



## Wpływ dyskretności sterowania na proces naprowadzania rakiety przeciwlotniczego zestawu raketowego krótkiego zasięgu

Józef GACEK<sup>1</sup>, Krzysztof MOTYL<sup>1\*</sup>, Konrad SIENICKI<sup>1</sup>,  
Bronisław WAJSZCZYK<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki i Lotnictwa,  
ul. Gen. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

<sup>2</sup>Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Elektroniki  
ul. Gen. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

\*autor korespondencyjny, e-mail: krzysztof.motyl@wat.edu.pl

Artykuł wpłynął do redakcji 10.04.2017 r.

Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano 22.06.2017 r.

DOI 10.5604/01.3001.0010.1573

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono proces modelowania matematycznego funkcjonowania przeciwlotniczego systemu raketowego krótkiego zasięgu. Środowisko symulacyjne radaru zawiera symulator obiektów powietrznych (SOP) i symulator stacji radiolokacyjnej (SR) oraz symulator pocisku raketowego (SPR). Modele symulacyjne opracowane w programie MATLAB obejmują możliwości startów rakiety z wyrzutni pod różnymi kątami, ze startem pionowym włącznie. Analizy komputerowe zostały przedstawione w postaci licznych wykresów i tabel.

**Słowa kluczowe:** mechanika, rakietowa przeciwlotnicza, symulacja komputerowa

## 1. WSTĘP

Przeciwlotniczym systemem raketowym nazywamy zespół wszystkich urządzeń potrzebnych do wykrycia i wyboru celu, dokonania startu pocisku raketowego i naprowadzania go na cel, sam pocisk raketowy oraz wszelkie urządzenia służące do przechowywania, montażu, sprawdzenia i przygotowania do startu [1].

Pierwszym elementem przeciwlotniczego systemu raketowego są urządzenia do wykrywania celów powietrznych, które można podzielić na aktywne i pasywne. Do aktywnych systemów wykrywania i śledzenia celów zaliczamy urządzenia radiolokacyjne, natomiast do pasywnych – optoelektroniczne głowice obserwacyjno-ślędzące. Na wykrycie celów powietrznych składają się: obserwacja przestrzeni walki, wykrycie i identyfikacja wykrytych obiektów, analiza sytuacji bojowej, wybór celów i sprawdzenie ograniczeń walki. Kolejny podsystem omawianego systemu to urządzenia kierowania ogniem realizujące następujące zadania: naprowadzanie urządzeń celowniczych na wybrane cele, śledzenie celu, wybór pocisku raketowego i sposobu prowadzenia ognia oraz sformułowanie sygnałów wykonawczych. Wyrzutnie stanowią podsystem urządzeń przeznaczonych do utrzymania pocisku raketowego w żądanym położeniu oraz do nadania mu odpowiedniego kierunku w czasie startu. Ponadto aparatura i urządzenia rozmieszczone w wyrzutni umożliwiają przeprowadzenie obsługi przedstartowej, sprawdzeń przedstartowych i startu rakiety. Do podsystemu pocisku można zaliczyć następujące elementy: konstrukcję kadłuba, układ aerodynamiczny, układ sterowania pociskiem, zespół napędowy i zespół bojowy.

Do czynników charakteryzujących efektywność przeciwlotniczego systemu raketowego zaliczamy: prędkość pocisku i celu, dokładność naprowadzania, efektywność działania, zasięg (donośność) wysokość lotu, możliwości manewrowe, metodę naprowadzania. Z uwagi na powagę problemu trafienia rakiety w cel, wszystkie elementy systemu muszą działać niezawodnie, niezależnie od oddziaływania warunków otoczenia.

## 2. MODEL SYMULACYJNY RADARU PLOT ZESTAWU KRÓTKIEGO ZASIĘGU

Środowisko symulacyjne radaru zostało wykonane w oparciu o dwie aplikacje:

- symulator obiektów powietrznych (SOP),
- symulator radaru (SR).

Przyjęto, że model przestrzeni obserwacji znajduje się w trójwspółrzędnym układzie kartezjańskim. Ze względu na stosunkowo „niewielki” zasięg rakiet (badania wykonano dla odległości celu od radaru nie większej niż 30 km) zrezygnowano z uwzględnienia krzywizny Ziemi.

Dane do badań zostały przygotowane przy następujących założeniach:

- w przestrzeni obserwacji znajduje się jeden zidentyfikowany obiekt powietrzny,
- poszczególne punkty położenia obiektu powietrznego generowane są ze stałym okresem,
- w czasie symulacji nie występowały zaniki w wykrywaniu obiektu powietrznego,
- brak występowania błędów systematycznych.

Zadaniem SOP było wygenerowanie trasy obiektu powietrznego o określonej trajektorii. W procesie symulacji założono, że obiekt latający traktowany jest jako punkt materialny. Oznacza to, że pomijany jest jego rozmiar, orientacja w przestrzeni oraz kształt. Trasę obiektu powietrznego generowano przy następujących założeniach:

- na trajektorię nie oddziałują żadne zakłócenia, dzięki czemu można ją traktować jako trasę idealną,
- na trasę oddziałują warunki rzeczywiste, na przykład zakłócenia atmosfery czy zaburzenia podczas wykonywania manewru.

Biorąc powyższe pod uwagę, opracowany na potrzeby symulacji generator obiektów powietrznych wykorzystuje trzy modele ruchu: kinematyczny model ruchu, model Singera oraz model Moose’a.

Model informacyjny radaru (SR) został wykonany przy następujących założeniach:

- antena radaru obraca się ze stałą prędkością,
- przyjęto stałą wartość zasięgu radaru niezależnie od parametrów wykrywanego obiektu, np. skutecznej powierzchni odbicia, trybów pracy radaru itp.,
- symulacja bloku przetwarzania sygnałów została zrealizowana po procesie fuzji wykryć elementarnych,
- zrezygnowano z symulacji algorytmów zawiązywania tras na podstawie plotów. Proces zawiązywania trasy został wykonany w oparciu o znany identyfikator obiektu powietrznego przesyłanego z symulatora SOP,
- w symulatorze radaru do śledzenia obiektu powietrznego wykorzystano filtrację Kalmana,
- w czasie symulacji w algorytmach śledzenia nie występowało zjawisko „zrywania śledzenia” trasy obiektu powietrznego,
- dane pomiarowe radaru dotyczące: pomiaru odległości, kąta azymutu i kąta elewacji.

