

# Trajektoria dla wybranej klasy automatycznie sterowanych manewrów omijania ruchomej przeszkody

Jerzy Graffstein

Instytut Lotnictwa, Al. Krakowska 110/114, 02-256 Warszawa

**Streszczenie:** Z uwagi na bezpieczeństwo lotu istotne znaczenie ma przebieg trajektorii manewru omijania ruchomej przeszkody. W pracy zaproponowano metodę określenia kształtu trajektorii dla wybranej klasy złożonego manewru omijania. W jego przebiegu wyodrębniono następujące po sobie fazy: uniknięcie kolizji, ominięcie przeszkody oraz powrót do lotu wzdłuż odcinka przewidzianego w planie lotu. Wymienionym fazom zostały przyporządkowane fragmenty trajektorii o założonym kształcie. Przedstawiono metodę określenia warunków zagrożenia wystąpienia kolizji dla różnych scenariuszy ruchu obiektów. W tym celu określono warunki czasowe i geometryczne występujące we wzajemnych relacjach między samolotem i przeszkodą. Wykonano cyfrową symulację lotu we wcześniej wymienionych fazach manewru omijania dla wybranego scenariusza ruchu obiektów. Przedstawiono i omówiono wybrane wyniki numerycznych badań.

**Słowa kluczowe:** unikanie kolizji, trajektoria manewru omijania, automatyczne sterowanie lotem, komputerowa symulacja lotu

## 1. Wprowadzenie

W ostatnich latach obserwuje się znaczny wzrost zainteresowania metodami wykonywania manewrów antykolizyjnych przez obiekty latające. Potwierdza to duża liczba publikacji nauko-technicznych poświęconych tej tematyce. Wiąże się to między innymi z rosnącymi wymaganiami dotyczącymi poprawy bezpieczeństwa w ruchu obiektów latających pilotowanych i bezzałogowych. Powstające rozwiązania techniczne [5] i stosowane algorytmy omawianego zagadnienia zależą od wielu czynników w tym między innymi od: rodzaju obiektu jaki bierze udział w ruchu, rodzaju przeszkody, sposobem uzyskiwania o niej informacji itp. Warunki stawiane przy planowaniu misji samolotu mają bezpośredni wpływ na przebieg manewru i kształt trajektorii w czasie omijania przeszkody.

Sposób kształtowania przebiegu trajektorii manewru ominięcia przeszkody ma znaczenie dla bezpieczeństwa ruchu samolotu i jakości wykonania planu lotu. W pracach [3, 9] przedstawiono interesujące propozycje geometrycznej reprezentacji przebiegu trajektorii między innymi zastosowano kłotoide. Nie porównano przedstawionych reprezentacji krzywych z możliwościami dyna-

miki ruchomego obiektu. Innym rozwiązaniem jest konstruowanie trajektorii jako ścieżki Dubinsa [14] na płaszczyźnie. Ta metoda jest efektywna przy ogólnym szkicowaniu dłuższych tras lotu samolotu. Podobnie jak we wcześniejszych propozycjach nie uwzględnia dynamiki obiektu. Duży wybór konfiguracji ruchu obiektu w rozważanym manewrze zawarto w pracy [10, 12, 13]. Podano w niej metodę automatycznego sterowania ruchem obiektu w czasie manewru omijania dla różnych scenariuszy zagrożenia wystąpienia kolizji.

W pracy zaproponowano metodę określania kształtu trajektorii dla wybranej klasy złożonego manewru omijania. W jego przebiegu wyodrębniono kolejno następujące po sobie fazy: uniknięcie kolizji, ominięcie przeszkody oraz powrót do lotu wzdłuż odcinka przewidzianego w planie lotu. Wymienionym fazom zostały przyporządkowane fragmenty trajektorii o założonym kształcie. Przedstawiono metodę określenia warunków zagrożenia wystąpienia kolizji. W tym celu wykorzystano wybrane zmienne geometryczne samolotu i przeszkody oraz ich wzajemne relacje. Przedstawiona metoda została zilustrowana i wstępnie zweryfikowana komputerową symulacją. Zaprezentowano przebieg wybranych zmiennych sterowania i stanu lotu dla wybranego scenariusza manewru omijania ruchomej przeszkody.

## 2. Określenie niebezpieczeństwa wystąpienia kolizji

Warunek zagrożenia kolizji dla różnych scenariuszy można sprowadzić do następującego zagadnienia: geometryczne środki samolotu i przeszkody znajdują się w pewnej określonej myślowo zamkniętej przestrzeni w tym samym czasie. Dla wygodniejszej analizy możemy tę kwestię rozdzielić na zadanie geometryczne i zadanie czasowe. W zadaniu geometrycznym

### Autor korespondujący:

Jerzy Graffstein, Jerzy.Graffstein@ilot.edu.pl

### Artykuł recenzowany

nadesłany 10.10.2016 r., przyjęty do druku 02.12.2016 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0

należy sprawdzić, czy w rzucie na płaszczyznę równoległą do płaszczyzny Ziemi trajektorie samolotu przecina się z kołem o promieniu  $r_{CMB}$ . Środek tego koła pokrywa się ze środkiem geometrycznym przeszkody, a wielkość promienia  $r_{CMB}$  jest sumą maksymalnych wymiarów samolotu, przeszkody i marginesu bezpieczeństwa. Drugą częścią zagadnienia to równoczesność wystąpienia wymienionej geometrycznej konfiguracji. W tym celu zostają określone odpowiednie dwa przedziały czasowe. Jest to przedział czasu  $\langle t_{S1}, t_{S2} \rangle$ , w którym środek geometryczny samolotu osiąga punkty wspólne ze wspomnianym kołem oraz drugi  $\langle t_{P1}, t_{P2} \rangle$ , w którym koło (o promieniu  $r_{CMB}$ ) przecina trajektorie samolotu. Rozłączność tych przedziałów czasowych świadczy o braku zagrożenia wystąpienia kolizji.

