

Krzysztof WANDACHOWICZ*

WIELOKRYTERIALNA OPTIMALIZACJA KSZTAŁTU ODBŁYŚNIKA

W artykule przedstawiono wyniki badań dotyczących obliczania kształtu zwierciadlanego odbłyśnika, który zapewni uzyskania jak największej wartości średniego natężenia oświetlenia oraz równomierności oświetlenia. Obliczenia optymalizacyjne przeprowadzono z zastosowaniem wielokryterialnego algorytmu genetycznego.

1. WSTĘP

Konstruowanie zadania z większą liczbą funkcji celu może okazać się konieczne szczególnie wtedy, kiedy zadanie z jedną funkcją celu uzupełnione o odpowiednie ograniczenia nie może w właściwy sposób opisać stawianego problemu. Uwzględnienie większej liczby kryteriów, które zazwyczaj są sprzeczne ze sobą i wzajemnie nieprzeliczalne powoduje, że nie można ich sprowadzić do jednego kryterium skalarne. Zamiast jednej funkcji celu otrzymujemy wektor funkcji (1) i poszukujemy optymalnego kompromisu pomiędzy nimi [1].

$$F(x) = [F_1(x), F_2(x), \dots, F_m(x)] \quad (1)$$

Zwiększenie liczby funkcji celów powoduje większą złożoność zadania. Projektant powinien w właściwy sposób zdefiniować problem wprowadzając odpowiednie i dające się w naturalny sposób opisać wyrażenia. Optymalizacja wielokryterialna polega na minimalizacji lub maksymalizacji wektora funkcji celów, który podlega ograniczeniom (2).

$$\begin{aligned} & \min/\max_{x \in \mathbb{R}^n} F(x), \text{ z uwzględnieniem} \\ & G_i(x) = 0, i = 1, \dots, k_e; G_i(x) \leq 0, i = k_e + 1, \dots, k; lb \leq x \leq ub \end{aligned} \quad (2)$$

W optymalizacji wielokryterialnej należałoby poszukiwać takiego wektora zmiennych decyzyjnych, dla którego wszystkie składniki wektora funkcji celu osiągną ekstremum. Funkcja celu jest wektorem i jeżeli którykolwiek z jej składników będzie konkurował z innym to niemożliwe będzie znalezienie jednoznacznego rozwiązania. Zazwyczaj każdy ze składników wektora funkcji celu osiąga ekstremum przy innym wektorze zmiennych decyzyjnych.

* Politechnika Poznańska.

W celu porównania rozwiązań w optymalizacji wielokryterialnej, wprowadza się pojęcie zespołu niezdominowanych rozwiązań w sensie Pareto. Niezdominowane rozwiązanie uzyskuje się wtedy, kiedy poprawa wartości jednej z funkcji celu powoduje pogorszenie innej. Przyjmuje się obszar Ω w przestrzeni zmiennych x , które spełniają wszystkie wprowadzone ograniczenia (3).

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n\}, \text{ z uwzględnieniem} \\ G_i(x) = 0, i = 1, \dots, k_e; G_i(x) \leq 0, i = k_e + 1, \dots, k; lb \leq x \leq ub \quad (3)$$

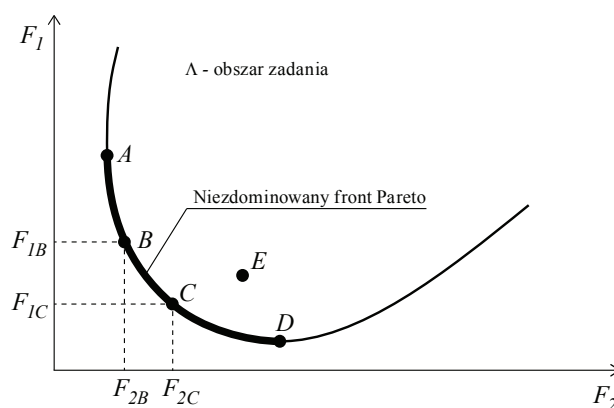
Obszarowi Ω odpowiada obszar Λ w przestrzeni zadania, a wektor funkcji celu (1) mapuje przestrzeń zmiennych do przestrzeni zadania (4).

$$\Lambda = \{y \in \mathbb{R}^m : y = F(x), x \in \Omega\} \quad (4)$$

Punkt x_1 stanowi niezdominowane rozwiązanie (dominuje nad innym punktem x_2) jeżeli spełnione są oba następujące warunki [1]:

1. Punkt x_1 zapewnia nie gorsze rozwiązanie niż punkt x_2 dla wszystkich funkcji celu.
2. Punkt x_1 zapewnia lepsze rozwiązanie niż punkt x_2 dla przynajmniej jednej funkcji celu.