W czasie trwania symulacji dane o obiektach powietrznych w symulatorze SOP są zapisywane do odpowiednich plików w celu ich wielokrotnego wykorzystania. Wyniki symulacji radaru są zapisywane do plików tekstowych o określonej strukturze zawartej w tabeli 1.

Tabela 1. Struktura pliku z wynikami symulacji radaru

Table 1. File structure with results of radar simulation

Lp.	Nazwa kolumny	Źródło danych	Jednostki
1	Prędkość celu w radarze	SR	[m/s]
2	Kurs obiektu w płaszczyźnie pionowej	SR	[rad]
3	Kurs obiektu w płaszczyźnie poziomej	SR	[rad]
4	Pozycja obiektu we współrzędnej X	SR	[m]
5	Pozycja obiektu we współrzędnej Y	SR	[m]
6	Wysokość położenia obiektu	SR	[m]
7	Odległość od radaru do obiektu	SR	[m]
8	Kąt elewacji (z radaru)	SR	[rad]
9	Kąt azymutu (z radaru)	SR	[rad]
10	Prędkość celu w SOP	SOP	[m/s]
11	Kurs obiektu w płaszczyźnie pionowej	SOP	[rad]
12	Kurs obiektu w płaszczyźnie poziomej	SOP	[rad]
13	Pozycja obiektu we współrzędnej X	SOP	[m]
14	Pozycja obiektu we współrzędnej Y	SOP	[m]
15	Wysokość położenia obiektu	SOP	[m]
16	Odległość od radaru do obiektu	SOP	[m]
17	Kąt elewacji (z SOP)	SOP	[rad]
18	Kąt azymutu (z SOP)	SOP	[rad]

W badaniach symulacyjnych zostały wykorzystane parametry celu powietrznego wygenerowane przez radar, dokonujący rejestracji z błędami pomiarowymi. Zakres wprowadzanych błędów pomiarowych:

- czas odnowy informacji – 0,5-2 s;
- błąd pomiaru kąta azymutu – 0,5-2 stopni;
- błąd pomiaru kąta elewacji – 0,5-1,5 stopnia;
- błąd pomiaru odległości – 20-40 m.

Tego typu dane zostały wykorzystane podczas naprowadzania rakiety na cel w początkowym etapie za pomocą inercyjnej nawigacji.

### 3. MODEL SYMULACYJNY POCISKU RAKIETOWEGO PRZECIWLOTNICZEGO ZESTAWU KRÓTKIEGO ZASIĘGU

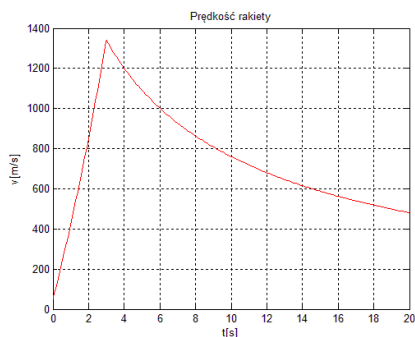
Obiektem badań symulacyjnych jest rakiet przeciwlotnicza krótkiego zasięgu zbliżona konstrukcyjnie i funkcjonalnie do rakiety AIM-120 AMRAAM. Dodatkowe dane taktyczno-techniczne, charakterystyki geometryczne i masowe rozpatrywanej rakiety zamieszczono w tabeli 2.

Tabela 2. Charakterystyki taktyczno-techniczne rakiety krótkiego zasięgu

Table 2. Tactical and technical characteristics of a short-range missile

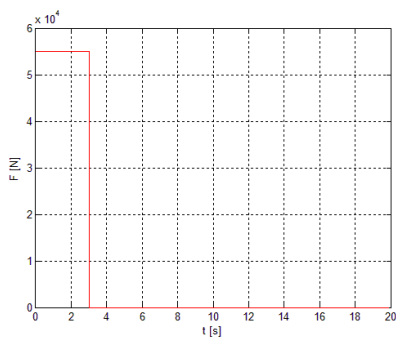
Rakiet	AIM-120 AMRAAM
Rodzaj napędu	paliwo stałe
Masa startowa	157 kg
Masa paliwa raketowego	75 kg
Długość rakiety	3,55 m
Średnica kadłuba	0,178
Rozpiętość skrzydeł	0,444 m
Prędkość maks.	4 Ma
Pułap maks.	brak danych
Zasięg min.	1 km
Zasięg maks.	25 km

Wystrzeliwanie rakiety AIM-120 AMRAAM powietrze-powietrze z wyrzutni lądowej zamiast z samolotu myśliwskiego zdecydowanie zmniejsza zasięg oraz prędkość maksymalną (znika składowa prędkości nosiciela). Masa paliwa pocisku raketowego dla fazy startowej wynosi 75 kg, natomiast impuls całkowity – 165 kNs. Zakładając czas pracy startowej fazy silnika równy 3 sekundy, uzyskujemy średni ciąg około 55 kN. Prędkość maksymalna osiągnie wartość 1350 m/s (około 4 Ma), co jest zgodne z danymi literaturowymi (rys. 1).



Rys. 1. Zmiana prędkości lotu pocisku raketowego

Fig. 1. Velocity change of a rocket missile flight



Rys. 2. Zmiana ciągu silnika raketowego

Fig. 2. Thrust change of the rocket missile flight

Na rysunku 2 przedstawiono zmianę ciągu silnika raketowego w czasie, natomiast na rys. 3 zmianę masy rakiety w czasie lotu. Zamieszczone powyżej dane zostały wykorzystane w symulacji komputerowej naprowadzania rakiety na cel manewrujący.

#### 4. MODEL MATEMATYCZNY SAMONAPROWADZANIA RAKIETY PRZECIWLOTNICZEJ KRÓTKIEGO ZASIĘGU NA MANEWRUJĄCY CEL POWIETRZNY

Przy wyborze metody naprowadzania przede wszystkim należy mieć na uwadze, aby kierowany pocisk raketowy został doprowadzony do punktu spotkania z celem z błędem nie większym od promienia rażenia głowicy bojowej. Przy określaniu ograniczeń metody należy wziąć pod uwagę wiele czynników, takich jak: możliwości manewrowe celu, możliwości manewrowe pocisku raketowego, możliwości pomiaru parametrów ruchu celu, możliwości pomiaru parametrów ruchu pocisku, wpływ zakłóceń na proces kierowania lotem rakiety, właściwości dynamiczne obwodu naprowadzania, promień rażenia głowicy bojowej rakiety.

