

dr inż. Andrzej LUBAŃSKI
mł. bryg. dr inż. Jacek CHRZĘSTEK
Zakład Informatyki i Łączności, Szkoła Główna Służby Pożarniczej

Identyfikacja binarnych kanałów radiowych

Omówienie
LEAD

W artykule przedstawiono metodę określania parametrów modelu krótkofalowego kanału dyskretnego opartą na teorii łańcuchów Markowa. Podstawowym problemem występującym przy projektowaniu systemów transmisji danych (teledacyjnych) jest wybór kodu nadmiarowego zabezpieczającego przesyłane informacje cyfrowe przed zakłóceniami, a w konsekwencji błędami w przesyłanej informacji, występującymi w kanale łączności. Z tego względu problemem zasadniczej wagi jest określenie dla danego kanału widma błędów. Jednak każdorazowe przeprowadzenie takich pomiarów byłoby całkowicie nieracjonalne. Z tego powodu od wielu lat dąży się do opracowania prostych modeli matematycznych rzeczywistych kanałów teledacyjnych. Modele takie powinny charakteryzować się niezbyt dużą liczbą parametrów, obejmować szeroką klasę kanałów i możliwie jak najdokładniej odtwarzać widmo błędów kanału. W pracy przedstawiono metodę wyznaczania parametrów dwustanowego modelu Elliota – Gilberta na podstawie łatwych do określenia statystyk błędów: prawdopodobieństwa wystąpienia błędu pojedynczego, podwójnego i potrójnego oraz prawdopodobieństwa wystąpienia elementu bezbłędnego, dwu bezbłędnymi i trzech bezbłędnymi.

Słowa kluczowe: transmisja danych, modele kanałów radiowych, błędy w transmisjach radiowych, kody nadmiarowe.

Wprowadzenie

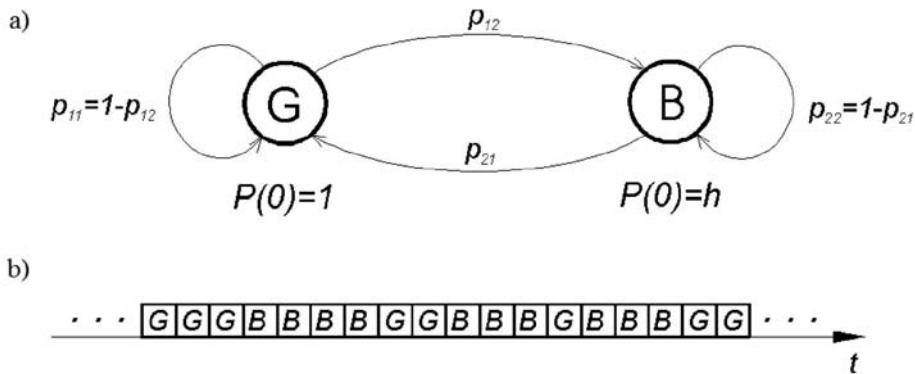
Podstawowym problemem występującym przy projektowaniu systemów transmisji danych (teledacyjnych) jest wybór kodu nadmiarowego zabezpieczającego przesyłane informacje cyfrowe przed zakłóceniami, a w konsekwencji błędami w przesyłanej informacji, występującymi w kanale łączności [1]. Aby kod nadmiarowy był w pełni wykorzystany, jego widmo korekcyjne lub detekcyjne musi zostać dopasowane do widma błędów w kanale dyskretnym. Jeśli wystąpi przypadek niedopasowania charakterystyki kodu do charakteru pojawiającego się błędów w kanale, praktycznie niemożliwe jest osiągnięcie zadanego odpowiednio małego (akceptowalnego) prawdopodobieństwa błędnej decyzji ostatecznej o przesyłanej informacji, nawet przy dużej nadmiarowości (rozwlekłości)

kołu [2]. W powszechnie obecnie stosowanych systemach teledacyjnych pod pojęciem błędnej decyzji ostatecznej praktycznie rozumie się znakową stopę błędów (ZSB) przy transmisji znakowej (klasyczny algorytm TOR – ang. *Teleprinting Over the Radio*) lub blokową stopę błędów (BSB) przy transmisjach blokowych.

Z tego względu problemem zasadniczej wagi jest określenie dla danego kanału widma błędów. Można tego dokonać eksperymentalnie, przeprowadzając długotrwałe, a co za tym idzie kosztowne pomiary [3]. Jednak każdorazowe przeprowadzenie takich pomiarów byłoby całkowicie nieracjonalne. Z tego powodu od wielu lat dąży się do opracowania prostych modeli matematycznych rzeczywistych kanałów teledacyjnych. Modele takie powinny charakteryzować się niezbyt dużą liczbą parametrów, obejmować szeroką klasę kanałów i możliwie jak najdokładniej odtwarzać widmo błędów kanału. W tym miejscu przypomnieć należy co rozumiemy pod pojęciem widma w kontekście niniejszego artykułu. Widmem korekcyjnym (detekcyjnym) kodu nazywamy zespół liczb $a_i(b_i)$; $i = 1, 2, \dots, n$ określających, jaka część liczby błędów o krotności i jest korygowana (wykrywana) przez kod (błędy pojedyncze, podwójne, potrójne i wyższych krotnościach) gdzie n jest długością ciągu kodowego. Widmo błędów może być wagowe lub paczkowe. Wagowym widmem błędów nazywamy będziemy zespół liczb $P(m, n)$; $m = 1, 2, \dots, n$ będących prawdopodobieństwami wystąpienia m błędów w ciągu kodowym o długości n . Paczkowym widmem błędów nazwiemy zespół liczb $P(l, n)$; $l = 2, \dots, n$ będących prawdopodobieństwami wystąpienia paczki błędów o długości l w ciągu kodowym o długości n . Paczką błędów nazywamy ciąg zaczynający się i kończący błędem, a pomiędzy nimi mogą występować błędy i elementy bezbłędne. Pod pojęciem błędu rozumie się niezgodność stanu znamionnego sygnału nadanego i odebranego.

