1 - \frac{y(t_w)}{y_u}\right) \end{cases} \quad (3)$$

W odniesieniu do pierwszego z równań (3) w celu wyznaczenia stałej czasowej dokonano obustronnego zlogarytmowania:

$$\frac{(\tau - t_v)}{T} = \ln\left(1 - \frac{y(t_v)}{y_u}\right) \quad (4)$$

Przekształcając równanie (4) ze względu na  $T$ , uzyskuje się wzór:

$$T = \frac{(\tau - t_v)}{\ln\left(1 - \frac{y(t_v)}{y_u}\right)} \quad (5)$$

Logarytmując obustronnie drugie z równań (3) oraz podstawiając w miejsce  $T$  wzór (5) i mnożąc równanie obustronnie przez wartość  $(\tau - t_v)$ , otrzymuje się:

$$(\tau - t_w) \cdot \ln\left(1 - \frac{y(t_v)}{y_u}\right) = (\tau - t_v) \cdot \ln\left(1 - \frac{y(t_w)}{y_u}\right) \quad (6)$$

Porządkując równanie (6), uzyska się:

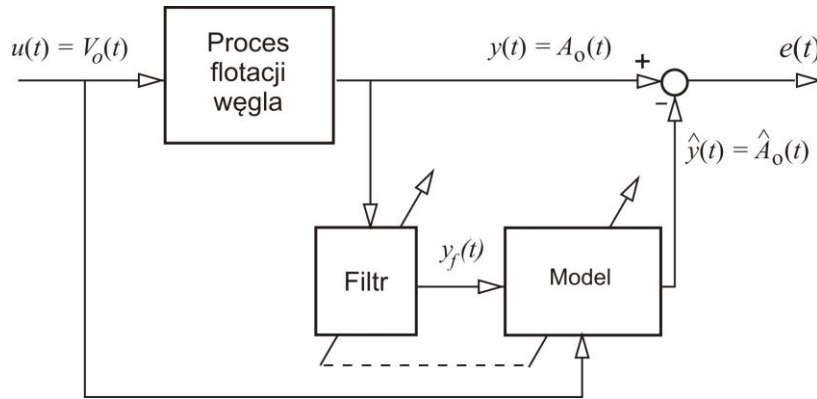
$$\tau \left[ \ln\left(1 - \frac{y(t_v)}{y_u}\right) - \ln\left(1 - \frac{y(t_w)}{y_u}\right) \right] = t_w \cdot \ln\left(1 - \frac{y(t_v)}{y_u}\right) - t_v \cdot \ln\left(1 - \frac{y(t_w)}{y_u}\right) \quad (7)$$

Wyznaczając z równania (7) wartość  $\tau$ , otrzymuje się wzór na obliczanie wartości opóźnienia czasowego:

$$\tau = \frac{t_w \cdot \ln\left(1 - \frac{y(t_v)}{y_u}\right) - t_v \cdot \ln\left(1 - \frac{y(t_w)}{y_u}\right)}{\ln\left(1 - \frac{y(t_v)}{y_u}\right) - \ln\left(1 - \frac{y(t_w)}{y_u}\right)} \quad (8)$$

Zależności (5) i (8) są słuszne dla charakterystyki skokowej (rys. 3.) w postaci przyrostu sygnału wyjściowego na skutek skokowego zwiększenia sygnału wejściowego przy spełnieniu warunków:  $0 < t_v < t_w$