Mając na uwadze przedstawioną analizę logiczny warunek zagrożenia kolizji samolotu z ruchomą przeszkodą przedstawia matematyczna formuła:

$$t_{S\_1} \geq t_{P\_1} \wedge t_{S\_1} \leq t_{P\_2} \vee t_{S\_2} \geq t_{P\_1} \wedge t_{S\_2} \leq t_{P\_2}, \quad (1)$$

Granice wymienionych przedziałów czasowych wyliczamy z następujących zależności:

$$t_{P\_1,2} = (d_{PZ} \mp (r_{CMB} / \cos(\Psi_{TrSP}))) / V_P, \quad (2)$$

$$t_{S\_1,2} \equiv (r_{CMB} + d_{SZ} \mp (r_{CMB} / \cos(\Psi_{TrSP}))) / V_S, \quad (3)$$

Po obu stronach znanego punktu  $P_{PT}(x_{PT}, y_{PT})$  przecięcia trajektorii samolotu i przeszkody występują dwa punkty  $(x_{ST1}, y_{PT})$  i  $(x_{ST2}, y_{PT})$ . Stanowią one granice odcinka, na którym pojawienie się geometrycznego środka samolotu stanowi zagrożenie wystąpienia kolizji. Współrzędne tego odcinka wynoszą:

$$x_{ST\_1,2} = (d_{PZ} - (t_{PK} V_P / \cos(\Psi_{TrSP}))) \pm \sqrt{2hr_{CMB} - h^2} \quad (4)$$

gdzie wielkości pomocnicze  $h$  i  $d_{PK}$ :

$$h = r_{CMB} - (d_{PK} - V_P t_{PK}) \sin(\Psi_{TrSP}) \quad (5)$$

oraz

$$d_{PK} = r_{CMB} / \sin(\Psi_{TrSP}) \quad (6)$$

Z powyższych zależności wynika, że im mniejszy kąt przecięcia trajektorii  $\Psi_{TrSP}$  tym dłuższy odcinek, na którym może dojść do kolizji. W granicznym przypadku gdy kąt  $\Psi_{TrSP}$  ma wartość zero to długość odcinka, na którym może dojść do kolizji ma długość całej trajektorii.

Prędkość wypadkową przeszkody i samolotu opisuje zależność:

$$V_{SP} = \sqrt{(V_S \cos \Psi_{VS} - V_P \cos \Psi_{VP})^2 - (V_S \sin \Psi_{VS} - V_P \sin \Psi_{VP})^2} \quad (7)$$

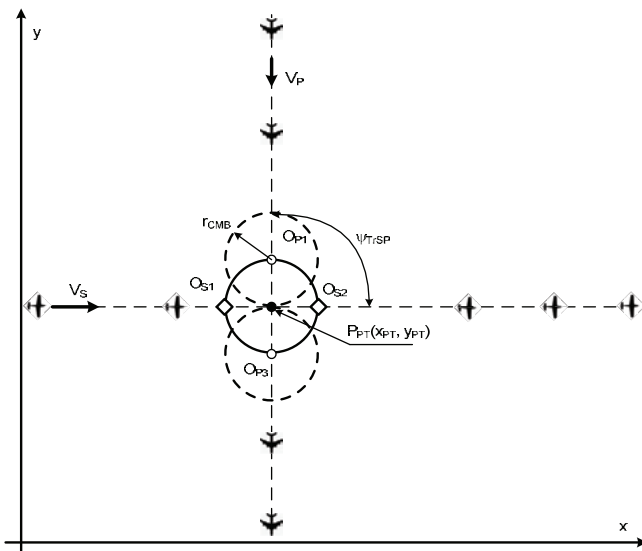
Zagrożenie wystąpienia kolizji w szczególnym przypadku, gdy trajektorie samolotu i przeszkody są równoległe i oddalone od siebie o  $d_{Tr}$  wystąpi tylko w razie spełnienia warunku geometrycznego:  $d_{Tr} \leq r_{CMB}$ . Ze względu na brak w tym przypadku punktu przecięcia trajektorii, istotnym jego odpowiednikiem jest czas  $t_{ZG}$ , po którym samolot może osiągnąć położenie w zakazanej strefie.

$$t_{ZG} = (r_{SP} - 0.5d_{CK}) / (V_S + V_P), \quad (8)$$

gdzie pomocniczy parametr odpowiadający długości cięciwy koła o promieniu  $r_{CMB}$  wynosi:

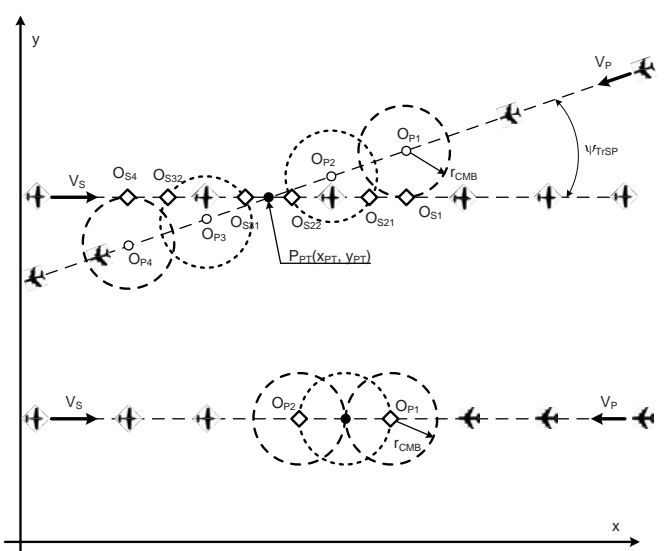
$$d_{CK} = 2\sqrt{2(r_{CMB} - d_{Tr})r_{CMB} - (r_{CMB} - d_{Tr})^2} \quad (9)$$

Ostatni z opisanych scenariuszy stanowi szczególny przypadek i jest nietypowy, ponieważ dla równoległych trajektorii samolotu i przeszkody gdy spełniony jest warunek  $0 < d_{Tr} \leq r_{CMB}$  wymienione trajektorie nie mają żadnego punktu wspólnego a pomimo to występuje niebezpieczeństwo zderzenia z ruchomą przeszkodą.