Na rysunku 1 przedstawiono kilka niezdominowanych rozwiązań leżących na krzywej pomiędzy punktami A i D.



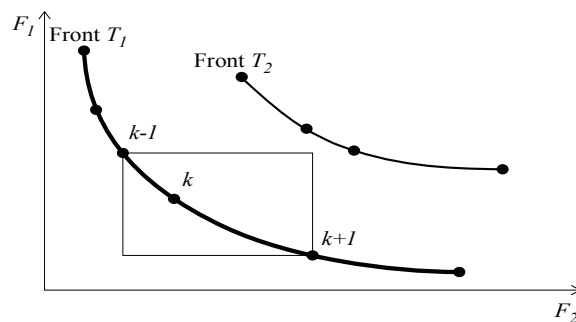
Rys. 1. Ilustracja niezdominowanego frontu Pareto

Punkty B i C są punktami niezdominowanymi ponieważ poprawa pierwszej funkcji celu F_1 wymaga pogorszenia drugiej funkcji F_2 (i na odwrót). Punkt E nie należy do niezdominowanych rozwiązań gdyż nie spełnia pierwszego z podanych wyżej warunków dla pozostałych punktów. Punkty A, B, C i D dominują nad punktem E. Niezdominowane rozwiązania tworzą tzw. zbiór Pareto. Ponieważ zazwyczaj tworzą one pewną krzywą to stosuje się również nazwę niezdominowany front Pareto [1]. Ponieważ algorytm genetyczny tworzy

populację rozwiązań w każdej kolejnej iteracji to zastosowanie go w optymalizacji wielokryterialnej do znajdowania zespołu Pareto optymalnych rozwiązań jest bardzo korzystne.

2. SELEKCJA ELITARNA Z ZASTOSOWANIEM NISZOWANIA

Zastosowanie selekcji elitarniej, która polega na gwarancji przeżycia osobników niezdominowanych może prowadzić do przedwczesnej zbieżności. Już po kilku iteracjach wszystkie osobniki mogą być niezdominowane i chociaż wszystkie stanowią elitę to niekoniecznie znajdują się w pobliżu rzeczywistego frontu Pareto. Proponuje się zastosowanie metody, opartej o procedurę NSGA-II, w której oprócz ochrony elitarnych osobników zachowuje się wyraźne zróżnicowanie spośród osobników tworzących front Pareto [1].



Rys. 2. Ilustracja obliczania metryki odległości zatłoczenia dla k-tego punktu

W metodzie tej osobniki, które wypełniają pozostałe w populacji wolne miejsca (po wprowadzeniu osobników z najlepszego frontu) wybierane są z uwzględnieniem strategii niszczenia, która polega na doborze punktów znajdujących się w najmniej zatłoczonych obszarach ostatniego frontu. Procedura nie wpływa na algorytm w początkowych iteracjach. Dzieje się tak dlatego, że występuje wtedy wiele niezdominowanych, ale jeszcze dalekich od optymalnego i różnorodnych frontów Pareto. Nie ma wtedy większego znaczenia jakie osobniki zostaną wybrane do zapewnienia pozostałych wolnych miejsc w nowej populacji. Z kolei w końcowych iteracjach większość osobników należy do najlepszego niezdominowanego frontu. Do nowej populacji dobierane są osobniki zapewniające większą różnorodność, co w konsekwencji prowadzi do uzyskania niezdominowanego frontu, na którym punkty tworzące rozwiązanie rozłożone są bardziej równomiernie.

Ocena zatłoczenia dokonywana jest na podstawie metryki odległości zatłoczenia d_i . Oblicza się ją jako średnią długość boku hipersześcianu, w jakim mieści się dane rozwiązanie i żadne inne z tego samego niezdominowanego frontu rozwiązań. Jeżeli odległość jest duża, rozwiązanie nie jest zatłoczone. Na

pozostałe wolne miejsca w nowej populacji wybierane są osobniki posiadające największą wartość metryki odległości zatłoczenia d_j . Interpretacja geometryczna całego wyrażenia przedstawiona jest na rysunku 2. Wartość metryki odległości zatłoczenia d_j jest równa połowie obwodu prostokąta (dla większej liczby funkcji celu sześciianu lub hipersześciianu).