Uwzględnienie powyższych czynników powoduje, że wybór metody naprowadzania staje się zadaniem szczególnie złożonym. W celu uproszczenia powyższego problemu wprowadza się pewną idealizację rzeczywistości.

W założonej idealizacji obwód naprowadzania traktuje się w kategoriach kinematycznych, w których nie uwzględnia się zjawisk dynamicznych, zachodzących w procesie kierowania pociskiem raketowym. Przy takim podejściu pocisk traktowany jest jako punkt przemieszczający się w przestrzeni. Zakłada się przy tym, że prędkość rakiety jest znaną funkcją czasu.

Pomija się również właściwości dynamiczne i błędy układu naprowadzania – układ naprowadzania traktowany jest jako układ bezinercyjny, w którym nie występują błędy stanu ustalonego. Wyznaczone trajektorie naprowadzania pocisku raketowego na cel (po uwzględnieniu powyższych założeń) nazywa się torami kinematycznymi. Przedstawione równania różniczkowe i algebraiczne (1–16) zapisane według normy GOST 200058-80 stanowią model matematyczny lotu rakiety przeciwlotniczej krótkiego zasięgu zgodnie z wybraną metodą naprowadzania na manewrujący cel powietrzny.

Model matematyczny ruchu rakiety kierowanej zawiera następujące równania różniczkowe i algebraiczne:

a) dynamiczne równanie ruchu postępowego środka masy pocisku raketowego

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m} \cdot (F(t) - P_x - m \cdot g \cdot \sin \Theta) \quad (1)$$

b) równania kinematyczne ruchu środka masy pocisku raketowego

$$\frac{dx_p}{dt} = V \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos(\Psi) \quad (2)$$

$$\frac{dy_p}{dt} = V \cdot \sin(\Theta) \quad (3)$$

$$\frac{dz_p}{dt} = -V \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin(\Psi) \quad (4)$$

c) równania określające położenie celu

$$\frac{dx_c}{dt} = V_c \cdot \cos(\Theta_c) \cdot \cos(\Psi_c) \quad (5)$$

$$\frac{dy_c}{dt} = V_c \cdot \sin(\Theta_c) \quad (6)$$

$$\frac{dz_c}{dt} = -V_c \cdot \cos(\Theta_c) \cdot \sin(\Psi_c) \quad (7)$$

d) kinematyczne równania ruchu względnego pocisku raketowego i celu:

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} = & V_c \cdot \cos(\Theta_c) \cdot \cos(\Psi_c - \chi) \cdot \cos(\varphi) + V_c \cdot \sin(\Theta_c) \cdot \sin(\varphi) - V \\ & \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos(\Psi - \chi) \cdot \cos(\varphi) - V \cdot \sin(\Theta) \cdot \sin(\varphi) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} = & \frac{1}{r} \cdot (-V_c \cdot \cos(\Theta_c) \cdot \cos(\Psi_c - \chi) \cdot \sin(\varphi) + V_c \cdot \sin(\Theta_c) \cdot \cos(\varphi) \\ & + V \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos(\Psi - \chi) \cdot \sin(\varphi) - V \cdot \sin(\Theta) \\ & \cdot \cos(\varphi)) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{1}{r \cdot \cos(\varphi)} \cdot (V_c \cdot \cos(\Theta_c) \cdot \sin(\Psi_c - \chi) \cdot \sin(\varphi) - V \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin(\Psi - \chi)) \quad (10)$$

e) prawo sterowania dla metody proporcjonalnej nawigacji

$$\frac{d\Theta}{dt} = a \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad (11)$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = a \cdot \frac{d\chi}{dt} \quad (12)$$

f) przeciążenia działające na pocisk raketowy w czasie lotu

$$n_x = \frac{1}{g} \cdot \frac{dV}{dt} + \sin(\Theta) \quad (13)$$

$$n_y = \frac{V}{g} \cdot \frac{d\Theta}{dt} + \cos(\Theta) \quad (14)$$

$$n_z = -\frac{V}{g} \cdot \frac{d\Psi}{dt} \cdot \cos(\Theta) \quad (15)$$

$$n_w = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} \quad (16)$$

Równania te zostały zaimplementowane w pakiecie Matlab-Simulink. Opracowany program komputerowy pozwala na przeprowadzenie zaawansowanych obliczeń dla trzech dwupunktowych metod naprowadzania: proporcjonalnej nawigacji, pogoni i równoległego zbliżania.

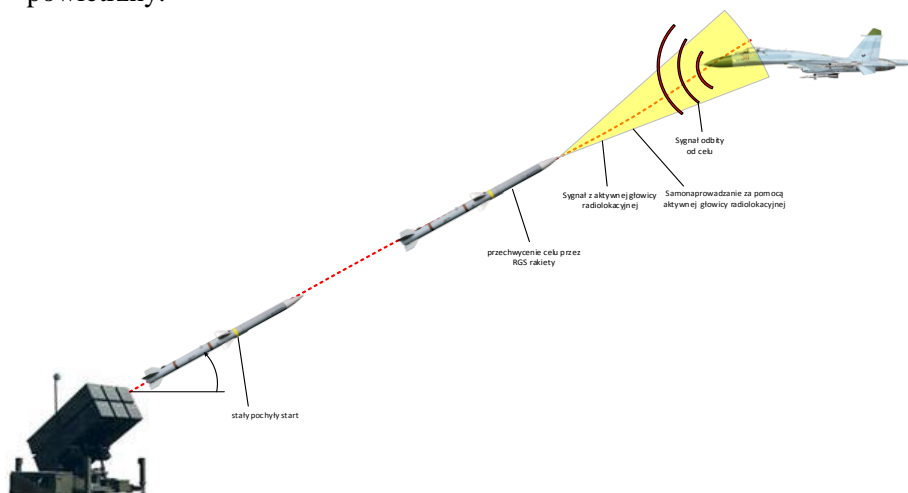
## 5. ROZPATRYWANE WARIANTY NAPROWADZANIA RAKIETY PRZECIWLOTNICZEJ NA CEL POWIETRZNY

Opracowany w pakiecie Matlab-Simulink program komputerowy pozwala na analizę następujących wariantów naprowadzania rakiety przeciwlotniczej na cel powietrzny:

- a) Wariant 1 – rakieta przeciwlotnicza startuje pod stałym kątem pochylenia wyrzutni, strzelanie prowadzimy do celu powietrznego nisko lecącego znajdującego się w odległości umożliwiającej przechwycenie go przez aktywną głowicę radiolokacyjną rakiety, rakieta realizuje proces samonaprowadzania na cel powietrzny,



- b) Wariant 2 – lot rakiety przeciwlotniczej składa się z dwóch faz: w pierwszej rakietę startuje pionowo na zaprogramowaną wysokość, druga faza lotu zaczyna się w chwili pochylenia rakiety w kierunku celu, strzelanie prowadzimy do celu powietrznego nisko lecącego znajdującego się w odległości umożliwiającej przechwycenie go przez aktywną głowicę radiolokacyjną rakiety, rakietę realizuje proces samonaprowadzania na cel powietrzny.