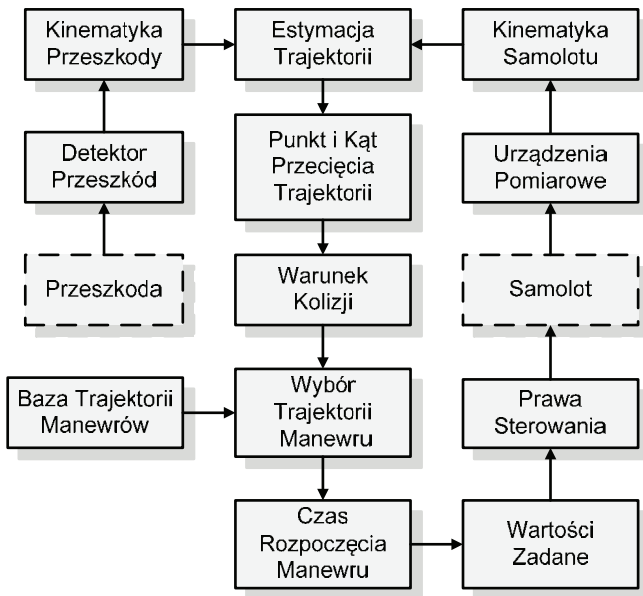
Rys. 1. Zagrożenie wystąpienia kolizji z ruchomą przeszkodą – scenariusz I

Fig. 1. Collision threat appears with moving obstacle – scenario I



Rys. 2. Zagrożenie wystąpienia kolizji z ruchomą przeszkodą – scenariusz II i III

Fig. 2. Collision threat appears with moving obstacle – scenario II and III



Rys. 3. Schemat struktury wyboru trajektorii manewru  
Fig. 3. Block diagram of choice trajectory manoeuvre

### 3. Struktura działań wyboru trajektorii manewru omijania

Zaproponowano strukturę procesu wyboru parametrów odpowiedniego manewru przedstawioną na schemacie (rys. 3). Detektor przeszkód, wykrywa przeszkodę i określa jej położenie w przestrzeni oraz wylicza wektor jej liniowej prędkości. Wielkości kinematyczne samolotu są mierzone przez odpowiednie pokładowe urządzenia pilotażowo-nawigacyjne. Na podstawie tych informacji estymowany jest przebieg aktualnie realizowanej trajektorii samolotu i przeszkody.

Wyliczany jest punkt i kąt przecięcia trajektorii. W każdym kroku, w którym następuje odczyt nowych informacji o prze-

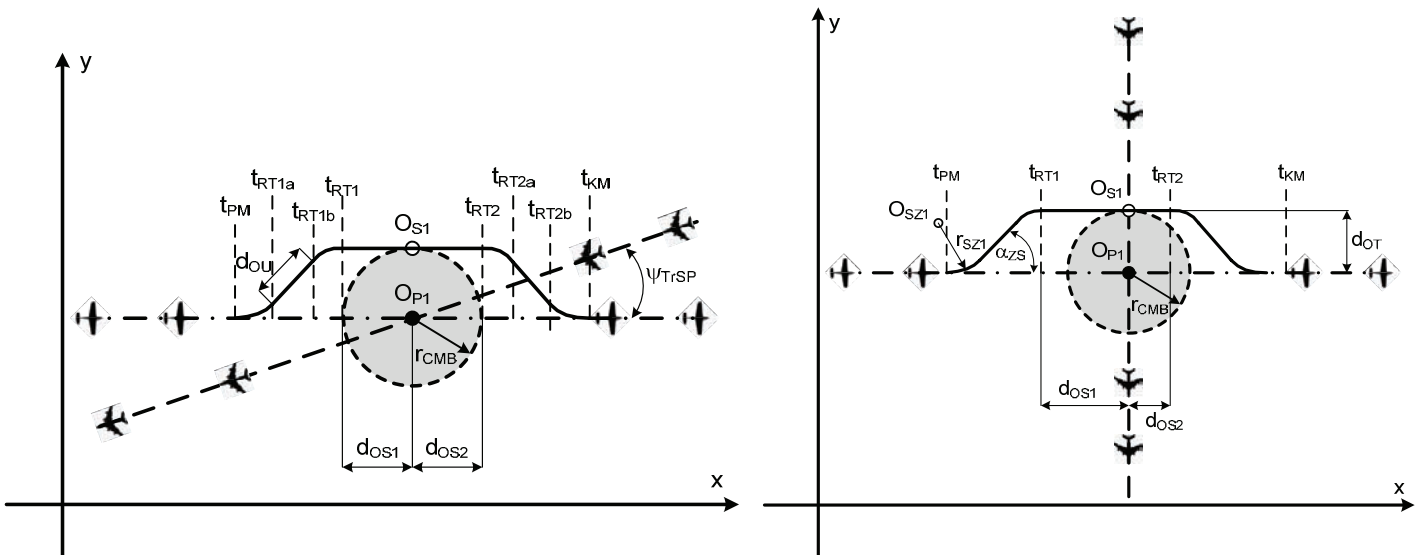
szkodzie, dokonywane jest sprawdzenie, czy wykryto nową przeszkodę i czy zaistniało niebezpieczeństwo kolizji z przeszkodą. Jeśli taka sytuacja nastąpiła, dokonywany jest wybór odpowiedniego manewru z bazy manewrów antykolizyjnych. Uwzględniane w tym procesie są rozmiary przeszkody i samolotu oraz przyjęte margines bezpieczeństwa, ich wzajemne usytuowanie i prędkości. Następnie określany jest czas, w którym należy rozpocząć manewr omijania ruchomej przeszkody. Uwzględniając czasowy margines bezpieczeństwa, poznamy moment, w którym powinno zostać uruchomione automatyczne wykonanie manewru.

