

Adam KOWALCZYK, Anna SZLACHTA, Grzegorz WILK  
POLITECHNIKA RZESZOWSKA, KATEDRA METROLOGII I SYTEMÓW DIAGNOSTYCZNYCH,  
ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów

## Metoda pomiaru prędkości obiektu z wykorzystaniem warunkowego uśredniania wartości bezwzględnej sygnału stochastycznego

Dr hab. inż. Adam KOWALCZYK

Ukończył studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej w 1973 roku. Stopień doktora uzyskał w 1983r., a doktora habilitowanego w 1992r. Profesor nadzwyczajny Politechniki Rzeszowskiej, Kierownik Katedry Metrologii i Systemów Diagnostycznych. Dyscyplina i specjalności naukowe: elektronika, metrologia elektryczna i elektroniczna, systemy pomiarowe wielkości nieelektrycznych, przetwarzanie sygnałów stochastycznych.



e-mail: kowadam@prz.edu.pl

Dr inż. Anna SZLACHTA

Absolwentka Wydziału Elektrycznego Politechniki Rzeszowskiej – specjalność aparatura elektroniczna (1995). W 2006 r. uzyskała tytuł doktora nauk technicznych, w dyscyplinie naukowej elektrotechnika, specjalność metrologia elektryczna i elektroniczna. Adiunkt w Katedrze Metrologii i Systemów Diagnostycznych na Wydziale Elektro-techniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej. Zajmuje się zagadnieniami przetwarzania i analizy sygnałów pomiarowych.



e-mail: annasz@prz.edu.pl

Mgr inż. Grzegorz WILK

Absolwent Wydziału Elektrycznego Politechniki Rzeszowskiej – specjalność metrologia i systemy pomiarowe (1995). Obecnie pracownik Katedry Metrologii i Systemów Diagnostycznych Wydziału Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej. Zajmuje się projektowaniem i eksploatacją elektronicznych układów pomiarowych.



e-mail: gwilk@prz.edu.pl

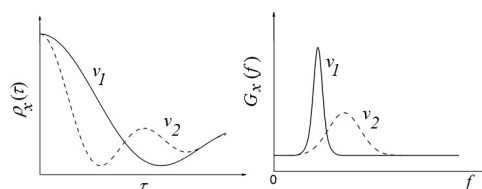
### 1. Wstęp

Podczas pomiaru prędkości metodami autokorelacyjną i widmową wykorzystuje się jeden czujnik. Generuje on sygnał stochastyczny  $x(t)$  odwzorowujący rozłożoną stochastycznie wzdłuż kierunku ruchu cechę  $C_0(l)$  poruszającego się obiektu po drodze  $l$ . Zwiększenie prędkości powoduje rozszerzenie widma sygnału i odpowiednią zmianę kształtu jednostronnej gęstości widmowej mocy  $G_x(f)$  oraz unormowanej funkcji autokorelacji  $\rho_x(\tau)$  sygnału  $x(t)$  (rys. 1). Występuje przy tym następująca zmiana skali gęstości widmowej dla prędkości i częstotliwości  $f$ :

$$G_{x2} = \frac{v_1}{v_2} G_{x1} \left( \frac{v_1}{v_2} \cdot f \right), \quad (1)$$

Natomiast zmiana skali dla funkcja autokorelacji następuje tylko dla jej argumentu  $\tau$  zgodnie z zależnością:

$$\rho_{x2} = \rho_{x1} \left( \frac{v_2}{v_1} \cdot \tau \right), \quad (2)$$



Rys. 1. Funkcje: a) autokorelacji b) gęstości widmowej mocy sygnału  $x(t)$  dla dwóch prędkości ( $v_2=2v_1$ )

Fig. 1. Functions of: a) autocorrelation, b) power spectral density of signal  $x(t)$  for two velocities ( $v_2=2v_1$ )

### Streszczenie

Charakteryzowano trudności w praktycznych zastosowaniach dwóch metod pomiaru prędkości z wykorzystaniem statystycznego przetwarzania sygnału losowego: autokorelacji i bazującej na widmie sygnału. Zaproponowano nową metodę wykorzystującą warunkową wartość średnią modułu sygnału losowego i testowy algorytm pomiaru na właściwości, której nie mają wpływu zmiany cech statystycznych poruszającego się obiektu. Przedstawiono podstawowe zależności teoretyczne opisujące proponowane modele pomiaru oraz wybrane wyniki badań eksperymentalnych.

