

Piotr FRĄCZAK\*

## KONCEPCJA „STYCZNIKOWA” TWORZENIA MODELI PERKOLACJI W PROGRAMACH PSPICE I MATHCAD

W pracy przedstawiono koncepcję budowy i analizy modeli perkolacji utworzonych dla gałęzi na sieciach. Modele te utworzono za pomocą obwodów elektrycznych, stanowiących regularne sieci (kwadratowej, hybrydowej, sześciokątnej i trójkątnej), które składają się z rezystorów oraz ze źródeł napięć wymuszających. W modelach tych uwzględniono losowy sposób niszczenia (zwierania) struktury połączeń rezystorów za pomocą bocznikowania ich stykami odpowiednich przełączników. Procedura obliczeń symulacyjnych prądów perkolacji za pomocą opracowanych modeli polegała na stworzeniu ich schematów zastępczych oraz zadeklarowania stosownych analiz prądowych w programie PSpice.

SŁOWA KLUCZOWE: sieci w programie PSpice, modele perkolacji dla gałęzi na sieciach

### 1. WSTĘP

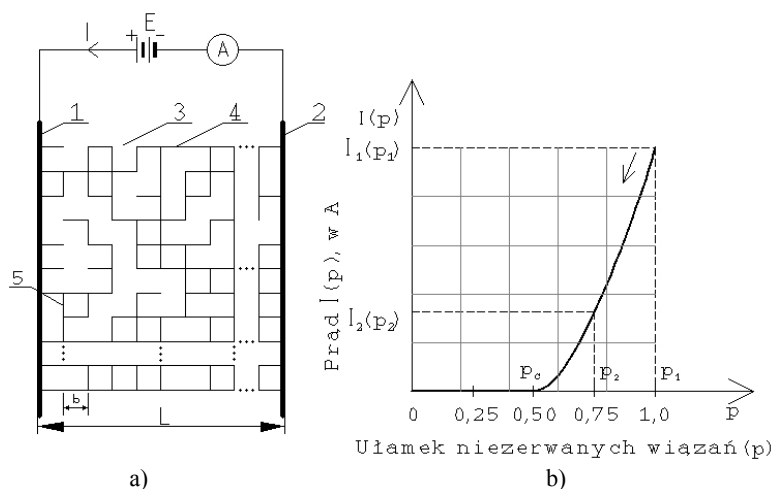
Opis analityczny izolatorów i układów izolacyjnych podczas eksploatacji w danych warunkach środowiskowych nie w pełni ujmuje wartości natężenia prądu upływnościowego powierzchniowego oraz stany krytyczne, takie jak: przeskok zabrudzeniowy napięcia, możliwość przebicia powierzchniowego w przypadku izolatorów polimerowych, itp. Potwierdzają to badania laboratoryjne i terenowe dla różnych typów izolatorów i układów izolacyjnych. Wobec tego zachodzi potrzeba zastosowania nowej teorii, która umożliwi prawidłowy opis takich urządzeń izolacyjnych podczas ich eksploatacji w zakresie prądu upływnościowego powierzchniowego [1] oraz badania możliwości wystąpienia stanów krytycznych. W tym celu można wykorzystać między innymi teorię perkolacji [4, 5]. Istota teorii perkolacji polega na tym, że uwzględnia ona element losowości w modelowaniu matematycznym.

Celem pracy jest utworzenie modeli perkolacji za pomocą obwodów elektrycznych będących regularnymi sieciami kwadratowymi o strukturach: hybrydowej, kwadratowej, sześciokątnej i trójkątnej z uwzględnieniem losowego sposobu niszczenia jej struktury. Strukturę sieci niszczy się w sposób losowy zwierając odpowiednie rezystory stykami programowalnych styczników.

\* Zachodniopomorskie Centrum Edukacji Morskiej i Politechnicznej w Szczecinie.