### 4. Przebieg trajektorii manewru omijania ruchomej przeszkody

Przyjęto, że kształt trajektorii złożonego manewru omijania ruchomej przeszkody pokazany na rys. 4 składa się z dwóch na przemian występujących typów lotu: zakrętu i lotu prostoliniowego. Pierwsze dwie części zakrętu (od  $t_{PM}$  do  $t_{RT1}$ ) i krótki fragment prostoliniowego lotu (od  $t_{RT1a}$  do  $t_{RT1b}$ ) stanowią fazę uniknięcia kolizji. Kolejny zakręt (od  $t_{RT1b}$  do  $t_{RT1}$ ), prosty odcinek (od  $t_{RT1}$  do  $t_{RT2}$ ) równoległy do wcześniej wykonywanej trasy i trzeci zakręt (od  $t_{RT2}$  do  $t_{RT2a}$ ) pozwalają na ominięcie przeszkody. Powrót do lotu wzdłuż wcześniej zaplanowanej trasy odbywa się w wyniku ruchu wzdłuż ostatniego prostoliniowego odcinka (od  $t_{RT2a}$  do  $t_{RT2b}$ ) i po wykonaniu ostatniego zakrętu (od  $t_{RT2b}$  do  $t_{KM}$ ). Wszystkie zakręty wykonywane są wzdłuż podobnej krzywej, która charakteryzuje się zmienną wielkością krzywizny zgodnie z wybraną funkcją  $x_{is}(t)$  i  $y_{is}(t)$ . Jej przebieg wynika między innymi z przyjętego, zadanego kąta przechylenia.

Kluczowymi dla bezpieczeństwa parametrami pierwszego fragmentu trajektorii manewru omijania jest przebieg pierwszego zakrętu i kąt kierunku nowego prostoliniowego odcinka drogi. Kąt tego odcinka i jego długość zależą od położenia punktu rozpoczęcia manewru oraz wektora prędkości samolotu.

Istotnym elementem pod względem bezpieczeństwa przebiegu trajektorii manewru omijania jest długość odcinka  $d_{OS1}$ , który zależy od prędkości samolotu i przeszkody i promienia  $r_{CMB}$ .



Rys. 4. Teoretyczna trajektoria ominięcia ruchomej przeszkody – scenariusz II i I  
Fig. 4. The theoretical trajectory avoiding the moving obstacles – scenario II and I

Następująca zależność określa minimalną długość tego odcinka w przypadku trajektorii przecinających się pod kątem 90°:

$$d_{OS1} = r_{CMB} (V_S / V_P) \quad (10)$$

Długość odcinka  $d_{OS1}$  jest dobierana w taki sposób aby środek samolotu  $O_S$  uzyskał położenie przed punktem  $O_{S1}$  w chwili gdy przeszkoda osiągnie punkt  $O_{P1}$ . Odległość pomiędzy punktem  $O_S$  i  $O_{S1}$  zależy od kąta  $\Psi_{TrSP}$  i powinna spełniać następujące warunki:

$$d_{OS1} \geq \frac{r_{CMB} (1 - \cos \Psi_{TrSP})}{\sin \Psi_{TrSP}}$$

oraz

$$d_{OS1} \geq \frac{r_{CMB} V_S (1 - \sin \Psi_{TrSP} \cos \Psi_{TrSP})}{V_P \sin \Psi_{TrSP}} \quad (11)$$

przy założeniu, że  $\Psi_{TrSP} \neq 0$ .

Całkowita długość trajektorii omijania przeszkody  $d_C$  wynosi:

$$d_C = d_{OS1} + d_{OS2} + 4\Delta\Psi_{KZS}r_{SZ} + 2d_{OU} \quad (12)$$

Przyjmuje się, że zakręty, z których zbudowany jest wybrany manewr omijania wykonane są z tą samą wartością kąta przechylenia i powodują tę samą zmianę kierunku lotu. Dla tych założeń długość odcinka  $d_{OU}$  (rys. 4, 5) wyliczana jest z następującej zależności:

$$d_{OU} = (d_{OT} - 2(1 - \cos \Delta\Psi_{KZS})) / \sin \alpha_{ZS} \quad (13)$$

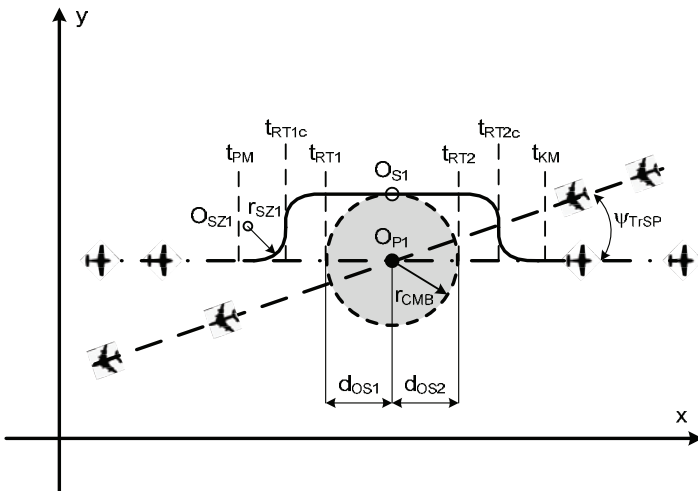
gdzie  $d_{OT} \geq r_{CMB}$  oraz zadany kąt zmiany kierunku lotu  $\Delta\Psi_{KZS}$  jest różnicą kąta na początku pierwszego zakrętu i na jego końcu, i jest równa kątowi pochylenia odcinka prostoliniowego  $\alpha_{ZS}$  (rys. 4):

$$\Delta\Psi_{KZS} = \Psi_{SK} - \Psi_{S0} = \alpha_{ZS} \quad (14)$$

Samolot powinien rozpocząć manewr omijania ruchomej przeszkody w odległości  $d_{PM}$  od punktu  $P_{PT}$  przecięcia trajektorii:

$$d_{PM} = d_{OS1} + 2r_{SZ} \sin \Delta\Psi_{KZS} + d_{OU} \cos \alpha_{ZS} \quad (15)$$