**Słowa kluczowe:** sygnał stochastyczny, uśrednianie warunkowe, pomiar prędkości, testowy algorytm pomiaru.

### A method of speed measurement using conditional averaging of the stochastic signal absolute value

#### Abstract

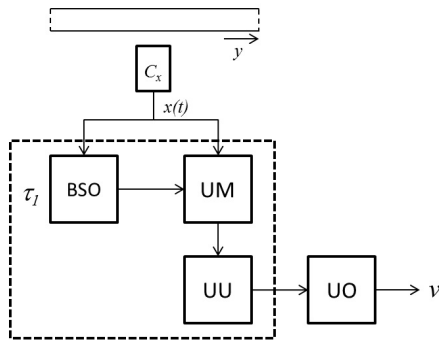
The paper presents a method using statistical methods for velocity measurements for industrial purposes. There are described the properties of statistical methods in which velocity measurements are based on one random signal. A brief outline of difficulties related to practical applications of autocorrelation and spectral methods is additionally included. They are the conditions for the stationarity of a measurement signal and the repeatability of the shape of its statistical characteristics for each programmed velocity (for full scale of an apparatus) which have to be fulfilled. These difficulties can be overcome by the proposed method which uses the conditional average value of module (CAAV) of a sensor random signal and a measurement testing algorithm. Then the measurement characteristics are not affected by changes in statistical features of the moving object signal. The discussion of the theoretical relationships describing the measurement method as well as the results of practical tests are included. In these tests there were used the models of pseudo-random sensor signals with programmed statistical characteristics.

**Keywords:** stochastic signal, conditional averaging, velocity measurement, measurement testing algorithm.

W pomiarach wykorzystuje się charakterystyki  $\rho_x(t)$  lub  $G_x(f)$  sygnału  $x(t)$  [4, 12] i zależność od prędkości  $v$  wybranych punktów tych charakterystyk [5, 7, 10].

Wykorzystanie jednoznacznej zależności między prędkością  $v$  obiektu i zadaną wartością  $\tau_l$  opóźnienia daje możliwość pomiaru prędkości metodą autokorelacyjną, której schemat blokowy przedstawiono na rysunku 2.

Dla prawidłowego wykorzystywania w praktyce metod autokorelacyjnych i widmowych istotne jest spełnienie warunku stacjonarności sygnału wejściowego  $x(t)$  i powtarzalności kształtu pomiarowych charakterystyk  $\rho_x(t)$  lub  $G_x(f)$  dla każdej prędkości  $v$  (pełnej skali przyrządu). Niedostatkami tych metod są także nieliniowe skale pomiarowe wynikające z kształtu charakterystyk  $\rho_x(t)$  i  $G_x(f)$ . Wymienione, trudne w realizacji praktycznej warunki istotnie ograniczają zastosowanie autokorelacyjnych i widmowych metod pomiaru prędkości obiektów [9].



Rys. 2. Autokorelacyjna metoda pomiaru prędkości w jednym czujniku; C<sub>x</sub> – czujnik, BSO – blok stałego opóźnienia, UM – układ mnożący, UU – układ uśredniający, UO – układ obliczający prędkość v  
 Fig. 2. Principle of autocorrelation speed measurement C<sub>x</sub> -sensor, BSO - delay block, UM- multiplier, UU- averaging block, UO-circuit of speed v calculation

## 2. Zastosowanie warunkowej wartości oczekiwanej modułu sygnału do pomiaru prędkości

Warunkową wartość oczekiwaną modułu sygnału  $z = |x_2|$  dla wartości  $x(t)$  w dwóch chwilach czasowych, tj.  $x_1(t)$  i  $x_2(t+\tau)$  można zapisać, jako:

$$E[z|x_1] = E[|x_2||x_1] = \int_0^{\infty} zp(z|x_1)dz \quad (3)$$

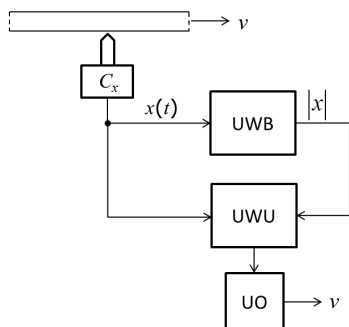
Dla rozkładu normalnego  $N(x; 0; \sigma_x)$  sygnału  $x(t)$  oraz warunku  $x_1=0$  otrzymuje się charakterystykę warunkową [7, 8]:

$$E[z|x_1 = 0] = \mu_{z|x_1=0} = \sigma_x \sqrt{\frac{2}{\pi} [1 - \rho_x^2(\tau)]} \quad (4)$$