## 2. PERKOLACJA DLA GAŁĘZI NA SIECI

Pojęcie perkolacji w odniesieniu do gałęzi można wyjaśnić między innymi doświadczalnie za pomocą sieci elektrycznej. Na rysunku 2.1 przedstawiono regularną dwuwymiarową sieć elektryczną o strukturze kwadratowej, utworzoną z odcinków przewodnika (wiązań), umieszczonych między dwiema elektrodami podłączonymi do źródła napięcia  $E$ . W obwodzie elektrycznym o niezniszczonej strukturze sieci elektrycznej płynie prąd, którego wartość natężenia  $I_1(p_1)$  odczytano z amperomierza (A). W wyniku rozpoczęcia niszczenia (zrywania) – w sposób losowy, z prawdopodobieństwem  $p$  – struktury sieci (odcinków przewodnika) kwadratowej wartość natężenia prądu, odczytywana z amperomierza, maleje. Prawdopodobieństwo  $p$  zerwania odcinka przewodnika  $b$  (rys. 2.1a) jest określone jako iloraz liczby odcinków niezerwanych do liczby wszystkich odcinków przewodnika. Wartość natężenia prądu  $I_2(p_2)$ , odczytywana z amperomierza, odpowiada 25% odcinków przewodnika (wiązań) zerwanych w sposób losowy i 75% nieuszkodzonych. W miarę zmniejszania się  $p$  wartość prądu będzie malała, aż do momentu, gdy osiągnięta zostanie krytyczna koncentracja wiązań  $p_c$ , przy której znika prąd  $I(p)$ . Dla  $p < p_c$  wartość prądu  $I(p)$  wynosi zero.



Rys. 2.1. Sieć elektryczna stanowiąca model perkolacji dla wiązań: a) schemat zastępczy obwodu elektrycznego: 1, 2 – elektrody, 3 – zerwane połączenie (wiązanie), 4 – niezerwane połączenie, 5 – klaster,  $L$  – odległość między elektrodami,  $b$  – odcinek przewodnika; b) zależność prądu  $I(p)$  od ułamka niezerwanych połączeń sieci

Istotną cechą modelu perkolacji jest wystąpienie stanu krytycznego (ostre przejście perkolacyjne) w progu perkolacji  $p_c$ , związane z nagłym zniknięciem (lub powstaniem) długozasięgowego połączenia w obwodzie. Progi perkolacji (perkolicja dla gałęzi na sieciach) posiadają tylko sieci dwuwymiarowe, a

mianowicie: hybrydowa (kagome'), kwadratowa, trójkątna, sześciokątna oraz sieć Belthego. Wartości liczbowe progów perkolacji  $p_c$  dla tych sieci wynoszą odpowiednio: 0,4500; 0,5000; 0,3473; 0,6527 i 0,5000.

Ostre przejście perkolacyjne jest uzależnione od wielkości układu. Wystąpienie ostrego przejścia perkolacyjnego dla sieci rozległej („wielkiej”) określa się relacją [5 ]:

$$L/b \gg 1 \quad (2.1)$$

gdzie:  $L$  – liczba połączeń w strukturze danej sieci (odległość między elektrodami),  
 $b$  – jednostkowe połączenie w strukturze sieci (długość odcinka przewodnika).

Próg perkolacji jest definiowany wzorem [ 5 ]:

$$p_c = \frac{\sum_{i=1}^m M_i}{\sum_{j=1}^n N_j} \quad (2.2)$$

gdzie:  $M_i$  – liczba zwartych gałęzi w sieci,  $N_j$  – liczba wszystkich gałęzi w sieci.

### 3. KONCEPCJA „STYCZNIKOWA” BUDOWY MODELI PERKOLACJI DLA GAŁĘZI NA SIECIACH

W niniejszym podpunkcie przedstawiono budowę modeli obwodów elektrycznych tworzonych z sieci regularnych (kwadratowej, hybrydowej, sześciokątnej i trójkątnej) składających się z identycznych elementów  $R$  (tj. rezystorów) oraz ze źródeł napięć zasilających. Wprowadzając losowy sposób niszczenia rezystorów (zwierania) do struktur wymienionych sieci modeli obwodów elektrycznych otrzymano odpowiednie modele perkolacji. Losowy sposób zwierania rezystorów w strukturach regularnych sieci (kwadratowej, hybrydowej, sześciokątnej i trójkątnej) dokonuje się za pomocą styków programowanych styczników. Odpowiednio zaprogramowane styczniki za pomocą swych styków niszczą (zwierają) w sposób losowy daną strukturę sieci.