Podobną trochę prostszą propozycją kształtu trajektorii manewru omijania przeszkody jest przebieg pokazany na rys. 5



Rys. 5. Modyfikacja teoretycznej trajektorii omijania ruchomej przeszkody – scenariusz I

Fig. 5. The modification of theoretical trajectory avoiding the moving obstacles – scenario I

Jest on pozbawiony ukośnych odcinków wykonywanych w czasie pomiędzy  $t_{RT1a}$  i  $t_{RT1b}$  oraz  $t_{RT2a}$  i  $t_{RT2b}$  (rys. 4). W tej wersji manewrów samolot przechodzi po czasie  $t_{RT1c}$  z pierwszego zakrętu na następny zakręt, zmieniając kierunek kierunku przelotu na przeciwny. Każdy z tych zakrętów powodują zmianę kierunku lotu samolotu o podobną wartość bezwzględną – w przykładzie z rys. 5 była ona równa 90°. Podobnie jak poprzednio, wszystkie zakręty wykonywane były dla tej samej zadanej wartości kąta przechylenia.

Do opisu współrzędnych położenia liniowego samolotu lecącego wzdłuż przyjętej trajektorii wykorzystuje się wielomiany  $n$ -tego stopnia. Każdy z fragmentów krzywoliniowych trajektorii oddzielony fragmentem prostoliniowym opisano innym wielomianem. Zależność jednej współrzędnej położenia samolotu od drugiej w czasie omijania przeszkody ma formę:

$$y_{1S}(x_{1S}) = \sum_{i=1}^{i=n} a_{xyi} x_{1S} \quad (16)$$

Zależności wielomianowe współrzędnych położenia samolotu w funkcji czasu opisuje zależność:

$$x_{1S}(t) = \sum_{i=1}^{i=n} a_{xi} t \quad y_{1S}(t) = \sum_{i=1}^{i=n} a_{yi} t \quad (17)$$

Dla kąta odchylenia zmieniającego się maksymalnie w przedziale od 0° do 90°:

$$\Psi_S(t) = \sum_{i=1}^{i=n} a_{\Psi_i} t \quad (18)$$

Zmienne położenia opisujące krzywoliniowy fragment trajektorii i pozostałe zmienne charakteryzujące jego przebieg powinny spełniać warunki wynikające z ciągłości (z poprzednim i następującym po nim fragmentem) oraz nie przekraczać maksymalnych wartości. Stąd wartości brzegowe dla liniowych współrzędnych położenia w chwili początkowej  $t_p$  i końcowej  $t_K$  wynoszą:

$$\begin{aligned} x_{1S}(t_p) &= x_{1S0} & x_{1S}(t_K) &= x_{1SK} \\ y_{1S}(t_p) &= y_{1S0} & y_{1S}(t_K) &= y_{1SK} \end{aligned} \quad (19)$$

Wartości brzegowe dla pierwszych i drugich pochodnych liniowych współrzędnych:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1S}(t_p) &= \dot{x}_{1S0} & \dot{x}_{1S}(t_K) &= \dot{x}_{1SK} \\ \dot{y}_{1S}(t_p) &= \dot{y}_{1S0} & \dot{y}_{1S}(t_K) &= \dot{y}_{1SK} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{1S}(t_p) &= \ddot{x}_{1S0} & \ddot{x}_{1S}(t_K) &= \ddot{x}_{1SK} \\ \ddot{y}_{1S}(t_p) &= \ddot{y}_{1S0} & \ddot{y}_{1S}(t_K) &= \ddot{y}_{1SK} \end{aligned} \quad (21)$$

Wartości brzegowe dla kąta odchylenia samolotu i krzywizny trajektorii:

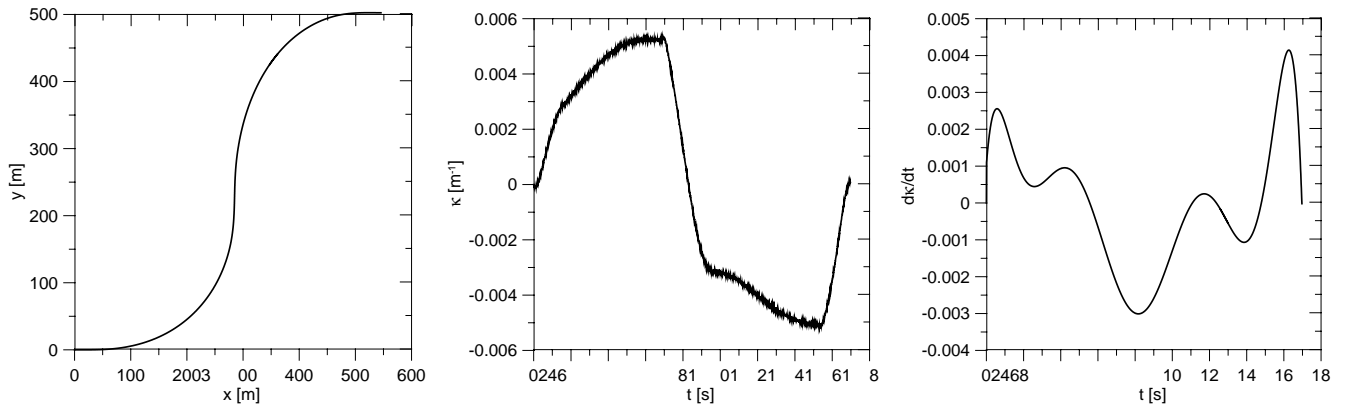
$$\Psi_S(t_p) = \Psi_{S0} \quad \Psi_S(t_K) = \Psi_{SK} \quad \kappa(t_0) = \kappa_0 \quad \kappa(t_K) = \kappa_K \quad (22)$$