Warunkowa wariancja  $V$  zmiennej  $z$  wynosi

$$V[z|x_1 = 0] = \sigma_x^2 \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) [1 - \rho_x^2(\tau)] \quad (5)$$

W praktyce estymatą warunkowej wartości oczekiwanej modułu sygnału jest warunkowa wartość średnia modułu (WWSM).



Rys. 3. Zasada pomiaru prędkości z wykorzystaniem warunkowej wartości średniej modułu (WWSM): C<sub>x</sub> – czujnik, UWB – układ do wyznaczania wartości bezwzględnej, UWU – układ warunkowego uśredniania, UO – układ obliczający prędkość v  
 Fig. 3. Principle of speed measurement using the conditional averaging absolute value (CAAV): C<sub>x</sub> -sensor, UWB - absolute value, UWU-conditional averaging system, UO -electronic system of speed v calculation

Zasadę pomiaru prędkości z wykorzystaniem pojedynczego sygnału ilustruje schemat blokowy podany na rysunku 3. Na rysunku 4 dla opisywanego sygnału  $x(t)$  przedstawiono funkcję autokorela-

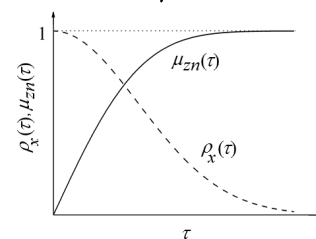
cji  $\rho_x(\tau) = e^{-\tau^2}$  oraz charakterystykę unormowaną w stosunku do wartości maksymalnej o postaci:

$$\mu_{zn}(\tau) = \sqrt{[1 - \rho_x^2(\tau)]} \quad (6)$$

Charakterystykę rzeczywistą w początkowym zakresie jej zmienności można w przybliżeniu opisać zależnością liniową po rozłożeniu unormowanej funkcji (6) w szereg Maclaurina:

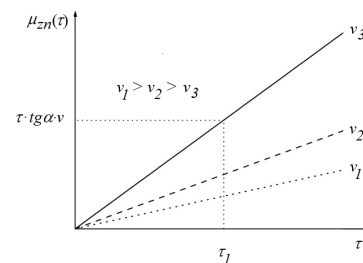
$$\mu_{zn}(\tau) \approx \omega_{1x}\tau \quad (7)$$

gdzie:  $\omega_{1x}$  - średnia częstotliwość widma sygnału  $x(t)$ .



Rys. 4. Unormowane charakterystyki:  $\rho_x(\tau)$  i  $\mu_{zn}(\tau)$   
 Fig. 4. Standardised characteristics:  $\rho_x(\tau)$  and  $\mu_{zn}(\tau)$

Na rysunku 5 przedstawiono liniowe charakterystyki WWSM w funkcji opóźnienia  $\tau$  dla różnych wartości prędkości  $v$  obiektu. Kąt  $\alpha$  charakteryzuje cechę  $C_0(l)$  poruszającego się obiektu i określa nachylenie charakterystyki.



Rys. 5. Liniowe modele charakterystyk warunkowej wartości średniej modułu  
 Fig. 5. Linear models of conditional averaging absolute value characteristics

Na podstawie charakterystyk z rysunku 5 otrzymano równanie:

$$\mu_{zn}(\tau_1) = \sqrt{x(t+\tau)x(t)} = 0 = \tau_1 tg \alpha \cdot v \quad (8)$$

które może być zastosowane do pomiaru prędkości. Podobnie jak charakterystyki autokorelacyjne i widmowe, otrzymane wyrażenie wykazuje niekorzystną zależność od zmian cechy statystycznej  $C_0(l)$  poruszającego się obiektu.