Rys. 3. Samonaprowadzanie pocisku raketowego z wykorzystaniem aktywnej głowicy radiolokacyjnej przy pochyłym kącie startu

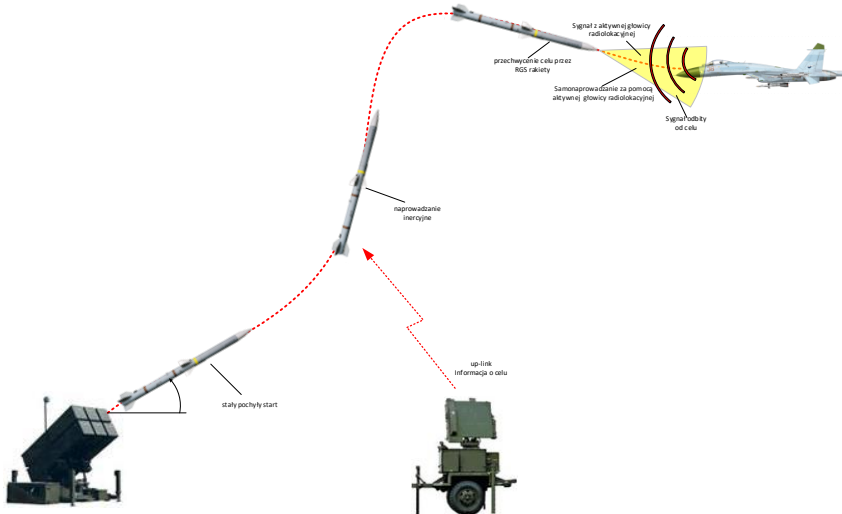
Fig. 3. Self-guidance of a rocket missile with the use of an active radar head at slope start angle

- c) Wariant 3 – lot rakiety przeciwlotniczej składa się z dwóch faz: w pierwszej rakietę startuje pod stałym kątem pochylenia wyrzutni i naprowadzana jest metodą inercyjnej nawigacji poprzez przesyłanie współrzędnych celu na pokład rakiety, gdzie porównywane są współrzędne rakiety ze współrzędnymi celu, na tej podstawie wyliczany jest sygnał korygujący tor rakiety poprzez wychylenie organów sterowania.

Druga faza lotu rakiety przeciwlotniczej rozpoczyna się w odległości od celu gwarantującej przechwycenie celu przez aktywną głowicę samonaprowadzania i zapewnia proces samonaprowadzania.

- d) Wariant 4 – lot rakiety przeciwlotniczej składa się z trzech faz: w pierwszej rakietę startuje pionowo na zaprogramowaną wysokość, druga faza lotu zaczyna się w chwili pochylenia rakiety w kierunku celu i naprowadzana jest metodą inercyjnej nawigacji poprzez przesyłanie współrzędnych celu na pokład rakiety, gdzie porównywane są współrzędne rakiety ze współrzędnymi celu, na tej podstawie wyliczany jest sygnał korygujący tor rakiety poprzez wychylenie organów sterowania.

Trzecia faza lotu rakiety przeciwlotniczej rozpoczyna się w odległości od celu gwarantującej przechwycenie celu przez aktywną głowicę samonaprowadzania i zapewnia proces samonaprowadzania.



Rys. 4. Naprowadzanie pocisku raketowego z wykorzystaniem inercjalnej nawigacji i aktywnego samonaprowadzania przy pochyłym kącie startu

Fig. 4. The guidance of the rocket missile with the use of inertial navigation and active self-guidance at sloping start angle

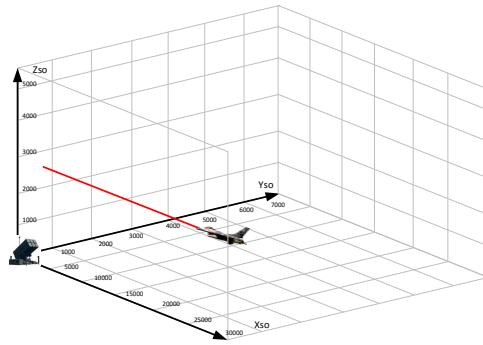
W niniejszej pracy analizie numerycznej poddano dwa warianty naprowadzania rakiety przeciwlotniczej na cel powietrzny – wariant pierwszy (rys. 3) i wariant trzeci (rys. 4) – zbliżone do funkcjonowania systemu przeciwlotniczego NASAMS.

## 6. ROZPATRYWANE WARIANTY ATAKU CELU POWIETRZNEGO

Opracowany w pakiecie Matlab-Simulink program komputerowy pozwala na symulację typowych wariantów ataku celu powietrznego. W niniejszej pracy analizie poddano trzy warianty:

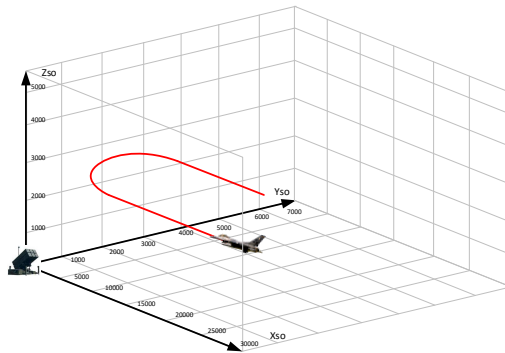
- a) Wariant A – wykrycie celu przez radar nastąpiło w odległości 30 000 m, tor prostoliniowy celu powietrznego ze stałą prędkością  $V_c = 300$  m/s, lecący na stałej wysokości  $h = 3000$  m. Cel zbliża się do stanowiska ogniowego na zerowym parametrze, atak pocisku raketowego następuje z odległości 29 000 m z przedniej półsfery (rys. 5).