Wartości maksymalne krzywizny trajektorii i szybkość jej zmian:

$$\kappa(t)_{max} = \kappa_M \quad \dot{\kappa}(t) = \dot{\kappa}_{max} \quad (23)$$

Długość trajektorii manewru wejścia w zakręt i zakrętu ustalonego samolotu (dla danego przebiegu pochodnych współrzędnych i czasu trwania manewru  $t_K$ ) wyliczana jest z zależności:

$$s(t) = \int_0^{t_K} \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2} dt \quad (24)$$



Rys. 6. Fragment trajektorii manewru, krzywizna, pochodna krzywizny  
Fig. 6. Excerpt of the maneuver, curvature and derivative of curvature

Zależności (15), (16) i (23) umożliwiają wyliczenie niezbędnego czasu i przebytej drogi pozwalających na określenie żądanej wartości zmiany kierunku lotu. Istotnym parametrem jest krzywizna trajektorii definiowana jako pochodna kąta stycznej do krzywej względem długości łuku [9]:

$$\kappa(s) = \frac{d\Psi_S}{ds} \text{ lub w formie: } \kappa(t) = \frac{|\dot{r}(t) \times \ddot{r}(t)|}{|\dot{r}(t)|^3} \quad (25)$$

Znając funkcje opisujące pochodne współrzędnych trajektorii zależne od czasu wyliczamy wielkość krzywizny trajektorii lotu z następującej zależności [3]:

$$\text{dla } r(t) = f(x_{1S}(t), y_{1S}(t)) \quad \dot{r}(t) = f(x_{1S}(t), y_{1S}(t)) \quad (26)$$

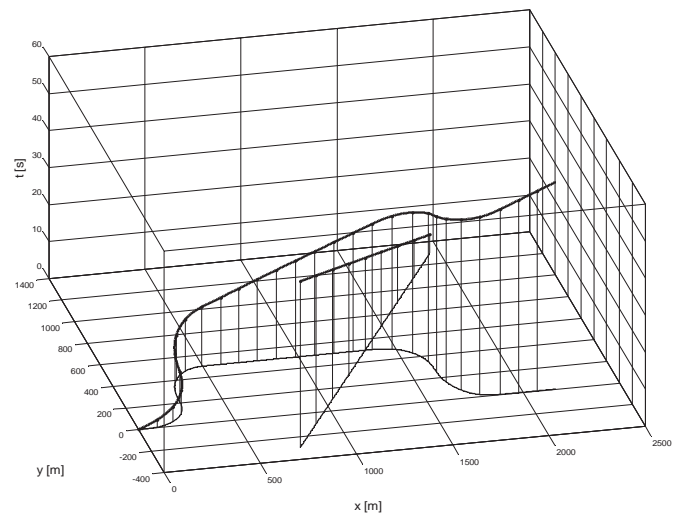
## 5. Symulacja manewru omijania ruchomej przeszkody

W symulacji zastosowano nieliniowy model matematyczny dynamiki samolotu typu I-23 Manager zgodnie z [7, 11] spełniający typowe założenia upraszczające [7]. Automatyczne sterowanie manewrem omijania działa w oparciu o prawa sterowania [4] i współczynniki wzmocnienia wyliczone metodą LQR [4, 6].

Układ równań różniczkowych opisujących ruch samolotu rozwiązywany był za pomocą oprogramowania MATLAB z użyciem procedury *rk4* z krokiem 0,01 s. W trakcie symulacji lotu samolotu wykonano złożony, sterowany manewr ominięcia ruchomej przeszkody wzdłuż wybranej trajektorii lotu. Jej kształt pokazany na rys. 5 i opisano w poprzednim rozdziale zgodnie z przyjętym scenariuszem. Wszystkie zakręty wykonywane były z zadanym kątem przechylenia równym  $50^\circ$  i powodowały zmianę kąta odchylenia równą  $90^\circ$ . Samolot i przeszkoda przemieszczały się na stałej wysokości równej 200 m ze stałą prędkością lotu względem powierzchni Ziemi równej 50 m/s. Część uzyskanych zmiennych opisujących ten ruch zaprezentowano poniżej.

Zależności (15) i (17) opisujące współrzędne położenia samolotu w czasie wykonywania początkowej fazy manewru omijania miały postać następujących wielomianów:

$$y_{1S} = -7,9672 \cdot 10^{-4} \cdot x_{1S}^3 + 2,4002 \cdot 10^{-5} \cdot x_{1S}^4 - 2,8606 \cdot 10^{-7} \cdot x_{1S}^5 + 1,7965 \cdot 10^{-9} \cdot x_{1S}^6 - 6,5757 \cdot 10^{-12} \cdot x_{1S}^7 + 1,4503 \cdot 10^{-14} \cdot x_{1S}^8 + 1,8958 \cdot 10^{-17} \cdot x_{1S}^9 + 1,3493 \cdot 10^{-20} \cdot x_{1S}^{10} - 4,0112 \cdot 10^{-24} \cdot x_{1S}^{11} \quad (27)$$