W pracy [7] zaproponowano testowy algorytm pomiaru (sprawdzający nachylenie charakterystyki liniowej), którego wynik nie zależy od zmian  $C_0(l)$  i  $\alpha$ :

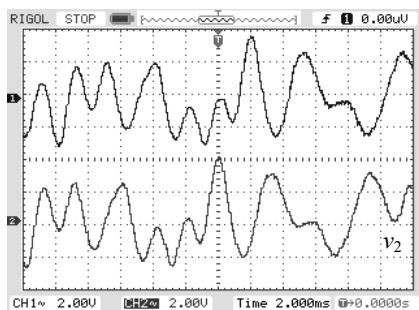
$$v = \frac{\mu_{zn}(\tau_1)}{\mu_{z1}(\tau_1) - \mu_{z2}(\tau_1)} \frac{l_d}{\tau_1} \quad (9)$$

Zgodnie z (9) wynik uzyskiwany jest na podstawie wyniku pomiaru  $\mu_{z1}(\tau_1)$  sygnału otrzymanego z czujnika 1 i wyznaczeniu charakterystyki  $\mu_{z2}(\tau_1)$  (test addytywny) dla sygnału otrzymanego z czujnika 2, znajdującego się w odległości  $l_d$  od czujnika 1 w kierunku ruchu obiektu.

### 3. Przykłady analizy sygnałów (badania eksperymentalne)

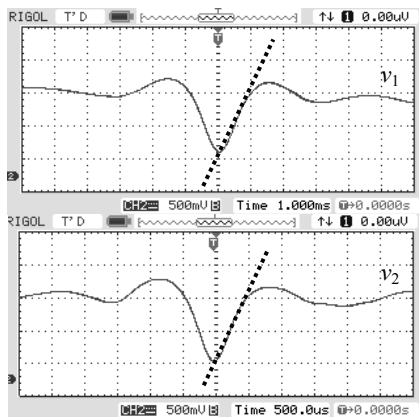
Badania eksperymentalne zaproponowanej metody przeprowadzono wykorzystując napięciowe stacjonarne sygnały stochastyczne generowane elektronicznie. Ich parametry odpowiadają sygnałom fizycznym generowanym w pomiarach prędkości ciał stałych [5]. Do uśredniania warunkowego fragmentów sygnałów wykorzystano oscyloskop cyfrowy z liczbą uśrednień  $m=256$ .

Na rysunku 6 przedstawiono przykładowe przebiegi sygnałów stochastycznych ( $x(t) - 1$ ;  $y(t) - 2$ ) dla prędkości  $v_2$  i sygnału  $y(t)$  opóźnionego o 2 milisekundy.



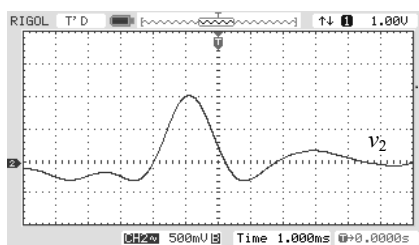
Rys. 6. Realizacje dwóch sygnałów (opóźnienie  $\tau_0=2ms$ )

Fig. 6. Realization of two signals (delay  $\tau_0 = 2ms$ )



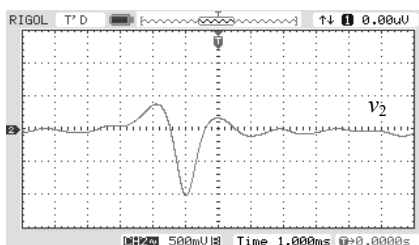
Rys. 7. Charakterystyki WWSM pojedynczego sygnału ( $v_2=2 v_1$ )

Fig. 7. Characteristics of the CAAV of a single signal ( $v_2=2 v_1$ )



Rys. 8. Charakterystyka korelacji wzajemnej  $\rho_{xy}(\tau)$  (opóźnienie  $\tau_0=1ms$ )

Fig. 8. Characteristics of the cross-correlation  $\rho_{xy}(\tau)$  (delay  $\tau_0 = 1ms$ )



Rys. 9. Charakterystyka WWSM sygnału opóźnionego  $y(t)$  (opóźnienie  $\tau_0=1ms$ )

Fig. 9. Characteristics of the CAAV of a delayed signal  $y(t)$  (delay  $\tau_0 = 1ms$ )

Przykładowe wyniki warunkowego uśredniania wartości bezwzględnej sygnałów w metodach z pojedynczym czujnikiem oraz dwoma czujnikami ilustrują odpowiednio rysunki 7 oraz 8 i 9.