Badania właściwości statystycznych radiowych kanałów binarnych [2], [4], [5], [6], [7], [8], [16], [17], [18] wykazały, że poza przypadkami linii mikrofalowych i łączy satelitarnych założenia o tym, że kanał jest bezpamięciowy, nie znajduje praktycznego potwierdzenia. Model uwzględniający pamięć kanału rzędu jeden zaproponował Gilbert [9]. W modelu tym przyjmuje się, że:

- podczas przesyłania n -tego sygnału elementarnego kanał znajduje się w jednym z dwu stanów „dobrym” G lub „złym” B ,
- w każdym w tych stanów kanał zachowuje się jak kanał bezpamięciowy symetryczny z prawdopodobieństwem błędu p_1 ,
- ciąg stanów kanału stanowi realizację stacjonarnego procesu Markowa przedstawionego na rys. 1.



Rys. 1. Model Gilberta: a) graf dwustanowego łańcucha Markowa, b) przykład ciągu stanów
Źródło: [7].

gdzie:

- p_{11} – prawdopodobieństwo pozostania łańcucha w stanie w „dobrym” G ,
- p_{12} – prawdopodobieństwo przejścia łańcucha ze stanu „dobrego” G do „złego” B ,
- p_{21} – prawdopodobieństwo przejścia łańcucha ze stanu „złego” B do „dobrego” G ,
- p_{22} – prawdopodobieństwo pozostania łańcucha w stanie „złym” B ,
- h – prawdopodobieństwo niewystąpienia błędu w stanie „złym” B .

Tak więc stan G jest stanem bezbłędnym, zaś w stanie B mogą występować zarówno elementy bezbłędne, jak i błędne, przy czym prawdopodobieństwo błędu jest równe $1 - h$. Model ten jest pierwszą próbą odzwierciedlenia grupowania się błędów, tzn. uwzględniania pamięci kanałów. Opisuje on grupowanie się błędów w paczki, ale nie opisuje grupowania się paczek w bardziej złożone struktury. Stanowi dobre odzwierciedlenie wielu łączy telefonicznych i był podstawą do skonstruowania wielu innych modeli markowskich.

Wymieniona w tytule identyfikacja radiowego kanału binarnego jest więc niczym innym jak określeniem parametrów modelu na podstawie łatwych do określenia statystyk eksperymentalnych.

1. Model Elliota – Gilberta

Model zaproponowany przez Elliota [10] jest uogólnieniem modelu Gilberta, w którym dopuszcza się możliwość powstawania błędów również w stanie „dobrym” G , ale prawdopodobieństwo błędnego odbioru w stanie B jest dużo większe niż prawdopodobieństwo błędnego odbioru w stanie G .

$$(1 \quad h) \quad (1 \quad k) \quad (1) \quad (1)$$

gdzie:

- h – prawdopodobieństwo bezbłędnej transmisji w stanie „złym” B ,
- k – prawdopodobieństwo bezbłędnej transmisji w stanie „dobrym” G .

Model ten dokładniej odzwierciedla rzeczywiste zjawiska zachodzące w kanale, ale jednocześnie znacznie komplikują się obliczenia, a wyznaczenie czterech parametrów modelu na podstawie danych eksperymentalnych jest trudne.

Prawdopodobieństwo wystąpienia błędnego elementu w tym modelu wyraża się zależnością:

$$P(1) = \frac{p_{21}(1-k) + p_{12}(1-h)}{p_{12} + p_{21}} \quad (2)$$

zaś rozkład długości pauz określa zależność [11]:

$$p(k) = u(k) - u(k-1) \quad (3)$$

gdzie:

$u(k)$ wyraża się następującą zależnością rekurencyjną:

$$u(k) = (p_{11}k + p_{22}h)u(k-1) + h - k(p_{21} + p_{11})u(k-2) \quad (4)$$

z warunkami początkowymi $u(0) = 1$

$$u(1) = \frac{p_{12}(1-h) + (p_{21}k + p_{22}h)p_{21}(1-k) + (p_{12}h + p_{11}k)}{p_{12}(1-h) + p_{21}(1-k)} \quad (5)$$

Prawdopodobieństwo wystąpienia m błędów w bloku n -elementowym wyraża się wzorem [7]:

$$P(m,n) = \frac{1}{p_{12} + p_{21}} [p_{21} G(m,n) + p_{12} B(m,n)] \quad (6)$$

gdzie:

$G(m,n)$ i $B(m,n)$ dane są wzorami rekurencyjnymi:

$$G(m,n) = G(m,n-1)p_{11}k + B(m,n-1)p_{12}k + G(m-1,n-1)p_{11}(1-k) + B(m-1,n-1)p_{12}(1-h) \quad (7)$$

oraz:

$$B(m,n) = B(m,n-1)p_{22}h + G(m,n-1)p_{21}h + B(m-1,n-1)p_{22}(1-h) + G(m-1,n-1)p_{21}(1-h) \quad (8)$$

z warunkami początkowymi:

$$\begin{aligned} G(0,1) &= k, B(0,1) = h \\ G(1,1) &= 1-k, B(1,1) = 1-h \end{aligned}$$

gdzie:

- $G(m,n)$ – prawdopodobieństwo wystąpienia m błędów w ciągu kodowym o długości n przy warunku, że na początku transmisji kanał znajdował się w stanie „dobrym” G ,
- $B(m,n)$ – prawdopodobieństwo wystąpienia m błędów w ciągu kodowym o długości n przy warunku, że na początku transmisji kanał znajdował się w stanie „złym” B .

Należy również przypisać wartość $G(m,n) = B(m,n) = 0$, kiedy $m < 0$ lub $m > n$.

Aby móc korzystać z przytoczonych charakterystyk, należy wyznaczyć parametry modelu p_{12}, p_{21}, k i h . Według zaproponowanej w [12] metodzie nie dochodzi się do pomyślnych wyników. Zaproponowano więc inny sposób, niezupełnie ścisły analitycznie, ale dający wystarczająco dokładne dla praktyki inżynierskiej wyniki oraz pewną metodę numeryczną.

W celu wyznaczenia parametrów modelu wybieramy sześć następujących, łatwych do wyznaczenia statystyk ciągu błędów:

- prawdopodobieństwa wystąpienia błędu pojedynczego:

$$a \quad P(1) \quad P\{G\} \quad p_1 \quad P\{B\} \quad p_2 \quad (9)$$

gdzie:

$$p_1 = 1 - k \quad \text{oraz} \quad p_2 = 1 - h$$

$P\{G\}$ – prawdopodobieństwo wystąpienia stanu „dobrego” G ,

$P\{B\}$ – prawdopodobieństwo wystąpienia stanu „złego” B .

- prawdopodobieństwa wystąpienia błędów podwójnych:

$$e \quad P(11) \quad P\{G\}(p_{11}^2 p_1^2 \quad p_{12} p_1 p_2) \quad P\{B\}(p_{22}^2 p_2^2 \quad p_{21} p_1 p_2) \quad (10)$$

- prawdopodobieństwa wystąpienia błędów potrójnych:

$$d \quad P(111) \quad P\{G\}(p_{11}^2 p_1^3 \quad p_{11} p_{12} p_1^2 p_2 \quad p_{12} p_{21} p_1^2 p_2 \quad p_{12} p_{22} p_1 p_2^2) \\ P\{B\}(p_{22}^2 p_2^3 \quad p_{22} p_{21} p_2^2 p_1 \quad p_{21} p_{11} p_2 p_1^2 \quad p_{21} p_{12} p_1 p_2^2) \quad (11)$$

- prawdopodobieństwa wystąpienia elementu bezbłędnego:

$$f \quad P(O) \quad P\{G\} \quad k \quad P\{B\} \quad h \quad (12)$$

- prawdopodobieństwa wystąpienia dwu elementów bezbłędnymi:

$$t \quad P(00) \quad P\{G\}(p_{11} k^2 \quad p_{12} k \quad h) \quad P\{B\}(p_{22} h^2 \quad p_{21} k \quad h) \quad (13)$$

- prawdopodobieństwo wystąpienia trzech elementów bezbłędnymi:

$$g \quad P(000) \quad P\{G\}(p_{11}^2 k^3 \quad p_{11} p_{12} k^2 h \quad p_{12} p_{21} k^2 h \quad p_{12} p_{22} k h^2) \\ P\{B\}(p_{22}^2 h^3 \quad p_{22} p_{21} h^2 k \quad p_{21} p_{11} h \quad k^2 \quad p_{21} p_{12} k \quad h^2) \quad (14)$$

Oczywistym jest, że aby model odzwierciedlał grupowanie się błędów, muszą być spełnione następujące warunki: $p_{11} > p_{12}$ oraz $p_{22} > p_{21}$. Wobec tego posłużymy się następującym rozumowaniem. Jeśli model przejdzie do stanu B (lub G), to z prawdopodobieństwem niemal równym jedności możemy twierdzić, że pozostanie w tym stanie dłużej niż przez jeden element. W rozpatrywanych statystykach rozważamy bardzo krótkie sekwencje (tylko trzejelementowe), w związku z tym, nie popełniając dużego błędu możemy uprościć wyrażenia (9) ... (14) do postaci (15) ... (20).