- b) Wariant B – wykrycie celu przez radar nastąpiło w odległości 25 000 m, na początku tor prostoliniowy celu powietrznego ze stałą (300 m/s) prędkością  $V_c$ , lecący na stałej wysokości  $h = 3000$  m. Cel zbliża się do stanowiska ogniowego na zerowym parametrze i w odległości 23 000 m od stanowiska ogniowego wykonuje manewr poziomy ze stałym przeciążeniem, atak pocisku raketowego następuje w odległości 23 000 m z przedniej półsfery (rys. 6).
- c) Wariant C – tor prostoliniowy celu powietrznego ze stałą (300 m/s) prędkością  $V_c$ , lecący na stałej wysokości  $h = 3000$  m. Cel zbliża się do stanowiska ogniowego na zerowym parametrze i w odległości 15 000 m następuje start pocisku raketowego, atak pocisku raketowego następuje z przedniej półsfery (rys. 7).



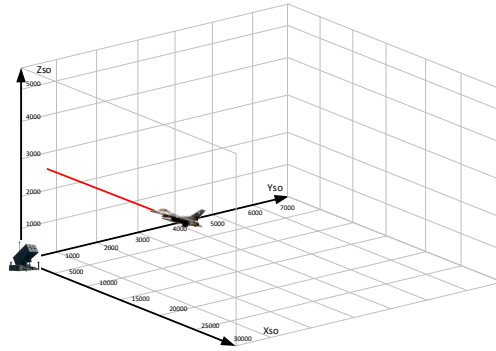
Rys. 5. Lot prostoliniowy celu powietrznego (wariant A)

Fig. 5. Rectilinear trajectory of the air target (variant A)



Rys. 6. Manewr poziomy samolotu ze stałym przeciążeniem (wariant B)

Fig. 6. Horizontal plane maneuver with constant overload (variant B)



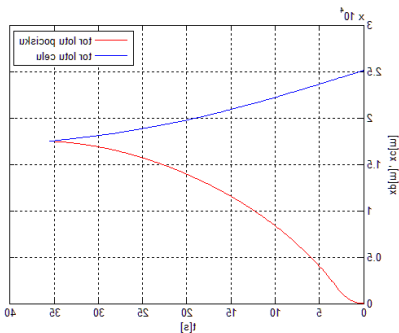
Rys. 7. Lot prostoliniowy celu powietrznego (wariant C)

Fig. 7. Rectilinear trajectory of the air target (variant C)

## 7. PRZYKŁADOWE WYNIKI SYMULACJI KOMPUTEROWEJ

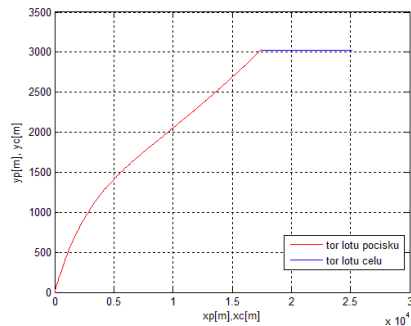
W badaniach symulacyjnych zostały wykorzystane dwa typy danych parametrów celu powietrznego. Pierwszy typ stanowią dane „idealne”, pozyskane z radaru głowicy samonaprowadzania, który dokonuje określenia parametrów bez błędów pomiarowych. Dane parametrów tego typu celu wykorzystano w procesie samonaprowadzania pocisku raketowego na cel za pomocą radiolokacyjnej głowicy samonaprowadzania (rys. 3).

Przykładowe wyniki symulacji komputerowej dla tego wariantu naprowadzania przedstawiono na rys. 8-11, cel powietrzny porusza się zgodnie z wariantem 2 (rys. 6).



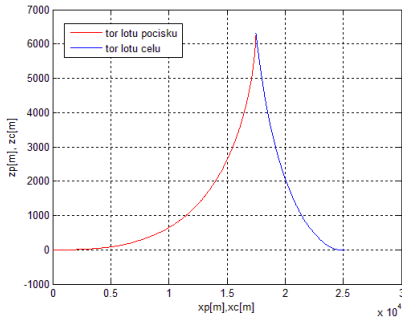
Rys. 8. Zmiana współrzędnej  $x$  pocisku i celu powietrznego

Fig. 8. Change of  $x$  coordinate of the missile and air target



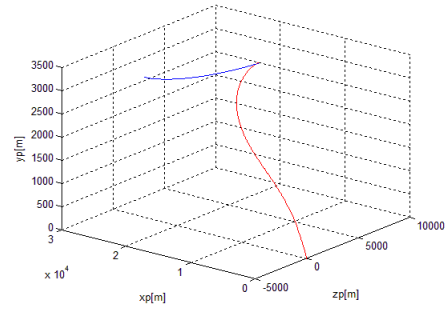
Rys. 9. Tor lotu pocisku i celu w płaszczyźnie pionowej

Fig. 9. Missile and target trajectory in the vertical plain



Rys. 10. Tor lotu pocisku i celu w płaszczyźnie poziomej

Fig. 10. Missile and target trajectory in the horizontal plain



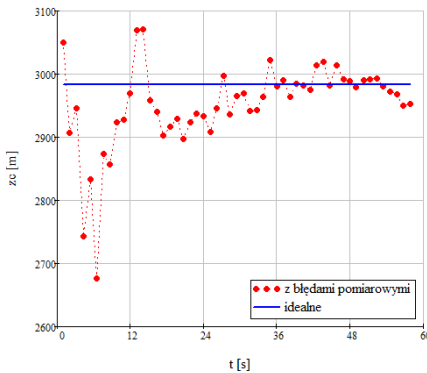
Rys. 11. Przestrzenny tor lotu rakiety i celu

Fig. 11. Spatial flight trajectory of the missile and target

Drugi typ danych dyskretnych, w których zawarto parametry celu powietrznego został wygenerowany przez radar, dokonujący rejestracji z błędami pomiarowymi. Zakres wprowadzanych błędów pomiarowych:

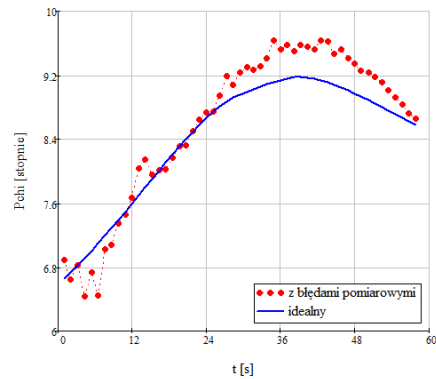
- czas odnowy informacji – 1 s,
- błąd pomiaru kąta azymutu – 2 stopnie,
- błąd pomiaru kąta elewacji – 1,5 stopnia,
- błąd pomiaru odległości – 40 m.