Nachylenia liniowych części charakterystyk eksperymentalnych WWSM na rysunku 7 są proporcjonalne do wartości prędkości. Minimum charakterystyki WWSM na rysunku 9 uzyskuje się dla opóźnienia  $\tau_0$  zadanego w eksperymencie, a stromość tej charakterystyki w otoczeniu  $\tau_0$  jest większa niż dla metody korelacyjnej (rys. 8).

### 4. Podsumowanie

W pomiarach prędkości, w sytuacjach dających się opisać stabilnymi charakterystykami statystycznymi dla poruszających się obiektów (np. w pomiarach prędkości ciał stałych), można stosować warunkową wartość średnią modułu pojedynczego sygnału losowego. Zaletą takiego rozwiązania jest dość prosta realizacja układu pomiarowego i liniowa charakterystyka pomiarowa (rys. 5 i 7).

W algorytmie testowym układu wykorzystywane są dwa czujniki podobnie jak w metodzie korelacyjnej [1÷3, 6, 11], jednak zasada pomiaru i właściwości uzyskiwanej charakterystyki są odmienne.

Położenie minimum WWSM sygnału opóźnionego można wykorzystać do pomiaru opóźnienia  $\tau_0$ , podobnie jak położenie maksimum  $\rho_{xy}(\tau)$  w metodzie korelacyjnej. Korzyścią płynącą z takiego rozwiązania jest uzyskiwanie większej stromości charakterystyki WWSM w otoczeniu  $\tau_0$  (rys. 8 i 9).

Badania teoretyczne proponowanej metody pomiaru prędkości wykazują takie zalety jak: stosunkowo proste postaci wykorzystywanych charakterystyk statystycznych i wyeliminowanie niektórych wymienionych wcześniej istotnych wad, które cechują metody autokorelacyjną i widmową, a także metodę korelacyjną. Badania eksperymentalne potwierdzają słuszność założeń teoretycznych proponowanych zasad pomiaru prędkości i ich przydatność w zastosowaniach praktycznych.

### 5. Literatura

- [1] Azaria M., Hertz D.: Time delay estimation by generalized cross correlation methods. ASSP-32, 1984, nr 2, 280-285.
- [2] Bar-Shalov Y., Palmieri F., Kumar A., Shertukde H. M.: Analysis of wide-band cross correlation for time-delay estimation. IEEE Trans. Signal Proc., SP-41, 1993, nr 1, 385-387.
- [3] Beck W. S., Płaskowski A.: Cross correlation flow meters their design and application, Adam Hilger, Bristol, 1986.
- [4] Bendat J. S., Piersol A. G.: Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych; PWN, Warszawa 1976.
- [5] Hanus R., Kowalczyk A.: Komputerowe modelowanie sygnałów i charakterystyk ekstremalnych wykorzystywanych w stochastycznych pomiarach prędkości z uwzględnieniem zakłóceń charakterystycznych dla transportu ciał stałych. Materiały V Sympozjum „Modelowanie i symulacja systemów pomiarowych”, Zakład Metrologii AGH, Kraków 1995.
- [6] Knapp C. H., Carter G. C.: The generalized correlation method for estimation time delay. ASSP-24, 1976, nr 6, 1662-1665.
- [7] Kowalczyk A.: Otorb i obrabotka elektriczeskich signalow pri stochasticheskich izmierienijach parametrov pierienosa masy, Praca habilitacyjna, Politechnika Lwowska, Lwów 1992.
- [8] Kowalczyk A.: Regresyjna metoda opóźnień transportowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Elektryka, z. 71, Gliwice 1981.
- [9] Kowalczyk A., Szlachta A., Wilk G.: Zastosowanie warunkowej wartości średniej modułu sygnału losowego do pomiaru prędkości, Materiały VI Kongresu Metrologii, Kielce –Sandomierz, 19-22 czerwca 2013, str. 229-230.
- [10] Kozubowski F. C.: Korrielacyonnyje ekstrimalnyje sistemy, Naukowa Dumka, Kijew 1973.
- [11] Kumpfert L., Reinhold M.: Mengenstrom- und Geschwindigkeitsmessung nach der Korrelationsmethode, Lebensmittelindustrie 29 (1982), H.9.
- [12] Mirskij G. J. Apparaturnoje oprirdirlejeje charakteristik sluczajnych processow; Energia, Moskwa 1972.

otrzymano / received: 20.09.2013

przyjęto do druku / accepted: 01.11.2013

artykuł recenzowany / revised paper