oraz  $0 < y(t_v) < y(t_w) < y_u$ . Jak wiadomo, znane równania (5) i (8) mogą być stosowane w sytuacji, gdy oddziałujące na obiekt zakłócenie jest pomijalnie małe. Bezpośrednie zastosowanie równań (5) i (8) do estymacji parametrów modelu opisującego dynamikę procesu flotacji jako obiektu o jednym wejściu sterującym i jednym wyjściu pomiarowo dostępnym nie jest możliwe ze względu na występujący w sygnale pomiarowym szum. Równania (5) i (8) mogą zostać użyte wyłącznie w powiązaniu z filtrem o prawidłowo dobranych parametrach. W takim przypadku zadaniem filtru jest wygładzenie przebiegu sygnału na wyjściu procesu w taki sposób, by istotne zmiany sygnału procesu nie zostały wytłumione (odtworzenie dynamiki na wyjściu filtru, przy wytłumieniu szumu). Przy odpowiednio dobranym filtrze parametry modelu w postaci opóźnienia czasowego i stałej czasowej można obliczyć z równań (5) i (8) na podstawie sygnału z wyjścia filtru, czyli tak, jak to pokazano na rys. 4.



Rys. 4. Pomiar własności dynamicznych procesu flotacji z użyciem filtru

Wówczas równania (5) i (8) niezbędne do wyznaczenia parametrów modelu inercyjnego pierwszego rzędu z opóźnieniem czasowym można zapisać:

$$\tau = \frac{t_w \cdot \ln\left(1 - \frac{y_f(t_v)}{y_{f_u}}\right) - t_v \cdot \ln\left(1 - \frac{y_f(t_w)}{y_{f_u}}\right)}{\ln\left(1 - \frac{y_f(t_v)}{y_{f_u}}\right) - \ln\left(1 - \frac{y_f(t_w)}{y_{f_u}}\right)} \quad (9)$$

$$T = \frac{(\tau - t_v)}{\ln\left(1 - \frac{y_f(t_v)}{y_{f_u}}\right)} \quad (10)$$

W prezentowanym przykładzie użyto filtru o zasadzie średniej kroczącej realizującego uśrednianie symetryczne względem obliczanej próbki. Filtr o średniej kroczącej cechuje dobre tłumienie występującego w sygnale szumu losowego i może zapewnić znaczną stromość przebiegu na wyjściu filtru przy

zmianach skokowych sygnału filtrowanego [9]. Równanie takiego filtru ma postać:

$$y_f(k) = \frac{1}{M+1} \sum_{i=-M/2}^{M/2} y(k+i) \quad (11)$$

gdzie:

$M+1$  – uśredniana liczba próbek ( $M$  jest niezerową liczbą naturalną parzystą),

$y_f(k)$  – sygnał na wyjściu filtru w chwili  $kT_s$ .

$k$  –  $1, 2, \dots, N$ .

Powstaje więc kwestia doboru parametru filtru. W przypadku, gdy głównym celem obliczeń jest estymacja parametru modelu o strukturze elementu inercyjnego z opóźnieniem czasowym, można powiązać ze sobą dobór parametru filtru  $M$  z estymacją parametrów modelu. W takiej sytuacji obliczeniom należy nadać charakter iteracyjny. Algorytm obliczeniowy można przedstawić następująco:

- 1) oblicz sygnał na wyjściu filtru przy danym  $M$ ,
- 2) ustaw wartość  $y_{fi}$ , przyjmując, że  $\hat{y}_u = y_f(N-n)$ , gdzie  $n$  jest liczbą naturalną z przyjętego zakresu  $n = (0, n_{max})$ ,
- 3) dla danego przebiegu sygnału wyjściowego filtru  $y_f(k)$  dokonaj obliczeń parametrów modelu  $\tau$  i  $T$  dla różnych par punktów  $y_f(t_v)$  i  $y_f(t_w)$  zgodnie z równaniami (9) i (10) oraz wybierz te parametry modelu, które będą najlepsze z punktu widzenia przyjętego kryterium,
- 4) zwiększ  $M$  o kolejną wartość z przyjętego przedziału  $M = (0, M_{max})$  i powtórz obliczenia.

Estymację parametrów modelu można również przeprowadzić jedną z metod bezpośrednich (wsadowych). W celach porównawczych dokonano obliczenia parametrów modelu metodą najmniejszych kwadratów. W tym przypadku zadanie identyfikacyjne sprowadza się do obliczenia parametrów równania różnicowego na podstawie pary sygnałów  $u, y$ . Można założyć, że istnieje wektor  $\theta_{LS} = [a_1, a_2, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_n]^T$  taki, że zachodzi równanie opisujące dynamikę obiektu o postaci:

$$y(k) = a_1 y(k-1) \dots a_n y(k-n) + b_0 u(k-m) + \dots + b_n u(k-n-m) \quad (12)$$

gdzie  $m = \tau T_s$  – reprezentuje opóźnienie czasowe.