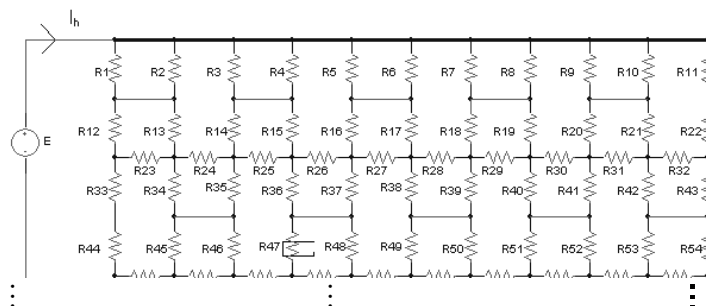
#### 3.1. Modele obwodów elektrycznych stanowiących sieci w programie *PSpice*

Na rysunkach 3.1 - 3.5 przedstawiono budowę modeli obwodów elektrycznych utworzonych z sieci regularnych (hybrydowej, kwadratowej, sześciokątnej i trójkątnej) składających się z identycznych elementów  $R$  (tj. rezystorów) oraz ze źródeł napięć zasilających w programie *PSpice* [2].

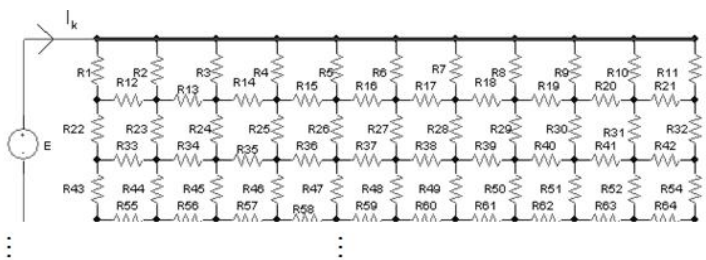
#### 3.2. Określanie rozmiarów sieci w programach *PSpice* i *Mathcad*

Schematy zastępcze modeli obwodów elektrycznych utworzono z sieci kwadratowych o strukturach: hybrydowej, kwadratowej, trójkątnej i sześciokątnej zaimplementowano w środowisko programu *PSpice*. Za pomocą programu *PSpice*, znając wartości napięcia wymuszającego ( $E = 5,0 \cdot 10^3$  V), wartość rezystancji

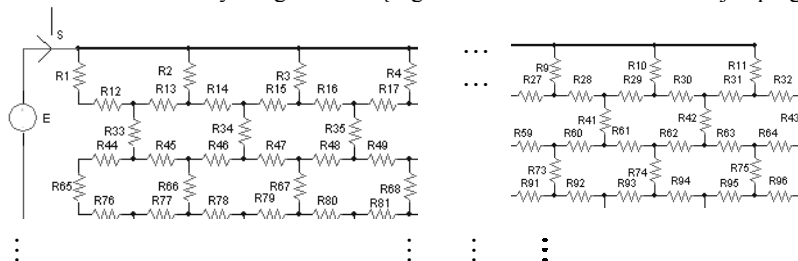
elementów  $R$  ( $R = 1,0 \cdot 10^6 \Omega$ ), wyznaczono wartości natężenia prądu. Na rys.3.5 przedstawiono zależność prądu od liczby oczek obwodów dla poszczególnych struktur sieci.



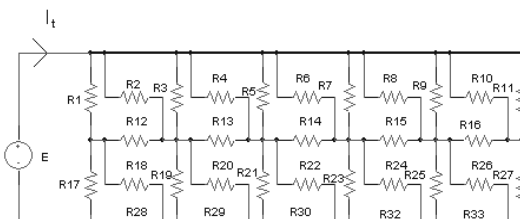
Rys. 3.1. Model obwodu elektrycznego stanowiącego sieć o strukturze hybrydowej w programie *Psice*