Zazwyczaj większość problemów wymagających rozwiązania za pomocą wielokryterialnych algorytmów ewolucyjnych posiada nałożone jakieś ograniczenia (2). Przestrzeń rozwiązań podzielona jest wtedy na dwa obszary: dopuszczalny i niedopuszczalny, a wszystkie Pareto-optymalne rozwiązania muszą być dopuszczalne. Stosowana w niniejszej pracy metoda polega na zastosowaniu selekcji turniejowej, kiedy dla dwóch rozwiązań z danej populacji wybierane jest rozwiązanie lepsze. Możemy mieć do czynienia z trzema przypadkami: (I) obydwa rozwiązania są dopuszczalne, (II) tylko jedno jest dopuszczalne, (III) oba są niedopuszczalne.

Definicję dominacji zastępuje się następującym terminem: punkt x_1 „dominuje z ograniczeniami” nad punktem x_2 jeżeli spełniony jest którykolwiek z następujących warunków [1]:

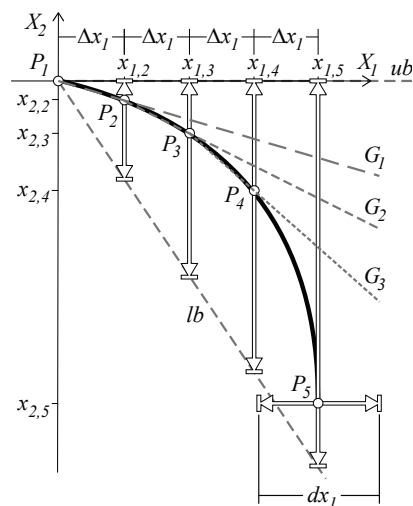
1. Punkt x_1 stanowi rozwiązanie dopuszczalne, a punkt x_2 rozwiązanie niedopuszczalne.
2. Oba punkty stanowią rozwiązania niedopuszczalne lecz punkt x_1 w mniejszym stopniu łamie ograniczenia.
3. Oba punkty stanowią rozwiązania dopuszczalne i punkt x_1 dominuje nad punktem x_2 (w sensie definicji z rozdziału pierwszego). Jeżeli oba rozwiązania należą do tego samego frontu, to wybiera się rozwiązanie, które znajduje się w najmniej zatłoczonym obszarze frontu.

Korzystając z powyższej definicji ustala się w danej populacji kolejne „niezdominowane z ograniczeniami” fronty Pareto (rys. 2). Pomiędzy wybieranymi losowo dwoma punktami tworzącymi te fronty przeprowadza się selekcję turniejową wybierając lepsze rozwiązanie zgodnie z kryteriami podanymi wyżej. Po pierwszej serii selekcji dokonuje się ponownego losowania par i przeprowadza się ponownie wybór lepszego rozwiązania. Punkty wybrane w dwóch seriach tworzą pole rozmnażania (ang. mating pool). Najlepsze osobniki mają dużą szansę znaleźć się tam w kilku egzemplarzach, a najgorsze - w ani jednym. Pole rozmnażania ma taki sam rozmiar jak populacja.

3. MODEL ODBŁYŚNIKA

Profil odbłyśnika opisany jest za pomocą wielomianu interpolacyjnego Hermite’a z ochroną kształtu wykorzystującą metodę Fritsch’a i Carlson’a [2, 3]. Punkty P_1 , P_2 , P_3 , P_4 i P_5 (rys. 3) stanowią węzły interpolacji, przez które przechodzi krzywa opisująca profil odbłyśnika. Algorytm optymalizacji w

kolejnych krokach, które mają prowadzić do znalezienia minimum funkcji celu zmienia wartości zmiennej decyzyjnej C_i (odpowiednie współrzędne punktów $P_2 \div P_5$). Punkt P_1 nie zmienia swojego położenia, podczas gdy pozostałe cztery punkty zmieniają zarówno położenia w osi X_2 ($x_{2,i}$) jak również w osi X_1 ($x_{1,i}$). Działanie algorytmu optymalizacji może w tym przypadku prowadzić do zmiany wysokości i szerokości odbłyśnika. Ustalenie położenia węzłów interpolacji w osi X_1 dokonywane jest za pomocą jednej zmiennej dx_1 , która odpowiada za zmianę wartości współrzędnej $x_{1,5}$ punktu P_5 . Współrzędne pozostałych punktów odliczane są z uwzględnieniem jednakowego odstępów Δx_1 w osi X_1 pomiędzy kolejnymi punktami. W tym przypadku algorytm optymalizacji operuje na pięciu zmiennych ($x_{2,2}, x_{2,3}, x_{2,4}, x_{2,5}, dx_1$).