Estymator najmniejszych kwadratów  $\theta_{LS}$  można zapisać w postaci wektorowo-macierzowej:

$$\theta_{LS} = (C^T C)^{-1} C^T y \quad (13)$$

Przy wyznaczaniu modeli dynamicznych macierz  $C$  zawiera zarówno wielkości wejściowe, jak i wyjściowe. Obliczone parametry równania różnicowego (12) wymagają przeliczenia parametrów na postać modelu ciągłego.

### 3.2. Ocena poprawności parametrów modelu

Ocenę dopasowania modelu do danych empirycznych przeprowadzić należy, przyjmując określone kryterium. Przy identyfikacji parametrów modelu nie jest znany sygnał wzorcowy, a w ocenie jakości modelu wykorzystywane są zarejestrowane dane pomiarowe i sygnał na wyjściu modelu (przy znajomości sygnału wejściowego). W przypadku metod bezpośrednich błąd  $e(k)$ , wyrażony jako różnica między sygnałem wyjściowym obiektu (dane pomiarowe) a sygnałem wyjściowym modelu, można wyznaczyć według zależności:

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (14)$$

gdzie:

$y(k)$  – dane pomiarowe,

$\hat{y}(k)$  – sygnał na wyjściu modelu,

$k$  – kolejne chwile czasu.

Wykorzystując równanie (14), można obliczyć sumę kwadratów błędów  $e(k)$ , którą wyraża wzór:

$$SSE = \sum_{k=1}^N (e(k))^2 = \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2 \quad (15)$$

gdzie  $N$  – liczba próbek.

Równanie (15) jest klasycznym kryterium oceny modelu. Jakość modelu można również oceniać, badając wartość kryterium w postaci wariancji reszt, co można zapisać:

$$J = \sigma_e^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (e(k))^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2 \quad (16)$$

Zagadnienie kryterium oceny poprawności modelu zatem można sprowadzić do analizy wartości wariancji reszt. Wówczas zadanie identyfikacyjne powinno zmierzać do wyznaczenia takich parametrów modelu i filtru, które będą minimalizować kryterium (16). Powyższy warunek można zapisać następująco:

$$\hat{\theta}, M = \min\{J\} \quad (17)$$

gdzie:

$\hat{\theta}$  – parametry modelu własności dynamicznych procesu flotacji –  $T, \tau$ , obliczone daną metodą estymacji.



### 3.3. Wyniki estymacji parametrów modeli

Do wyznaczenia własności dynamicznych procesu flotacji wykorzystano dane pomiarowe przedstawione w [4, 6]. Dane pomiarowe zawartości popiołu pochodzą ze wskazań popiolumierzy odpadów flotacyjnych, zaś parametry nadawy monitorowano, a ich przebiegi były w przybliżeniu stałe w czasie. Do wyznaczenia