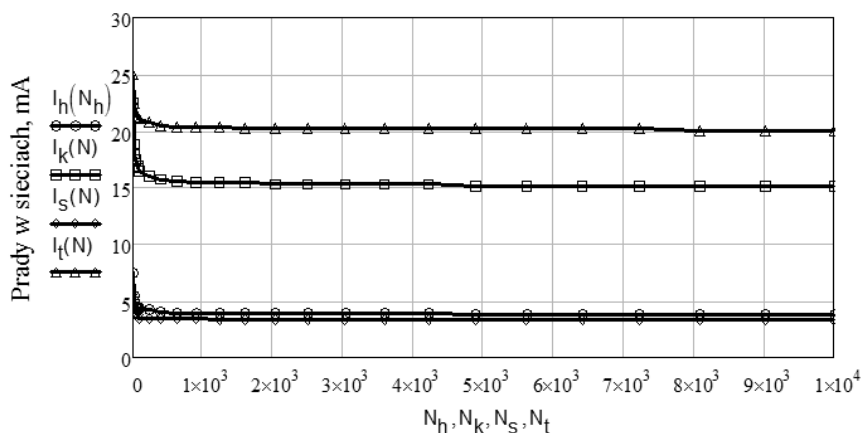
Rys. 3.2. Model obwodu elektrycznego stanowiącego sieć o strukturze kwadratowej w programie *PSpice*



Rys. 3.3. Model obwodu elektrycznego stanowiącego sieć o strukturze sześciokątnej w programie *PSpice*



Rys. 3.4. Model obwodu elektrycznego stanowiącego sieć o strukturze trójkątnej w programie *PSpice*



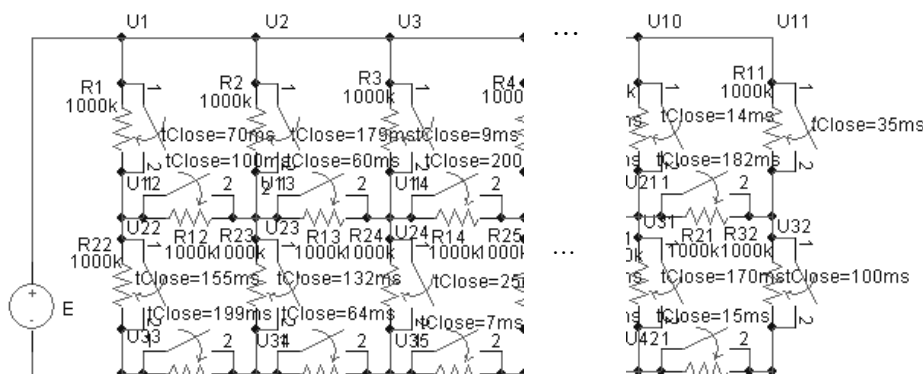
Rys. 3.5. Prądy w modelach sieci o strukturach: hybrydowe –  $I_h$ , kwadratowej –  $I_k$ , trójkątnej –  $I_t$ , i sześciokątnej;  $N_h, N_k, N_s, N_t$  – liczby oczek w sieciach odpowiednio hybrydowej, kwadratowej, sześciokątnej i trójkątnej

Sieci dobrano tak, aby wartości natężenia prądów w obwodach nie zależały od ich rozmiarów, tzn. były stałe dla określonej liczby oczek i nie zmieniały się wraz ze zwiększeniem ich liczby. Wymaganie to spełniają sieci, których rozmiary wynoszą odpowiednio 100, 100, 100 i 100 oczek dla struktur: hybrydowej, kwadratowej, sześciokątnej i trójkątnej (rys.3.5). Ponadto sieci te spełniają warunek (2.1) dla sieci rozległych („wielkich”) w przypadku budowy modeli perkolacji. Wartości liczbowe tego warunku dla wymienionych struktur sieci wynoszą odpowiednio: 203, 200, 299, 145.