- prawdopodobieństwo wystąpienia błędu pojedynczego:

$$a \quad P(1) \quad P\{G\}p_1 \quad P\{B\}p_2 \quad (15)$$

- prawdopodobieństwo wystąpienia błędów podwójnych:

$$e \quad P(11) \quad P\{G\}p_1^2 \quad P\{B\}p_2^2 \quad (16)$$

- prawdopodobieństwo wystąpienia błędów potrójnych:

$$d \quad (111) \quad P\{G\}p_1^3 \quad P\{B\}p_2^3 \quad (17)$$

- prawdopodobieństwo wystąpienia elementu bezbłędnego:

$$f \quad P(0) \quad P\{G\}k \quad P\{B\}h \quad (18)$$

- prawdopodobieństwo wystąpienia dwu elementów bezbłędnych:

$$t \quad P(00) \quad P\{G\}k^2 \quad P\{B\}h^2 \quad (19)$$

- prawdopodobieństwo wystąpienia trzech elementów bezbłędnych:

$$g \quad P(000) \quad P\{G\}k^3 \quad P\{B\}h^3 \quad (20)$$

Dokonując podstawienia:

$$P\{B\} = \frac{p_{12}}{p_{12} + p_{21}} \quad x \quad (21)$$

oraz:

$$P\{G\} = \frac{p_{21}}{p_{12} + p_{21}} \quad y \quad (22)$$

ze statystyki (15) otrzymamy:

$$x = \frac{a + yp_1}{p_2} \quad (23)$$

i po wstawieniu do (16) można napisać:

$$y = \frac{e - ap_2}{p_1(p_1 + p_2)} \quad (24)$$

Również ze statystyki (17) możemy wyznaczyć:

$$y = \frac{d - ap_2^2}{p_1(p_1^2 + p_2^2)} \quad (25)$$

Porównując wyrażenia (24) i (25) oraz przekształcając względem p_2 otrzymamy:

$$p_2 = \frac{d - ep_1}{e - ap_1} \quad (26)$$

Ze statystyki (18) wyznaczamy:

$$x = \frac{f - yk}{h} \quad (27)$$

i wstawiamy do (19) oraz określamy:

$$y = \frac{t - fh}{k(k - h)} \quad (28)$$

Ze statystyki (20) wyznaczamy:

$$y = \frac{g - fh^2}{k(k^2 - h^2)} \quad (29)$$

Porównując wyrażenia (28) i (29) oraz rozwiązując względem p_2 , otrzymamy:

$$p_2 = 1 - \frac{g - t(1 - p_1)}{t - f(1 - p_1)} \quad (30)$$

Porównując wyrażenia (26) i (30):

$$\frac{d - ep_1}{e - ap_1} = 1 - \frac{g - t(1 - p_1)}{t - f(1 - p_1)} \quad (31)$$

Porządkując (31) względem p_1 , otrzymamy równanie kwadratowe względem p_1 :

$$p_1^2 (af - at - fe) + p_1 (df - 2ta - fa - ag) + dt - df - 2te - fe - eg = 0 \quad (32)$$

Podstawiając:

$$r_1 = af - at - fe$$

$$r_2 = df - 2ta - fa - ag$$

$$r_3 = dt - df - 2te - fe - eg \quad (33)$$

otrzymujemy:

$$p_1^2 r_1 + p_1 r_2 + r_3 = 0 \quad (34)$$

stąd:

$$p_1^{(1)(2)} = \frac{-r_2 \pm \sqrt{r_2^2 - 4r_1 r_3}}{2r_1} \quad (35)$$

W ten sposób wyznaczono dwa parametry modelu: prawdopodobieństwo błędu w stanie „dobrym” G i prawdopodobieństwo błędu w stanie „złym” B . Prawdopodobieństwo przejścia ze stanu „dobrego” G do „złego” B i odwrotnie z zaproponowanych statystyk nie da się wyznaczyć, ale można wyznaczyć ich stosunek. Wówczas, zakładając jedno z nich, określimy drugie. Wskazówką na to, jaka powinna być wielkość tego prawdopodobieństwa, może być wynik omówionej dalej metody numerycznej.

Stosunek prawdopodobieństw przejściowych wyznaczyć można z zależności wyprowadzonej ze statystyk (15) i (16):

$$\frac{p_{12}}{p_{21}} = \frac{p_1(a p_1 e)}{p_2(e a p_2)} \quad (36)$$

Nie jest to jedyna zależność z zaproponowanej grupy statystyk wyjściowych, z której można obliczyć stosunek prawdopodobieństw przejściowych.

Model ten opisuje grupowanie się błędów w paczki, ale nie opisuje grupowania się paczek i ma tendencje do ich „wydłużania”. Niedostatkami tego modelu jest uciążliwy sposób wyznaczania jego parametrów, a co za tym idzie – skomplikowane postacie wzorów na interesujące nas parametry systemów teledacyjnych.

2. Określenie parametrów modelu Elliota – Gilberta metodą numeryczną

W rozdziale 1 zaproponowano „półanalityczną” metodę określenia parametrów modelu Elliota – Gilberta. Jej niedostatkami jest konieczność wykonywania pracochłonnych obliczeń.