Rys.3. Profil odbłyśnika, ilustracja warunków ograniczających położenie węzłów interpolacji

Odbłyśnik zbudowano w ten sposób, że jego otwór górny jak i otwór dolny mają kształt kwadratu. Kształt czterech bocznych ścian jest tworzony przez krzywą profilową opisaną za pomocą wielomianu interpolacyjnego Hermite'a. W otworze górnym umieszczony jest model tzw. modułu LED, którego parametry odpowiadają danym technicznym modułu Fortimo LED DLM 2000. Element świecący modułu stanowi powierzchnia w kształcie koła o średnicy 6 cm, którą pokryto luminoforem. Powierzchnia ta ma rozsył strumienia świetlnego prawie lambertowski [4].

4. OPTIMALIZACJA KSZTAŁTU ODBŁYŚNIKA

Algorytm genetyczny wykorzystuje trzy główne operacje na każdym etapie tworzenia nowej generacji z bieżącej populacji [5]: selekcja (wybór rodziców spośród osobników w danej populacji), krzyżowanie (łączenie rodziców, którzy

tworzą osobniki dla następnego pokolenia), mutacja (wprowadzanie losowych zmian dla wybranych rodziców).

W niniejszej pracy zastosowano następujące rozwiązania [6]:

- reprezentacja zmiennoprzecinkowa – pozwala na przybliżenie algorytmu do przestrzeni zadania, dwa punkty leżące blisko siebie w przestrzeni reprezentacji będą także leżały blisko siebie w przestrzeni zadania,
- skalowania funkcji celu metodą nadawania rang wyrównuje punktacje słabiej przystosowanych osobników przy jednoczesnym zachowaniu dużej różnorodności w populacji,
- selekcja elitarna przenosi do następnego pokolenia cały, niezdominowany i najlepszy front Pareto, pozostałe wolne miejsca w populacji przeznaczone są dla osobników utworzonych przez rodziców na drodze krzyżowania i mutacji,
- krzyżowanie heurystyczne i mutacji z rozkładem Gaussa (wielkość mutacji zmniejsza się w każdym nowym pokoleniu),
- liczba osobników w populacji 25, liczba generacji 100.

Do obliczeń wielkości fotometrycznych (światłość, natężenie oświetlenia) zastosowano autorską metodę wykorzystującą algorytm śledzenia promienia zaimplementowany w systemie Radiance [7]. Metoda ta została opisana w kilku publikacjach [8], gdzie przedstawiono wyniki obliczeń opraw oświetleniowych z elementami optycznymi o różnych właściwościach fotometrycznych.

Zadanie optymalizacji polegało na znalezieniu takiego kształtu odbłyśnika, który zapewni uzyskanie jak największej wartości średniego natężenia oświetlenia E_{sr} przy zachowaniu odpowiedniej równomierności oświetlenia na oświetlanej powierzchni (stosunek minimalnej wartości natężenia oświetlenia E_{min} do średniej wartości natężenia oświetlenia E_{sr}). Odbłyśnik oświetla powierzchnię w kształcie kwadratu, którego bok ma wymiar 3 metrów. Model oprawy oświetleniowej jest umieszczony na wysokości 3 m nad środkiem tej powierzchni.

Optymalizację przeprowadzono dla dwóch funkcji celu (5).

$$\begin{aligned} F_1(x) &= -E_{sr} \\ F_2(x) &= -100(E_{min}/E_{sr}) \end{aligned} \quad (5)$$

Ponieważ algorytm optymalizacji poszukuje minimum funkcji, a w postawionym zadaniu chodzi o maksymalizację, to w równaniu funkcji celu wstawiony został znak minus.

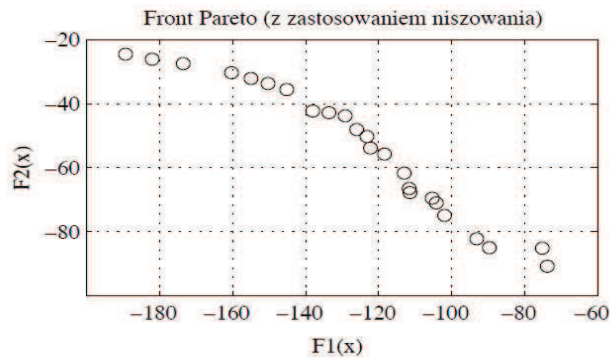
Wprowadzono następujące ograniczenia w przestrzeni zadania:

1. Ograniczenia nałożone na dziedzinę $lb \leq x_{2,i} \leq ub$:
 - mają na celu spowodowanie, że krzywa opisująca profil odbłyśnika będzie wypukła w górę, wartości punktów $x_{2,i}$ określające współrzędne w osi X_2 mogą zmieniać się w granicach wyznaczonych przez proste ub oraz lb (rys. 3).
2. Ograniczenia nierównościowe $G_i(x) \leq 0$:

- krzywa opisująca profil odbłyśnika powinna zachować monotoniczność w całym przedziale, tworzenie profilu odbłyśnika, którego krzywa nie jest monotoniczna może prowadzić do zwiększenia czasu obliczeń poprzez rozszerzenie obszaru przeszukiwania o obszar, w którym nie znajduje się optymalne rozwiązanie,
- punkt P_3 powinien znajdować się poniżej prostej G_1 (prosta przechodzi przez punkty P_1 i P_2), punkt P_4 poniżej prostej G_2 , a punkt P_5 poniżej prostej G_3 .

5. WYNIKI OBLICZEŃ

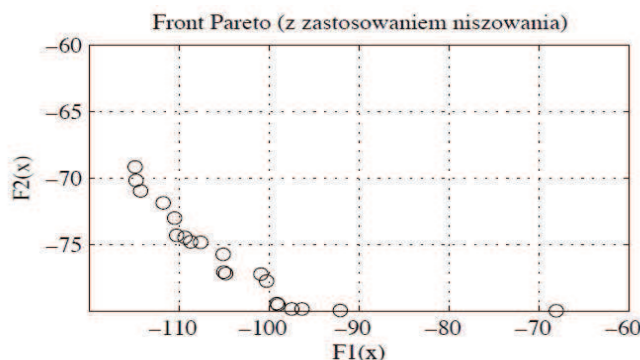
Na rysunku 4 przedstawiono wyniki obliczeń wykonanych z opisaną wyżej strategią niszowania.



Rys. 4. Front Pareto uzyskany z zastosowaniem strategii niszowania

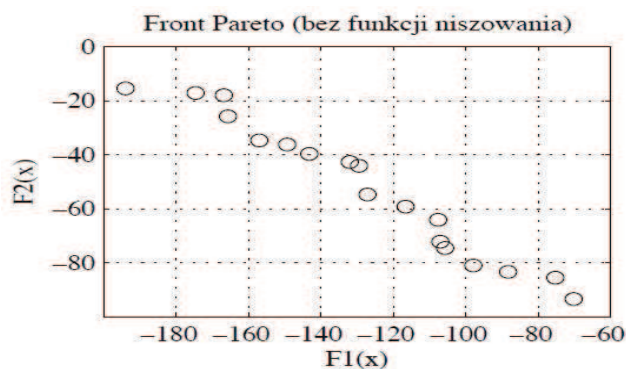
Nie otrzymujemy jednego, konkretnego rozwiązania i po zakończeniu procesu optymalizacji należy skorzystać z pozaoptymalizacyjnych procedur pozwalających na wybór określonego wyniku spośród szeregu punktów. We wcześniejszych badaniach stosowano optymalizację z funkcją kary [4]. Przyjęto wtedy kryterium karania osobników, dla których równomierność oświetlenia jest mniejsza od wartości 70%. W postawionym zadaniu wydaje się oczywiste, że zwiększając równomierność (funkcja F_2) zmniejszając się będzie natężenie oświetlenia (funkcja F_1). Przyjmując powyższe kryterium należy poszukać rozwiązania znajdującego się jak najbliżej punktu $F_2(x) = -70$.

Na rysunku 5 przedstawiono wyniki obliczeń wykonanych z zastosowaniem strategii niszowania. Algorytm uzupełniono o funkcję wyboru, za pomocą której ograniczono przeszukiwany przedział wartości funkcji $F_2(x)$ do zakresu od -60 do -80 (wartości $F_2(x)$ poza tym zakresem przyrównywane są do zera). Organicznie wartości funkcji celu prowadzi do zwiększenia różnorodności uzyskanych rozwiązań w oczekiwanym obszarze. Ta strategia pozwala na uzyskanie nie gorszych wyników, bez zmiany liczby osobników w populacji.