### 3.3. Losowe zwieranie gałęzi sieci stykami odpowiednio zaprogramowanych styczników

Procedura zwierania gałęzi (rezystorów) na odpowiedniej sieci modelu obwodów elektrycznego polegała na przyporządkowaniu każdemu rezystorowi styków (normalnie otwarte) bocznikujących styczników programowalnych. Z kolei każdemu stycznikowi programowalnemu przypisuje się odpowiedni czas nastaw, który wyznacza się w sposób losowy za pomocą operacji  $rnd(x)$  programu *Mathcad* [3]. Czasy nastaw styczników określa się w sposób losowy z przedziałów czasowych odpowiednich dla danej sieci (od 1 ms do 203 ms – struktura hybrydowa, od 1 ms do 200 ms – struktura kwadratowa, od 1ms do 145 ms – struktura trójkątna, od 1ms do 299 ms – struktura sześciokątna ). W czasie obliczeń symulacyjnych prądów za pomocą modeli perkolacji sieci stanowiące ich budowę ulegają losowemu niszczeniu (zwieranie rezystorów). Schemat zastępczy

modelu perkolacji utworzonego z sieci o strukturze kwadratowej w programie PSpice zamieszczono na rys. 3.6.



Rys. 3.6. Schemat zastępczy modelu perkolacji dla gałęzi na sieci o strukturze kwadratowej utworzony w programie PSpice

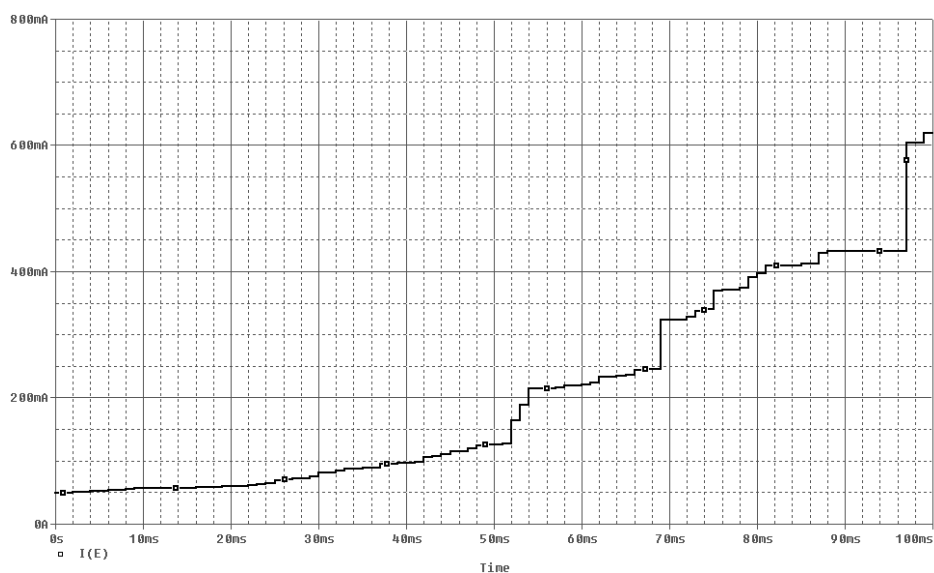
### 3.4. Obliczenia symulacyjne wartości natężenia prądu za pomocą modeli perkolacji w programie PSpice

Obliczenia symulacyjne prądu za pomocą modelu perkolacji w programie PSpice polegały na stworzeniu ich schematów zastępczych i zadeklarowaniu odpowiednich nastaw obliczeniowych *Transient Analysis* (*Print Step = 0.5 ms*; *Final Time = 200 ms* (dla sieci kwadratowej); *No – Print Deley = 0*; *Step Ceiling = 0.5 ms*; *Skip initial transient solution*). Nastawy czasowe poszczególnych styczników (*Sw tClose = ...ms*) zamieszczono na schemacie zastępczym modelu perkolacji (rys. 3.6). Przykładowe wyniki obliczeń symulacyjnych prądu (model perkolacji dla gałęzi na sieci) zamieszczono na rys. 3.7 i rys. 3.8.