Obecnie zostanie zaproponowana metoda numeryczna, realizowana przy pomocy elektronicznej techniki obliczeniowej, wystarczająco dokładna w praktyce inżynierskiej. Metoda ta opiera się na podziale analizowanego fragmentu ciągu błędów na mniejsze odcinki przypisane do określonych stanów (w naszym przypadku dwu) na podstawie kryterium, którym jest wielkość odcinka bezbłędnego. I tak do stanu „złego” B zaliczymy te odcinki ciągu błędów, w których maksymalna liczba bezbłędnymi elementami między dwoma sąsiednimi błędami nie przekracza pewnej liczby d , a do stanu „dobrego” zaliczamy te fragmenty ciągu błędów, w których maksymalna liczba bezbłędnymi elementami między sąsiednimi błędami przekracza umowną liczbę d . Po dokonaniu takiego podziału oblicza się następujące wielkości:

- liczbę przypadków l_1 wystąpienia stanu B ,
- liczbę przypadków l_2 wystąpienia stanu G ,
- łączną długość odcinków ciągu błędów (za cały czas analizy) H_1 w bitach, odnoszącą się do stanu B ,
- łączną długość odcinków ciągu błędów H_2 w bitach, odnoszącą się do stanu G ,
- łączną liczbę błędów B_1 , występującą w stanie B ,
- łączną liczbę błędów B_2 , występującą w stanie G .

Na podstawie tych danych i prostych wzorów można określić parametry modelu Elliota – Gilberta:

$$\begin{aligned} n_1 &= B_1 / H_1 \\ n_2 &= B_2 / H_2 \\ n_{12} &= l_1 / H_1 \\ n_{21} &= l_2 / H_2 \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{matrix} n_{11} & 1 & n_{12} \\ n_{22} & 1 & n_{21} \end{matrix}$$

gdzie:

n_1 – doświadczalne prawdopodobieństwo wystąpienia błędu w stanie „złym” B ,
 n_2 – doświadczalne prawdopodobieństwo wystąpienia błędu w stanie „dobrym” G ,
 n_{12} – doświadczalne prawdopodobieństwo przejścia kanału ze stanu „złego” B do „dobrego” G ,

n_{21} – doświadczalne prawdopodobieństwo przejścia kanału ze stanu „dobrego” G do „złego” B ,

n_{11} – doświadczalne prawdopodobieństwo pozostania kanału w stanie „złym” B ,

n_{22} – doświadczalne prawdopodobieństwo pozostania kanału w stanie „dobrym” G .

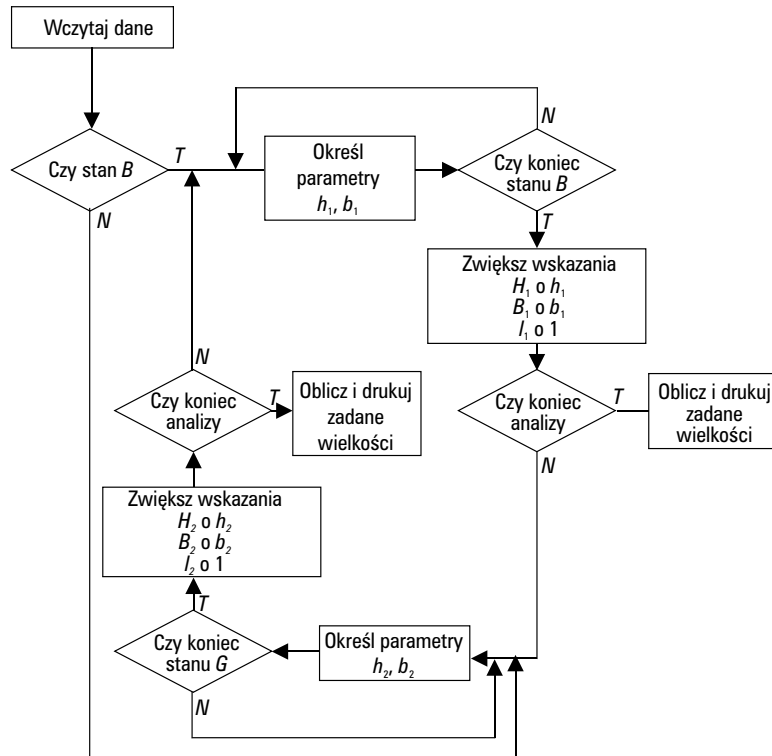
Wielkości n_1, n_2, n_{12} i n_{21} mają sens parametrów modelu Elliota – Gilberta, a mianowicie:

n_1 odpowiada $1-h$

n_2 odpowiada $1-k$

n_{12} odpowiada p_{21}

n_{21} odpowiada p_{12}



Rys. 2. Uproszczony algorytm działania programu wyznaczającego parametry modelu Elliota – Gilberta
 Źródło: [7].

Metodę tę praktycznie realizuje program, którego uproszczony algorytm przedstawiono na rys. 2. Program analizuje dane odcinkami zawierającymi 8192 znaki. W programie tym liczba d jest parametrem i przyjmuje wartości 2, 4, 7, 10, 14, 28, 56, 112, 224, 448 i 896.

W tabelach 1 i 2 przedstawiono wyniki działania programu dla danych eksperymentalnych, z których wynika, że zmiany parametru d w granicach od 10 do 28 (a nawet do 56) nie mają istotnego wpływu na wartości parametrów modelu Elliota – Gilberta. Z drugiej strony zalecenia CCITT mówią, iż błędy zaliczamy do dwu różnych paczek, o ile rozdzielone są co najmniej dziesięcioma elementami bezbłędnymi [13]. Uwzględniając oba wyżej wymienione fakty, proponuje się przyjąć do wyznaczania parametrów modelu Elliota – Gilberta metodą numeryczną kryterium $d = 10$ i $d = 28$.