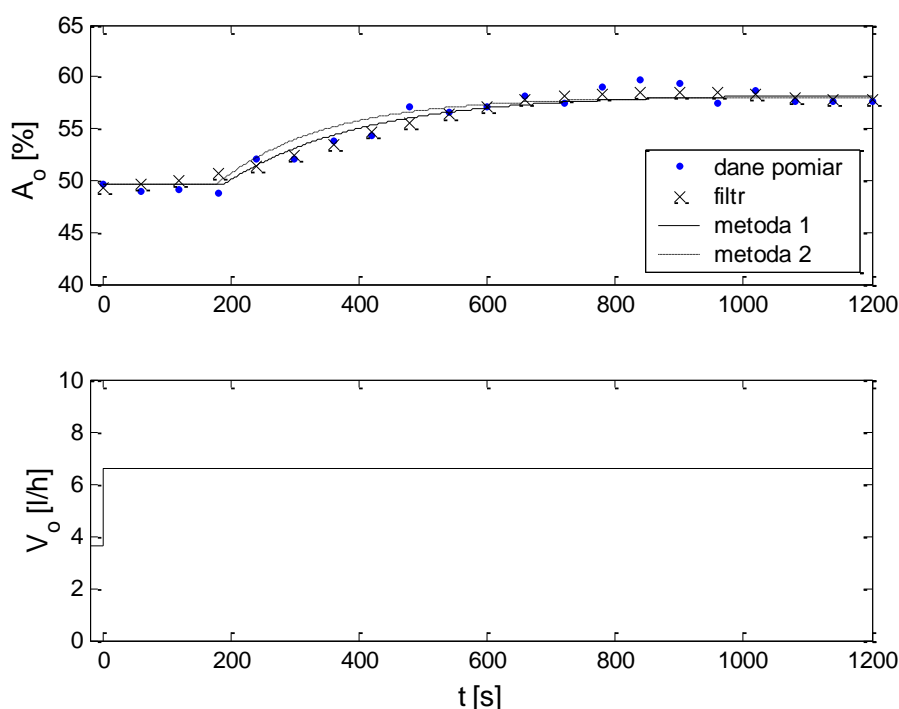
parametrów modeli dynamicznych zastosowano metody opisane w p. 3.1. Metodę wyznaczania parametrów modelu dynamicznego z wykorzystaniem równań (9) i (10) oraz filtru cyfrowego (11) oznaczono jako „metoda 1”, natomiast metodę najmniejszych kwadratów – jako „metoda 2”.

Wyniki identyfikacji parametrów modeli dynamicznych zestawiono w tab. 1., a przykładowe przebiegi przedstawiono graficznie na rys. 5.

Tabela 1.

Wyniki identyfikacji modeli dynamicznych procesu flotacji węgla

lp	Metoda	$\Delta u$ [l/h]	$T_s$ [s]	Parametry równania różnicowego (12)		Parametry modelu ciągłego		Wariancja reszt	Wartości początkowe		M
				$a_1$	$b_m$	T [s]	$\tau$ [s]		$y_0$ [%]	$u_0$ [l/h]	
1	1	3.6	60	-	-	215.4	191.9	0.73	49.7	3.0	6
	2			-0.7029	0.6886	170.2	180.0	0.94			-
2	1	6	60	-	-	415.8	157.6	1.63	53.8	1.5	4
	2			-0.8304	0.5272	322.8	180.0	2.29			-



Rys. 5. Przebieg sygnału na wyjściu filtru oraz odpowiedzi zawartości popiołu w odpadach flotacyjnych na skokową zmianę natężenia przepływu odczynnika flotacyjnego – przykład 1 tab. 1

Ze względu na nieliniowy charakter procesu flotacji węgla metoda bazująca na równaniach (9) i (10) oraz wygładzaniu danych pomiarowych za pomocą filtru cyfrowego (11) umożliwia wyznaczenie para-

metrów modelu pierwszego rzędu z opóźnieniem czasowym w oparciu o charakterystykę skokową. W tym przypadku dokonuje się linearyzacji przy przechodzeniu obiektu z jednego do drugiego

(o większej wartości) punktu pracy w wyniku skokowego zwiększenia sygnału sterującego. Jak pokazują wyniki obliczeń, metoda 1 oparta na stosowaniu równań (9), (10) i (11) może przynieść zadowalające rezultaty w sensie minimalizacji przyjętego kryterium (16). W obu analizowanych przypadkach zastosowanie metody bazującej na równaniach (9), (10) i (11) dało mniejsze wartości przyjętego kryterium niż metoda najmniejszych kwadratów. Należy zauważyć, że w porównaniu do metody najmniejszych kwadratów obliczony czas opóźnienia w ogólnym przypadku nie jest wielokrotnością okresu próbkowania. Stąd czasem osiągnięte w ten sposób wyniki mogą być lepsze od wyników uzyskanych metodą najmniejszych kwadratów. Metoda bazująca na równaniach (9) i (10) wymaga doboru parametru filtru i większej liczby obliczeń w porównaniu do metody najmniejszych kwadratów, przy czym uzyskane rezultaty nie zawsze są zadowalające. Ponadto metoda ta ogranicza się do estymacji parametrów modelu wyłącznie w oparciu o odpowiedź skokową obiektu.