Rys. 7. Trajektorie samolotu i przeszkody w funkcji czasu  
Fig. 7. Trajectory of aircraft and obstacles with the time

$$x_{1S} = 32,0777 \cdot t + 20,58615 \cdot t^3 - 15,263 \cdot t^4 + 5,17679 \cdot t^5 - 1,00915 \cdot t^6 + 0,12122 \cdot t^7 - 9,1187 \cdot t^8 + 4,18868 \cdot 10^{-4} \cdot t^9 - 1,075 \cdot 10^{-5} \cdot t^{10} + 1,18197 \cdot 10^{-7} \cdot t^{11} \quad (28)$$

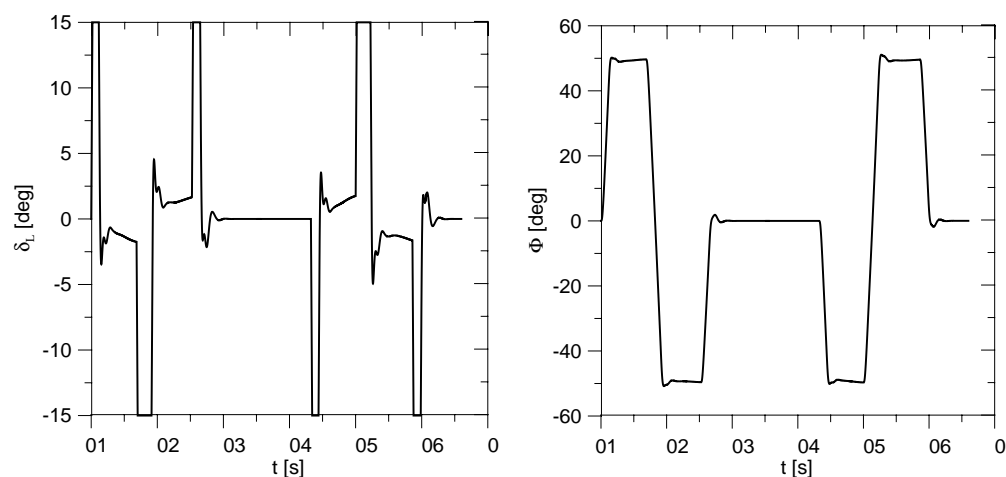
$$y_{1S} = 0,9439 \cdot t^3 - 0,06626 \cdot t^4 - 2,0395 \cdot 10^{-3} \cdot t^5 + 3,1683 \cdot 10^{-4} \cdot t^6 - 8,18151 \cdot 10^{-6} \cdot t^7 \quad (29)$$

Zmiana kąta odchylenia samolotu w czasie lotu wzdłuż początkowego fragmentu trajektorii omijania przeszkody zgodnie z (7) opisuje wielomian:

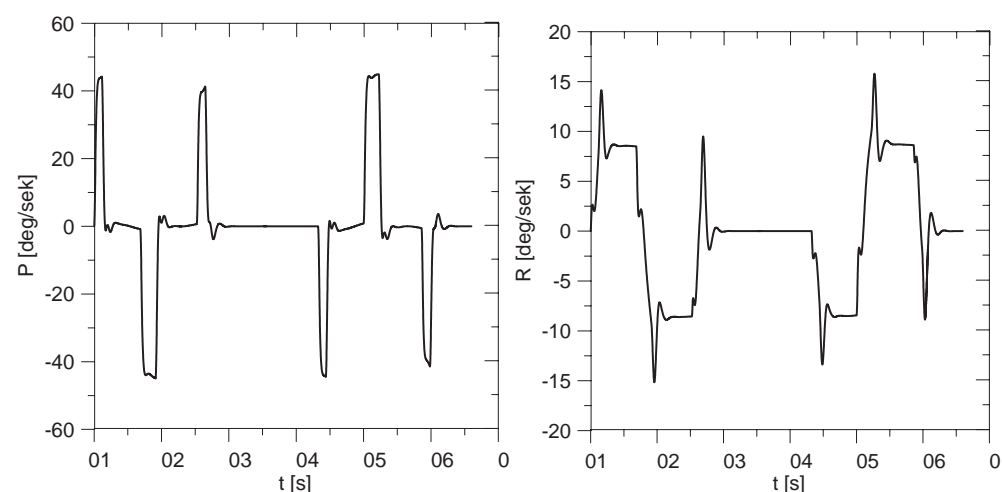
$$\Psi_S = 6,4857 \cdot t^3 - 4,48252 \cdot t^4 + 1,4727 \cdot t^5 - 0,27568 \cdot t^6 + 0,03136 \cdot t^7 - 2,21201 \cdot 10^{-3} \cdot t^8 + 9,4729 \cdot 10^{-5} \cdot t^9 - 2,26059 \cdot 10^{-6} \cdot t^{10} + 2,31047 \cdot 10^{-8} \cdot t^{11} \quad (30)$$

Zmiany krzywizny i jej pochodnej dla początkowego fragmentu trajektorii omijania ruchomej przeszkody pokazano na rys. 6. Można zaobserwować nieznaczne różnice między dwiema częściami przebiegów wymienionych parametrów charakteryzujących wykonywane po sobie dwa zakręty (rys. 6).





Rys. 8. Wychylenie lotek i kąt przechylenia samolotu  
Fig. 8. Aileron deflections and angle of roll of aircraft



Rys. 9. Prędkość kątowna przechylenia i odchylenia samolotu  
Fig. 9. Angular rate of rolling and of yawing of aircraft

Do ominięcia ruchomej przeszkody w poziomej płaszczyźnie i powrotu na wcześniej realizowany odcinek trajektorii niezbędne było wykonanie czterech zakrętów i prostoliniowego odcinka lotu (zgodnie z wcześniejszym opisem).