Tabela 1. Wyniki działania programu dla danych eksperymentalnych (mała ESB)

d	l_1	l_2	h_1	h_2	b_1	b_2	n_1	n_2	n_{11}	n_{22}	n_{12}	n_{21}	ESB
2	50	51	513	56831	341	96	0,66472	0,00169	0,90253	0,99910	0,09747	0,0009	0,0075
4	30	31	672	56672	362	75	0,53869	0,00132	0,95536	0,99945	0,04464	0,00055	
7	19	20	788	56556	370	67	0,46954	0,00118	0,97589	0,99965	0,02411	0,00035	
10	17	18	884	56460	378	59	0,42760	0,00104	0,98077	0,99968	0,01923	0,00032	
14	13	14	973	56371	381	56	0,39157	0,00099	0,98664	0,99975	0,01336	0,00025	
28	9	10	1394	55950	395	42	0,28336	0,00075	0,99354	0,99982	0,00646	0,00018	
56	12	13	1674	55670	404	33	0,24134	0,00059	0,99283	0,99977	0,00717	0,00023	
112	12	13	2076	55268	410	27	0,19750	0,00049	0,99422	0,99976	0,00578	0,00024	
224	11	12	2802	54542	414	23	0,14775	0,00042	0,99607	0,99978	0,00393	0,00022	
448	11	12	4689	52655	420	17	0,08957	0,00032	0,99765	0,99977	0,00235	0,00023	
896	10	10	9812	47532	427	10	0,04352	0,00021	0,99898	0,99979	0,00102	0,00021	

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela 2. Wyniki działania programu dla danych eksperymentalnych (duża ESB)

d	l_1	l_2	h_1	h_2	b_1	b_2	n_1	n_2	n_{11}	n_{22}	n_{12}	n_{21}	ESB
2	1148	1149	10824	46520	6663	642	0,61558	0,0138	0,89394	0,9753	0,10606	0,02370	0,127
4	364	364	15037	42307	7027	278	0,46731	0,00657	0,97579	0,99140	0,02421	0,00860	
7	180	180	16827	40517	7128	177	0,4236	0,00437	0,98930	0,99556	0,01070	0,00444	
10	160	160	17652	39692	7193	112	0,40749	0,00282	0,99094	0,99597	0,00906	0,00403	
14	137	137	18205	39139	7214	91	0,39626	0,00233	0,99247	0,99650	0,00753	0,00350	
28	113	113	19738	37606	7259	46	0,36777	0,00122	0,99428	0,99700	0,00572	0,00300	
56	90	89	21834	35510	7288	17	0,33379	0,00048	0,99588	0,99749	0,00412	0,00251	
112	58	57	25122	32222	7296	9	0,29042	0,00028	0,99769	0,99823	0,00231	0,00177	
224	44	43	28641	28703	7304	1	0,25502	0,00003	0,99846	0,99850	0,00154	0,00150	
448	23	22	35453	21891	7305		0,20605		0,99935	0,99900	0,00065	0,00100	
896	9	8	43530	13814	7305		0,16782		0,99979	0,99942	0,00021	0,00058	

Źródło: Opracowanie własne.

Wartości parametrów modelu Elliota – Gilberta dla cytowanych już danych przedstawiono w tabelach 3 i 4.

Tabela 3. Wartości parametrów modelu Elliota – Gilberta określone metodą numeryczną (duża ESB)

nr frag. danych	d	1 – k	1 – h	P ₁₁	P ₂₂	P ₂₁	P ₁₂	ESB
1	10	0,00282	0,40749	0,99597	0,99094	0,00906	0,00403	0,127
	28	0,00122	0,36777	0,99700	0,99428	0,00572	0,00300	
2	10	0,00300	0,49172	0,99439	0,99255	0,00745	0,00561	0,168
	28	0,00073	0,45240	0,99585	0,99530	0,00470	0,00415	
3	10	0,00220	0,48150	0,99533	0,98879	0,01121	0,00467	0,107
	28	0,00078	0,43668	0,99630	0,99231	0,00769	0,00370	
4	10	0,00144	0,44274	0,99714	0,98684	0,01316	0,00286	0,066
	28	0,00061	0,40152	0,99770	0,99073	0,00927	0,00230	
5	10	0,00147	0,46897	0,99677	0,98997	0,00864	0,00288	0,087
	28	0,00062	0,42505	0,99775	0,99393	0,00607	0,00225	
6	10	0,00178	0,48900	0,99623	0,98900	0,01100	0,00377	0,097
	28	0,00085	0,44984	0,99707	0,99244	0,00756	0,00293	

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela 4. Wartości parametrów modelu Elliota – Gilberta określone metodą numeryczną (mała ESB)

nr frag. danych	d	1 – k	1 – h	P ₁₁	P ₂₂	P ₂₁	P ₁₂	ESB
1	10	0,00104	0,4276	0,99968	0,58077	0,01923	0,00032	0,0075
	28	0,00075	0,28336	0,99982	0,99354	0,00646	0,00018	
2	10	0,00086	0,34983	0,99967	0,94059	0,05941	0,00033	0,0027
	28	0,00065	0,20205	0,99974	0,97603	0,02397	0,00026	
3	10	0,00120	0,39195	0,99956	0,96423	0,03577	0,00044	0,0057
	28	0,00085	0,28020	0,99950	0,87228	0,02772	0,00050	

Źródło: Opracowanie własne.