Przykładowe dane pozyskane z modelu symulacyjnego radaru przedstawiono na rys. 12-14.



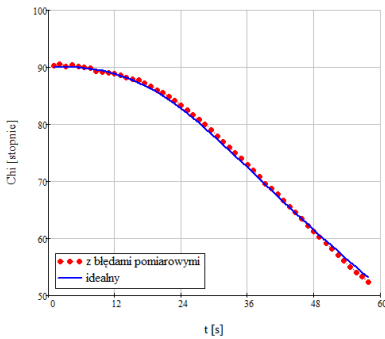
Rys. 12. Zmiana wysokości  $z_c$  celu w czasie

Fig. 12. Change of the height  $z_c$  of the target in time



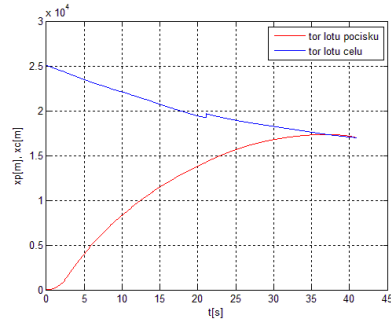
Rys. 13. Zmiana kąta elewacji celu w czasie

Fig. 13. Change of the target elevation angle in time



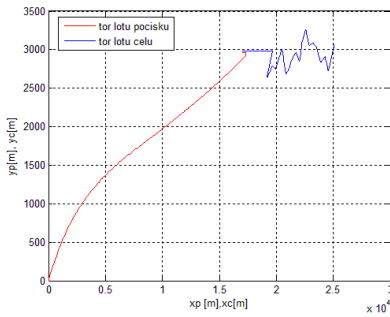
Rys. 14. Zmiana kąta azymutu celu w czasie

Fig. 14. Change of the target azimuth angle in time



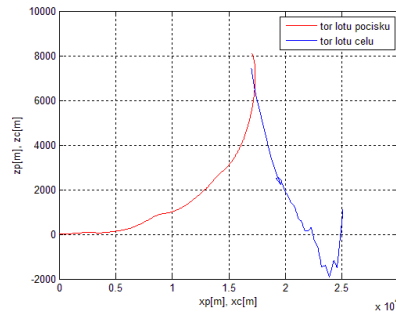
Rys. 15. Zmiana współrzędnej x pocisku i celu powietrznego

Fig. 15. Change of x coordinate of the missile and the air target



Rys. 16. Tor lotu pocisku i celu w płaszczyźnie pionowej

Fig. 16. Trajectory of the missile and target flight in the vertical plain

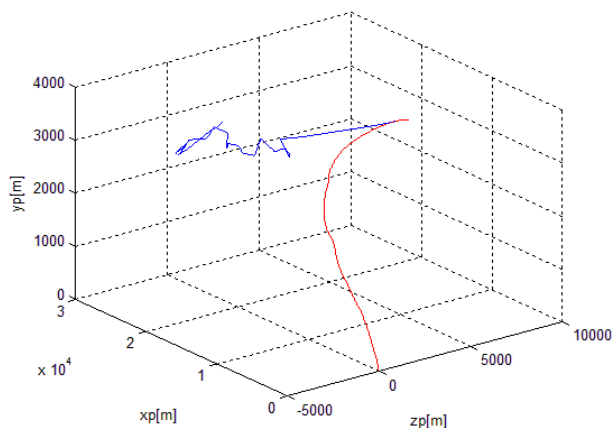


Rys. 17. Tor lotu pocisku i celu w płaszczyźnie poziomej

Fig. 17. Trajectory of the missile and target flight in the horizontal plain

Tego typu dane zostały wykorzystane podczas naprowadzania rakiety na cel poruszający się ze stałą prędkością  $V_c = 300$  m/s w początkowym etapie za pomocą inercyjnej nawigacji, a w drugim realizowane jest samonaprowadzanie (rys. 7).

Przykładowe wyniki symulacji komputerowej dla tego wariantu naprowadzania przedstawiono na rys. 15-18; cel powietrzny porusza się zgodnie z wariantem 2 (rys. 6).



Rys. 18. Przestrzenny tor lotu rakiety i celu

Fig. 18. Spatial trajectory of a missile and target

## 8. PODSUMOWANIE

Przedstawione w artykule wyniki przedstawiają wpływ dyskretności sterowania na proces naprowadzania rakiety przeciwlotniczego zestawu raketowego krótkiego zasięgu. Na potrzeby realizacji tego zagadnienia opracowano dedykowane programy komputerowe obejmujące modele: naziemnej stacji radiolokacyjnej i pocisku raketowego. Środowisko symulacyjne radaru zostało wykonane w oparciu o dwie aplikacje: symulator obiektów powietrznych (SOP) i symulator radaru (SR). Model matematyczny pocisku raketowego został zaimplementowany w programie Matlab-Simulink.

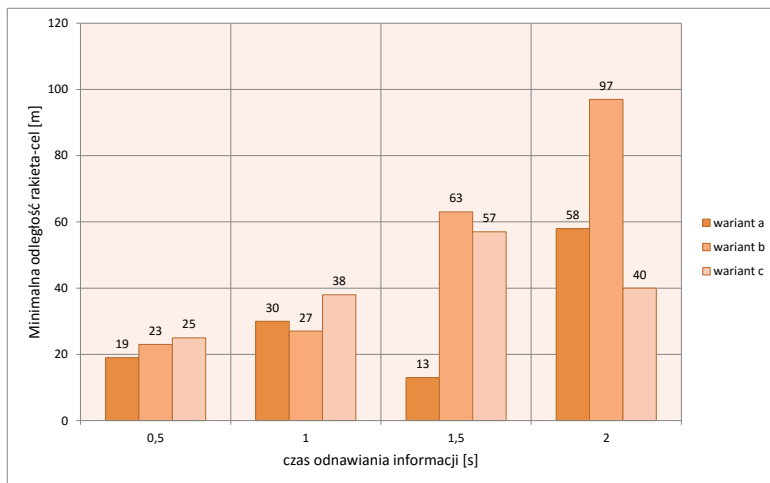
W pracy przedstawiono wyniki uzyskane metodą symulacji komputerowej funkcjonowania systemu w dwóch trybach naprowadzania pocisku raketowego na manewrujący cel powietrzny. Przeanalizowano start pocisków raketowych z wyrzutni o stałym kącie pochylenia równym 27 stopni.