Trajektoria lotu samolotu podczas wykonywanego złożonego manewru omijania oraz ruch przeszkody został przedstawiony w funkcji czasu (rys. 7). Opisanemu ruchowi samolotu towarzyszą zmiany kąta przechylenia samolotu (rys. 8) oraz prędkość kątowna przechylenia i odchylenia (rys. 9). Do wykonania omówionego złożonego manewru niezbędne były wychylenia lotek, zgodnie z pokazanym wykresem (rys. 8). Maksymalne wartości położenia sterów wahały się w granicach  $+15^\circ$  i  $-15^\circ$ , co dla lotek stanowi pełny zakres ich położenia kątowych.

## 6. Wnioski

W pracy opisano wybraną klasę trajektorii umożliwiających ominięcie przez samolot ruchomej przeszkody i powrót do przerwanej planu lotu. Przedstawione w pracy wskazówki ułatwiają dokonanie wyboru parametrów charakteryzujących wybraną trajektorię. W przedstawionej metodzie dobór jej kształtu jest ułatwiony dzięki unifikacji jej fragmentów charakteryzujących np. zakręty tym samym kątem przechylenia i tym samym przyrostem kątem odchylenia.

Wyniki przeprowadzonej symulacji lotu samolotu wzdłuż wybranej trajektorii omijania ruchomej przeszkody potwierdziły słuszność wybranych praw sterowania i wyliczonych współczynników wzmocnienia. Przyjęta struktura automatycznego sterowania umożliwiła szybkie i płynne zmiany krzywizny fragmentu trajektorii, w miejscu gdzie następowało przejście jednego zakrętu w drugi o przeciwnym kierunku prędkości kątowej.

Wprowadzono nowatorską metodę prezentacji przebiegu ruchu obiektu i przeszkody polegającą na umieszczeniu dwuwymiarowych krzywych na przestrzennym wykresie z dodatkową osią czasu.

## Bibliografia

1. Benayas J.A., Fernández J.L., Sanz R. Diéguez A.R., *The beam-curvature method: a new approach for improving local realtime obstacle avoidance*, "The International Federation of Automatic Control", 2002.
2. Blajer W., Graffstein J., *Manewr antykolizyjny wykorzystujący teorię ruchu programowego*, „Mechanika w lotnictwie”, PTMTiS, Warszawa 2012, 597–613.
3. Dai R., Cochran J.E. *Path planning for multiple unmanned aerial vehicles by parameterized cornu-spirals*. American Control Conference, St. Louis 2009.
4. Graffstein J., *Symulacja lotu podczas manewru ominięcia ruchomej przeszkody*, „Mechanika w lotnictwie”, PTMTiS, Warszawa 2014, 159–174.

5. Graffstein J., Anti-collision system with radar obstacle detector, „Pomiary Automatyka Robotyka”, Vol. 17, No. 2/2013, 171–175.
6. Kaczorek T., *Teoria sterowania – Układy nieliniowe procesy stochastyczne oraz optymalizacja statyczna i dynamiczna*. PWN, Warszawa 1977.
7. Maryniak J., *Ogólny model matematyczny sterowanego samolotu*, „Mechanika w lotnictwie”, PTMTiS, Warszawa 1992, 575–592.
8. Paielli R.A., *Modeling maneuver dynamics in air traffic conflict resolution*, “Journal of Guidance, Control, and Dynamics”, Vol. 26, No. 3, 2003, 407–415.
9. Park J.-W., Kim J.-H., Tahk M.-J., *UAV collision avoidance via optimal trajectory generation method*. International Congress of the Aeronautical Sciences ICAS, 2012.
10. Patel R.B., Goulart P.J., *Trajectory generation for aircraft avoidance maneuvers using online optimization*. “Journal of Guidance, Control, and Dynamics”, Vol. 34, No. 1, 2011, 218–230, DOI: 10.2514/1.49518.
11. Phillips W.F., *Mechanics of Flight*, John Wiley & Sons, Inc, New Jersey 2010.
12. Shim D.H., Sastry S., *An evasive maneuvering algorithm for UAVs in see-and-avoid situations*. American Control Conference, New York 2007.
13. Shin H.-S., Leboucher C., Tsourdos A., *Resource allocation with cooperative path planning for multiple UAVs*. International Conference on Control, Cardiff 2012.
14. Tsourdos A., White B., Shanmugavel M., *Cooperative path planning of unmanned aerial vehicles*. A John Wiley and Sons, Ltd., Cranfield University 2011.

## Flight Trajectory from the Selected Class of Automatically Controlled Evasive Manoeuvres in Case of a Moving Obstacle

**Abstract:** Owing to flight safety, the shape of trajectory of the evasive manoeuvre, performed to avoid a moving obstacle, is of important meaning. In the article the method is proposed for determining the shape of flight trajectory contained in a selected class of complex evasive manoeuvres. In the course of the process the following phases of motion are identified: the collision avoidance phase, the passing by the obstacle phase, the phase of returning to the trajectory pre determined in flight plan. The complex shaped segments of flight trajectory are assigned to these phases. The method capable to identify conditions of the occurrence of collision threat is presented. To define it, selected state variables of the aircraft and obstacle system and relationships linking them up, are used. Numerical flight simulations are completed to cover the aforementioned phases of evasive manoeuvre and selected scenarios of objects motion. Selected results of numerical investigations are presented and discussed.

**Keywords:** collision avoidance, flight trajectory, evasive manoeuvre, flight control, numerical simulation

**dr inż. Jerzy Graffstein**

jgraff@ilot.edu.pl

Adiunkt w pionie Centrum Technologii Kosmicznych Instytutu Lotnictwa. Jego zainteresowania naukowe obejmują zagadnienia modelowania dynamiki ruchu obiektów latających, automatyczne sterowania lotem wzdłuż zadanej trajektorii, oraz zagadnienia autonomicznych systemów antykolizyjnych w zastosowaniach lotniczych.