Wartości statystyk umożliwiających obliczenia parametrów modelu Elliota – Gilberta metodą „półanalityczną” zawarto w tabelach 5 i 6.

Tabela 5. Wartości statystyk metodą „półanalityczną” (duża ESB)

nr frag. danych	a = P(1)	e = P(11)	d = P(111)	f = P(0)	t = P(00)	g = P(000)
1	0,12948172	0,04956228	0,02228733	0,87051828	0,79059344	0,74226571
2	0,16877093	0,05889226	0,02471138	0,83122907	0,73136094	0,65506958
3	0,10726493	0,03339611	0,01430016	0,89273507	0,81886193	0,77029054
4	0,06644113	0,01881692	0,00765582	0,93355888	0,88593203	0,85450455
5	0,08726283	0,02439747	0,00957413	0,91273716	0,84986833	0,80774999
6	0,09755162	0,03283806	0,013567722	0,90244838	0,83773085	0,79653657

Źródło: Opracowanie własne.

Przyjmując na przykład wartość parametru p_{21} z tabel 3 i 4, a pozostałe parametry modelu obliczając wg metody zaproponowanej w rozdziale 2, otrzymuje się wyniki, przedstawione w tabelach 7 i 8.

Tabela 6. Wartości statystyk metodą „półanalityczną” (mała ESB)

nr frag. danych	a = P(1)	e = P(11)	d = P(111)	f = P(0)	t = P(00)	g = P(000)
1	0,00755092	0,00270303	0,00130794	0,99244908	0,98760092	0,98439189
2	0,00270293	0,00052316	0,00019183	0,99729701	0,99511711	0,99323358
3	0,00573730	0,00176133	0,00081964	0,99426270	0,99028652	0,98716474

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela 7. Parametry modelu Elliota – Gilberta określone metodą „półanalityczną” (duża ESB)

nr frag. danych	d	1 – k	1 – h	P ₁₁	P ₂₂	P ₂₁	P ₁₂	ESB
1	10	0,01451298	0,45232015	0,98460698	0,99034	0,00906	0,01539302	0,127
	28	0,01451298	0,45232015	0,99902817	0,99428	0,00572	0,00097183	
2	10	0,01158311	0,42202307	0,99905608	0,99255	0,00745	0,00094392	0,169
	28	0,01158311	0,42202307	0,99940451	0,99530	0,00470	0,00059549	
3	10	0,02209493	0,43712473	0,99869701	0,98879	0,01121	0,00130299	0,107
	28	0,02209493	0,43712473	0,99910615	0,99231	0,00769	0,00089385	
4	10	0,01009202	0,41142714	0,99931237	0,98684	0,01316	0,00068763	0,066
	28	0,01009202	0,41142714	0,99951563	0,99073	0,00927	0,00048437	
5	10	0,00469381	0,39434977	0,99975367	0,98987	0,00864	0,00024633	0,087
	28	0,00469381	0,39434977	0,99982684	0,99393	0,00607	0,00017306	
6	10	0,01089294	0,41573047	0,99881324	0,98900	0,01100	0,00118676	0,098
	28	0,01089294	0,41573047	0,99918437	0,99244	0,00756	0,00081563	

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela 8. Parametry modelu Elliota – Gilberta określone metodą „półanalityczną” (mała ESB)

nr frag. danych	d	1 – k	1 – h	P ₁₁	P ₂₂	P ₂₁	P ₁₂	ESB
1	10	0,00118159	0,48429616	0,99986748	0,98077	0,01923	0,00013252	0,0075
	28	0,00118159	0,48429616	0,99995548	0,99354	0,00646	0,00004452	
2	10	0,00003005	0,36670247	0,99999466	0,94059	0,05941	0,00000544	0,0027
	28	0,00003005	0,36670247	0,99999780	0,97603	0,02397	0,00000220	
3	10	0,00014454	0,46542748	0,99997849	0,96423	0,03577	0,00002151	0,0057
	28	0,00014454	0,46542748	0,99998333	0,97228	0,02772	0,00001667	

Źródło: Opracowanie własne.

Jak wynika z tabel 7 i 8, parametry modelu Elliota – Gilberta, określone metodą „półanalityczną”, różnią się nieco od parametrów tego modelu, określonych metodą numeryczną – tabele 3 i 4. Ponieważ jednak konkretnej realizacji ciągu błędów może odpowiadać kilka (w sensie wartości parametrów) modeli, to bez sprawdzenia adekwatności modeli do rzeczywistego ciągu błędów nie można odpowiedzieć, który z modeli lepiej aproksymuje rzeczywisty ciąg błędów.

Celem sprawdzenia tej adekwatności opracowano program generujący przypadkowy binarny ciąg błędów, odpowiadający zadanemu modelowi Gilberta lub Elliota – Gilberta. Następnie porównuje się statystyki: prawdopodobieństwo wystąpienia pojedynczego błędu i prawdopodobieństwo wystąpienia m błędów w bloku o długości n dla ciągów błędów, zdjęte z rzeczywistego kanału i generowanego maszynowo. Na podstawie zbieżności wyżej wymienionych statystyk podejmuje się decyzję o adekwatności modelu.