#### 4. PODSUMOWANIE

Omówione zagadnienia pomiarów właściwości dynamicznych procesu flotacji węgla metodą odpowiedzi skokowej, wyboru metody estymacji parametrów modelu oraz kryterium dopasowania tego modelu do danych empirycznych stanowią podstawowe etapy eksperymentu identyfikacyjnego. Własności dynamiczne obiektu flotacji węgla o jednym wejściu sterującym ( $V_o$ ) i jednym wyjściu pomiarowo dostępnym ( $A_o$ ) przedstawić można jako modele o strukturze elementu inercyjnego pierwszego rzędu z czasem opóźnienia.

W artykule dokonano porównania dwóch metod: metody bazującej na równaniach (9), (10) i filtrze cyfrowym o równaniu (11) oraz metody najmniej-

szych kwadratów. Na podstawie analizy porównawczej można stwierdzić, że zastosowanie metody bazującej na równaniach (9), (10) oraz filtrze (11) może dawać lepsze wyniki (w sensie przyjętego kryterium) niż metoda najmniejszych kwadratów. Należy jednak podkreślić, że metoda ta może być stosowana w określonych warunkach i wyłącznie w odniesieniu do danych pomiarowych uzyskanych metodą odpowiedzi skokowej.

Przedstawiona metoda estymacji parametrów modelu na podstawie odpowiedzi skokowej (metoda 1) może być przydatnym narzędziem obliczania modelu dynamiki procesu flotacji węgla.

#### Literatura

1. Cierpisz S., Gröbner L., Joostberens J.: *Identyfikacja procesu flotacji węgla – badania przemysłowe*. W: Materiały X Konferencji APPK, Szczyrk 2004, s. 63-69.
2. Cierpisz S., Joostberens J.: *Simulation of fuzzy control of coal flotation*, IFAC Workshop – MMM 2006, Automation in Mining, Mineral and Metal Industry, Cracow-Poland 2006, pp. 210-214.
3. Findeisen W.: *Poradnik inżyniera automatyka*. Praca pod redakcją. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1969.
4. Joostberens J.: *Modele dynamiczne procesu flotacji węgla wyznaczone przy użyciu metody zmiennej instrumentalnej*. „Mechanizacja i Automatyka Górnictwa”, 2011, nr 12/490, s. 34-37.
5. Joostberens J.: *Wyniki badań identyfikacyjnych procesu flotacji węgla*. W: *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej – Górnictwo*, z. 286, Gliwice 2008, s. 275-284.
6. Joostberens J.: *Zastosowanie sieci neuronowych do identyfikacji modeli dynamicznych procesu flotacji węgla*. „Mechanizacja i Automatyka Górnictwa”, 2008, nr 2/445, s. 25-28.
7. Kalinowski K.: *Sterowanie procesu flotacji węgla*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1991.
8. Larminat P., Thomas Y.: *Identyfikacja, Automatyka – układy liniowe*, t. 2, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1983.
9. Smith S.W.: *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów*, Wydawnictwo BTC, Warszawa 2007.
10. Żuchowski A.: *Wyznaczenie typu liniowego modelu dynamiki obiektu przy wykorzystaniu charakterystyki skokowej*. W: *Materiały XIV Krajowej Konferencji Automatyki*, Zielona Góra 2002, s. 401-406.
11. katalog informacyjny czujnika MPOF – [www.emag.pl](http://www.emag.pl); dostępność 15.05.2015

Artykuł został zrecenzowany przez dwóch niezależnych recenzentów.