Pierwszy tryb naprowadzania dotyczy systemu „wystrzel i zapomnij”, w którym pocisk raketowy samonaprowadza się na cel przy wykorzystaniu metody proporcjonalnej nawigacji. W pracy przeanalizowano wariant 1 – start pochyły pod stałym kątem i samonaprowadzanie.

Na rysunku 19 zamieszczono wyniki badań symulacyjnych w formie wykresu słupkowego przedstawiające minimalne uchyby liniowe dla czterech czasów odnawiania informacji o celu powietrznym: 0,5; 1; 1,5 i 2 s. Przeanalizowano start pochyły rakiety i trzy trasy celu powietrznego: a, b i c.

W przypadku naprowadzania pocisku raketowego w oparciu o idealną (nie uwzględniamy błędów pomiarowych) i dyskretną informację o celu powietrznym wielkość uchybu liniowego zależy od czasu odnawiania tej informacji. Im mniejszy czas odnawiania informacji, tym mniejszy uchyb liniowy naprowadzania.

Drugi tryb naprowadzania przy wykorzystaniu inercjalnej nawigacji opiera się na przesyłaniu ze stacji radiolokacyjnej dyskretnych informacji o celu powietrznym.



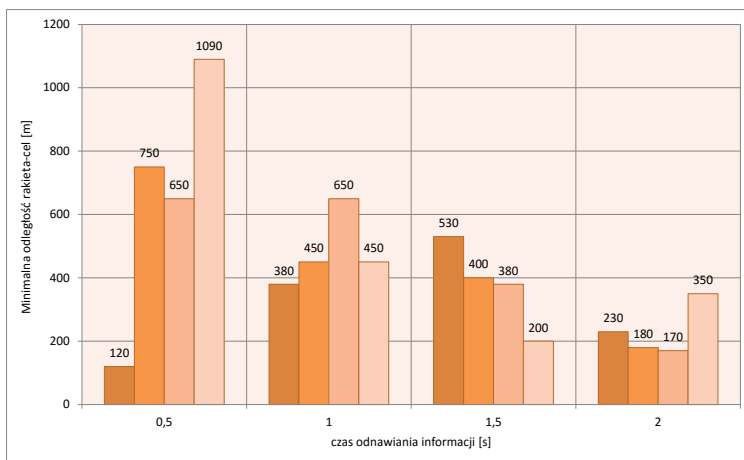
Rys. 19. Minimalne odległości rakiet-cel (uchyby liniowe) uzyskane dla trzech wariantów tras celów metodą symulacji komputerowej dla startu pochyłego i strzelania w trybie samonaprowadzania

Fig. 19. Minimum missile-target (linear errors) distances for the three variants of the target paths obtained by the computer simulation method for an oblique start and launching in a self-guidance mode

Opracowany komputerowy program do symulacji umożliwił analizę dwóch faz lotu rakiety przeciwlotniczej krótkiego zasięgu. W pierwszej fazie zasymulowano naprowadzanie polegające na korygowaniu toru lotu rakiety na podstawie przesyłanych przez radar na pokład rakiety dyskretnych informacji o celu powietrznym. W drugiej fazie lotu pocisku po przechwyceniu celu powietrznego przez jego radiolokacyjną głowicę samonaprowadzania, realizowany jest proces aktywnego samonaprowadzania.

Dane dyskretne dotyczące celu powietrznego przesyłane przez radar na pokład pocisku raketowego są obciążone błędami pomiarowymi, zbliżonymi do parametrów rzeczywistego radaru. W badaniach symulacyjnych zostały wykorzystane dwa typy danych parametrów celu powietrznego.





Rys. 20. Minimalne odległości rakieta-cel (uchyby liniowe) uzyskane dla trasy celu (wariant A) metodą symulacji komputerowej dla startu pochyłego i strzelania w trybie inercyjnej nawigacji i samonaprowadzania

Fig. 20. Minimum missile-target (linear errors) distances for the target path (variant A) obtained by the computer simulation method for an oblique start and launching in an inertial navigation and self-guidance mode

Pierwszy typ stanowią dane „idealne” pozyskane z radaru głowicy samonaprowadzania, który dokonuje określenia parametrów bez błędów pomiarowych. Tego typu dane parametrów celu wykorzystano w procesie samonaprowadzania pocisku raketowego na cel za pomocą radiolokacyjnej głowicy samonaprowadzającej.

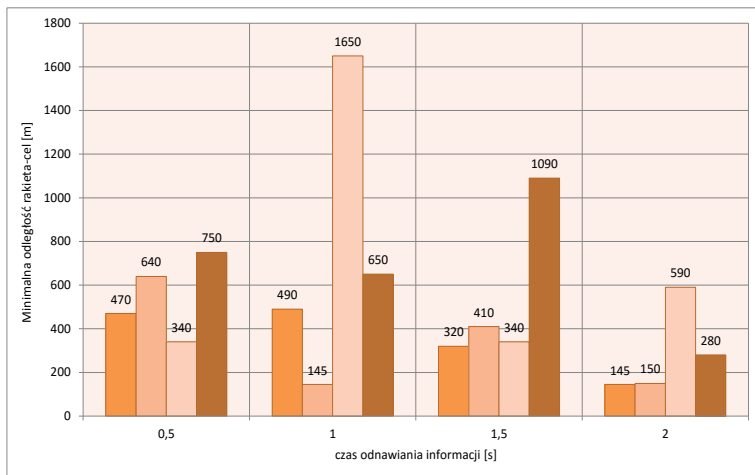
Drugi typ danych o parametrach lotu celu powietrznego został wygenerowany przez radar, dokonujący rejestracji z błędami pomiarowymi.