Rys. 5. Front Pareto uzyskany z zastosowaniem strategii niszowania i z ograniczeniem przeszukiwanego przedziału wartości funkcji $F_2(x)$

Na rysunku 6 przedstawiono wyniki obliczeń wykonanych bez strategii niszowania. Porównując te wyniki z wynikami uzyskanymi z zastosowaniem strategii niszowania można zauważyć, że uzyskano nieco gorsze rozłożenie punktów na froncie Pareto, głównie ze względu na mniejszą liczbę punktów występujących w ostatnim, najlepszym froncie. Dostatecznie podobna równomierność rozłożenia punktów na frontach Pareto świadczy o stosunkowo niewielkim wpływie strategii niszowania na ten parametr. Dzieje się tak dlatego, że samo zadanie powoduje uzyskiwanie dużej różnorodności wyników. Dla odbłyśnika o gładkiej powierzchni nawet niewielka zmiana kształtu może znacząco wpływać na zmianę bryły fotometrycznej.



Rys. 6. Front Pareto uzyskany bez funkcji niszowania

W tabeli 1 zamieszczono wyniki obliczeń uzyskane dla czterech, różnych algorytmów. Podano (zmieniając z ujemnych na dodatnie) wartości funkcji celu, liczbę osobników tworzących ostatni, niezdominowany front Pareto N_p , czas wykonania obliczeń CPU oraz stosunek liczby iteracji do czasu obliczeń.

Tabela 1. Zestawienie wyników obliczeń

Lp	Nazwa algorytmu	$F_1(x)$	$F_2(x)$	N_p	CPU [s]	Liczba iteracji do czasu wykonania obliczeń
1	Strategia niszowania	104	71	25	3430	0.73
2	Strategia niszowania z ograniczeniem zakresu funkcji F_2	115	70	25	3519	0.71
3	Bez strategii niszowania	107	72	20	3549	0.70
4	Funkcja kary	108	71	-	7340	0.61

Najlepszy wynik uzyskano dla algorytmu ze strategią niszowania i ograniczeniem zakresu funkcji F_2 . Jednocześnie ten algorytm zapewnia największą różnorodność wyników w oczekiwanym obszarze rozwiązań. Parametr podający wartość liczby iteracji do czasu wykonania obliczeń wskazuje na nieznaczne pogorszenie efektywności algorytmu optymalizacji wielokryterialnej w stosunku do optymalizacji jednokryterialnej z funkcją kary [4].

6. WNIOSKI

Przeprowadzone badania pokazują, że proponowana metoda optymalizacji kształtu odbłyśnika może być z powodzeniem stosowana z wykorzystaniem optymalizacji wielokryterialnej. W stosunku do obliczeń wykorzystujących funkcję kary nastąpiło pogorszenie efektywności algorytmu, jednakowoż uzyskano ostatecznie lepszy wynik w krótszym czasie. Optymalizacja wielokryterialna wymaga zastosowania pozaoptymalizacyjnych kryteriów do wyboru ostatecznego rozwiązania. Jednocześnie uzyskujemy zestaw wyników, które można analizować pod względem opłacalności wykonania.

LITERATURA

- [1] Deb K.: Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms. John Wiley & Sons, Ltd. 2001.
- [2] Wandachowicz K.: Obliczanie profilu odbłyśnika z wykorzystaniem interpolacji Hermite'a. Materiały konferencyjne: XV Conference Computer Applications in Electrical Engineering, ZKwE'2010, Poznań, 19-21.04.2010, 231-232.
- [3] Fritsch F. N., Carlson R. E.: Monotone Piecewise Cubic Interpolation. SIAM Journal on Numerical Analysis, 17 (1980), 238-246.
- [4] Wandachowicz K.: Optymalizacja kształtu odbłyśnika zapewniającego uzyskanie zakładanego poziomu równomierności oświetlenia. Przegląd Elektrotechniczny 5a/2012. Warszawa, Sigma-Not. 181-183.

- [5] Michalewicz Z.: Alorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne. WNT Warszawa 2003.
- [6] Global Optimization Toolbox User's Guide. The MathWorks, Inc.
- [7] Ward Larson G., Shakespeare R.: Rendering with Radiance. Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco (1997).
- [8] Wandachowicz K.: Calculation of Luminaires Using Radiance. 3rd International RADIANCE Workshop. 11-12 October 2004, Ecole d'ingénieurs et d'architectes de Fribourg, Switzerland.

MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION OF REFLECTOR SHAPE

There are presented research results that concern of calculation of mirror reflector profile that is using for obtaining the highest value of average illumination and uniformity ratio on the illuminated surface. The Multiobjective optimization with evolutionary algorithm was used.