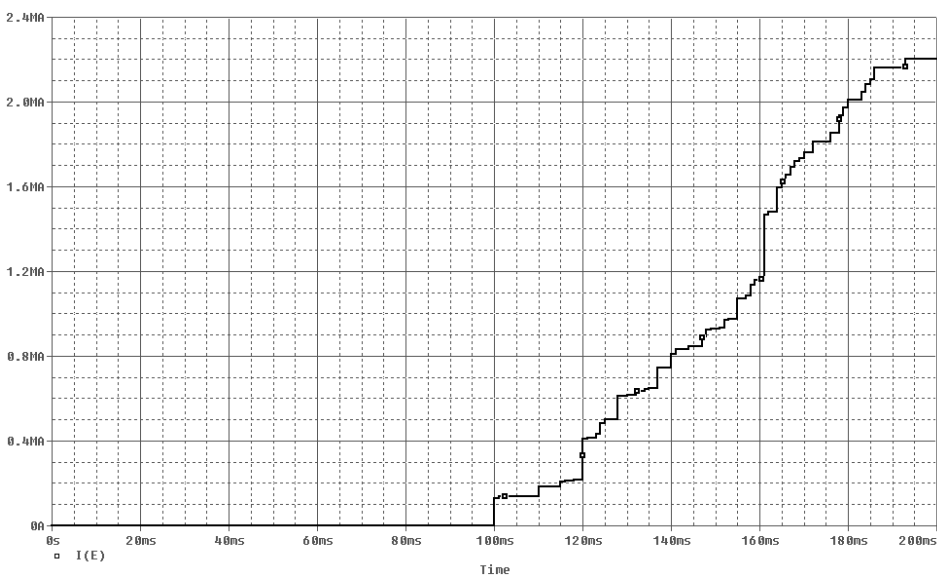
## 4. WNIOSKI

Na podstawie opracowanych modeli perkolacji dla gałęzi na sieciach (hybrydowej, kwadratowej, sześciokątnej i trójkątnej) i ich analizy stwierdzono:

- Należy radykalnie zwiększyć liczbę oczek podczas tworzenia modeli perkolacji z zastosowaniem styczników.
- Utworzone model perkolacji dla gałęzi na sieciach: hybrydowej, kwadratowej, trójkątnej i sześciokątnej zweryfikowano na podstawie wartości progu perkolacji odpowiednia dla podanych modeli 0,4770; 0,5000; 0,3240 i 0,5920.
- Za pomocą styczników można dokonywać modyfikacji sieci obwodów elektrycznych i tworzyć modele perkolacji dla gałęzi na sieciach w programie PSpice.



Rys. 3.7. Obliczenia symulacyjne prądu za pomocą modelu perkolacji stanowiącego sieć o strukturze kwadratowej (rys. 3.6) utworzonego w programie *PSpice* – przed wystąpienia progu perkolacji



Rys. 3.8. Obliczenia symulacyjne prądu za pomocą modelu perkolacji stanowiącego sieć o strukturze kwadratowej (rys.3.6) utworzonego w programie *PSpice* – wystąpienie progu perkolacji

## LITERATURA

- [1] Frączak P.S., Czajkowski A.A., Subocz L.: Obliczanie wartości prądu upływnościowego powierzchniowego izolatorów polimerowych w aspekcie teorii perkolacji, *Przegląd Elektrotechniczny* 2008, vol. 84, nr 10, s. 151–154.
- [2] Król A., Moczko J.: PSpice Symulacja i optymalizacja układów elektronicznych, Wydawnictwo Nakom, Poznań 1999, ISBN 83 - 86969-28-8.
- [3] Palczewski W.: Mathcad 12,11, 2001i, 2000 w algorytmach, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2005, ISBN 83-87674-81-8.
- [4] Stauffer D., Aharony A.: *Introduction to Percolation Theory*, 2nd ed., London, Taylor&Francis 1994, ISBN 0-7484-0253-5.
- [5] Zallen R.: *Fizyka ciał amorficznych*, Warszawa, WN PWN 1994, ISBN 83-01-11265-4.

### THE THEORY OF CREATING THE PERCOLATION MODELS IN PSpICE AND MATHCAD SOFTWARE

The paper presents the concept of creating and analysis of percolation models created for branches on the networks. These models are formed by electrical circuits, which are the regular networks (square, hybrid, hexagonal and triangular), which consist of resistors, and a forcing voltage sources. In these models a random manner of destruction (closing) the structure of resistors connections using shunts on their respective relay contacts was included. Furthermore, in the construction of percolation models, the percolation network size was taken in account. The procedure for simulation calculations of the current percolation using the developed models was to create its replacement scheme and declare relevant current analyzes in Pspice software. In addition a calculation checks were made. The verifying calculation procedure consisted of the analytical description of the concerned networks using the loop currents Maxwell method and implement it in Mathcad software environment.