Podsumowanie

Obecnie w literaturze znaleźć można wiele innych modeli markowskich. Można tu wymienić modele Cohena – Berkovitsa [14] (trójstanowy – dziewięć parametrów) i Fritchmana [15] N – stanowy o R – stanach „dobrych” i N minus R ($N-R$) stanach „złych”, przy czym nie stawia się ograniczeń na liczbę stanów. Wyznaczenie parametrów tych modeli jest bardzo trudne, a otrzymane zależności tak skomplikowane, że praktycznie uniemożliwiają korzystanie z nich. Z tego względu stosowanie w praktyce inżynierskiej modeli więcej niż dwustanowych wydaje się być niecelowym.

Obserwowany w ostatnich latach gwałtowny rozwój technologii mobilnych, bazujący oczywiście na radiowych transmisjach cyfrowych, powoduje, że wiele ośrodków akademickich zajmuje się poszukiwaniem coraz doskonalszych, przyjaznych dla projektantów systemów łączności bezprzewodowej, modeli kanałów radiowych [19], [20].

Literatura

- [1] Seidler J.: Systemy przesyłania informacji cyfrowych. WNT, Warszawa 1972.
- [2] Jackowski S.: Wybór zabezpieczenia kodowego teledycji krótkofalowej. WAT, Warszawa 1971.
- [3] Jackowski S., Rykaczewski R.: Modele binarnych kanałów transmisji danych. Biul. WAT nr 2, Warszawa 1976.
- [4] Alexander A., Gryb R., Nast D.: Compabilities of the telephone network for data transmission. BSTJ 1960, nr 39.
- [5] Пугров Л.П., Замрий А., Захаров А.: Основные закономерности распределения ошибок в дискретных каналах связи. Електросвязь, 1967, Номер 2.
- [6] Пугров Л.П.: Элементы теории передачи дискретной информации. СВЯЗЬ, Москва 1972.
- [7] Lubański A.: Szybkość radiowej transmisji danych cyfrowych w systemie duplexowym. WAT, Warszawa 1978.
- [8] Nowicki T., Bereziński M.: O modelach zakłóceń impulsowych występujących w łączach przystosowanych do transmisji informacji cyfrowej. *Archiwum Automatyki i Telemekhaniki* 1969, nr 3.
- [9] Gilbert E.: Copacity of burst-noise channel. BSTJ 1960, nr 39.

- [10] Elliot E.: Estimates of error rates for codes on burst-noise channel. *BSTJ* 1963, nr 42.
- [11] Cain J., Simpson R.: The distribution of burst lenglets on a Gilbert channel. *IEEE Trans. on Information Theory* IT-15 1969.
- [12] Bereziński M.: Teoria błędów w transmisji danych, prace IA PAN, zeszyt 93, Warszawa 1971.
- [13] Хетагуров А., Руднев Р.: Повышение надежности цифровых устройств методами избыточно кодирования. Энергия, Москва 1974.
- [14] Cohen E., Berkovits S.: A Markov Chain Model for Troposphere Scatter Links. *International Journal of Electronics* 26, 1969, nr 5.
- [15] Fritchman B.: A Binary Channels Characterization Using Partitioned Markov Chain. *IEEE Trans. of Information Theory* IT-13, 1967, nr 2.
- [16] Самойленко С.И.: Статистика ошибок при передаче цифровой информации. Мир, Москва 1966.
- [17] Сифоров В.И., Просин А.В.: Передача информации по радиоканалам, содержащим статистически неоднородные среды, Наука, Москва 1976.
- [18] Michalak J.: Ocena wpływu błędów powstających w kanale radiowym na przekazy multimedialne. *KKRRiT*, Kraków 2005.
- [19] Łopatka J., Klotz M.: Modelowanie transmisji szerokopasmowej sygnałów radiowych z wykorzystaniem wąskopasmowych kanałów propagacji. *Przegląd Elektrotechniczny* 2012, nr 12b.
- [20] Hausman S.: Modelowanie propagacji fal radiowych do projektowania naziemnych systemów łączności bezprzewodowej, *Zeszyty Naukowe PŁ* 2007, nr 1009.

Andrzej LUBAŃSKI
Jacek CHRZEŃSTEK

Identification of Binary Radio Channels

A method for determining parameters of a discrete short-wave channel model based on the Markov chains theory has been presented in the article. The basic problem present at designing data (tele-data) transmission systems is the one related to the selection of the redundant code for protecting transmitted digital information against interferences, and – in the consequence, against errors in the information transmitted present in a communication channel. Because of this, determination of the error spectrum for a given channel is the problem of the essential importance. However, taking such measurements in each case would be completely irrational. Therefore, by many years, there has been the tendency to develop simple mathematical models of real tele-data channels. Such models should characterize not very large number of parameters. They should include a wide class of channels and possible reproduce the errors

SUMMARY

spectrum of the channel in the most precisely way. Therefore, within the work, a method of determining parameters of the bi-state Elliot-Gilbert model has been presented basing on the following, easy-to-define errors statistics: the probability of a single, dual and triple error occurrence as well as the probability of the error-free element, two error-free and three error-free occurrence.

Keywords: data transmission, radio channel models, radio transmission errors, redundancy code.