Rysunki 20-22 dotyczą III wariantu naprowadzania. Na rysunku 20 przedstawiono wyniki uchybów liniowych dla wariantu A celu – lot prostoliniowy w kierunku stanowiska startowego na zerowym parametrze na stałej wysokości  $h = 3000$  m ze stałą prędkością  $V_c = 300$  m/s. Rakieta startuje z wyrzutni pochyłej pod stałym kątem 27 stopni i atakuje cel z odległości 30 000 m. W pierwszym etapie na pokład rakiety są przekazywane dyskretne informacje o pomierzonych parametrach celu powietrznego przez radar dla czasu odnawiania informacji: 0,5; 1; 1,5 i 2 sekundy. Należy podkreślić, że w symulacjach komputerowych uwzględniono błędy pomiarowe.

W drugim etapie głowica radiolokacyjna pocisku raketowego przechwytuje cel na odległości 5000 m i następnie realizuje samonaprowadzanie na cel powietrzny, wykorzystując „idealny” – niezakłócony ciągły sygnał (informacja) o celu powietrznym.

Na rysunku 20 przedstawiono końcowe uchyby liniowe dla danego wariantu naprowadzania i trasy celu. Błędy naprowadzania kształtują się od 120 m, osiągając nawet 1090 m, są duże i niedopuszczalne dla realnej sytuacji.

Przyczyny takiej sytuacji należy doszukiwać się w korelacji chwili startu z początkiem procesu śledzenia celu przez stację radiolokacyjną. Początkowe błędy filtrów śledzących przenoszą się na proces naprowadzania rakiety.



Rys. 21. Minimalne odległości rakiet-cel (uchyby liniowe) uzyskane dla trasy celu (wariant B) metodą symulacji komputerowej dla startu pochyłego i strzelania w trybie inercyjnej nawigacji i samonaprowadzania

Fig. 21. Minimum missile-target (linear errors) distances for the target path (variant B) obtained by the computer simulation method for an oblique start and launching in an inertial navigation and self-guidance mode

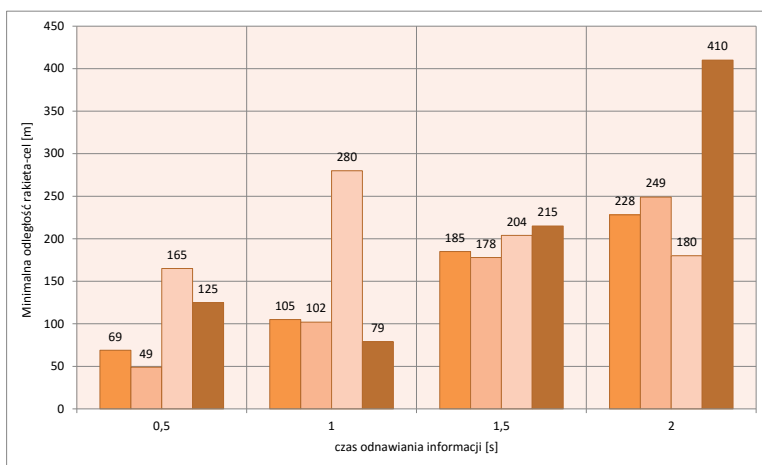
Na rysunku 21 przedstawiono wyniki uchybów liniowych uzyskanych metodą symulacji komputerowej dla wariantu B trasy celu powietrznego. Wykrycie celu przez radar nastąpiło w odległości 25 000 m, na początku tor prostoliniowy celu powietrznego ze stałą prędkością  $V_c = 300$  m/s, lecący na stałej wysokości  $h = 3000$  m, cel zbliża się do stanowiska ogniowego na zerowym parametrze i w odległości 25 000 m od stanowiska ogniowego wykonuje manewr poziomy ze stałym przeciążeniem, atak pocisku raketowego następuje z przedniej półsfery. Błędy naprowadzania są większe niż w przypadku celu lecącego prostoliniowo. Manewr celu powietrznego ze stałym przeciążeniem (zakręt) wywołuje większe błędy naprowadzania (uchyb liniowy dochodzi do 1650 m). W badaniu tym uzyskaliśmy potwierdzenie przyczyn błędów przedstawionych w opisie poprzedniego eksperymentu.

Na rysunku 22 przedstawiono wyniki uchybów liniowych uzyskanych metodą symulacji komputerowej dla wariantu C trasy celu powietrznego.

Wykrycie celu następuje w odległości 25 000 m, natomiast start rakiety i proces naprowadzania rozpoczyna się na odległości 15 000 m.

W tym czasie radar stabilizuje swoje pomiary i pomierzone parametry celu są stabilne i obciążone małym błędem.

Cel porusza się po torze prostoliniowym ze stałą prędkością  $V_c = 300$  m/s, lecący na stałej wysokości  $h = 3000$  m, cel zbliża się do stanowiska ogniowego na zerowym parametrze i w odległości 15 000 m następuje start pocisku raketowego, atak pocisku raketowego następuje z przedniej półsfery. Na rysunku 22 widać, że uchyby liniowe dla tego przypadku są zdecydowanie mniejsze i można je uznać za wiarygodne. Można zauważyć, że czas odnawiania informacji ma wpływ na wielkość uchybu. Natomiast największy wpływ na błędy naprowadzania mają niedokładności pomiaru wysokości celu.



Rys. 22. Minimalne odległości rakieta-cel (uchyby liniowe) uzyskane dla trasy celu (wariant C) metodą symulacji komputerowej dla startu pochyłego i strzelania w trybie inercyjnej nawigacji i samonaprowadzania

Fig. 22. Minimum missile-target (linear errors) distances for the target path (variant C) obtained by the computer simulation method for an oblique start and launching in an inertial navigation and self-guidance mode

*Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2012-2017, jako projekt rozwojowy nr 0 ROB 0050 03 001 pt.: „Opracowanie i wykonanie symulatora proceduralno-diagnostycznego przeciwlotniczego zestawu raketowego w technologii wirtualnej (Virtual Reality – VR) z elementami poszerzonej rzeczywistości (Augmented Reality – AR)”.*

**LITERATURA**

- [1] Derek Artur. 1979. *Systemy sterowania rakiet. Część I. Dynamika systemów sterowania rakiet*. Warszawa: Wydawnictwo WAT.
- [2] Dębecki Andrzej, Stanisław Dubiel. 1988. *Konstrukcja rakiet. Część III. Podstawy projektowania. Charakterystyki aerodynamiczne i optymalne programy lotu rakiet*. Warszawa: Wydawnictwo WAT.
- [3] Dubiel Stanisław. 1980. *Konstrukcja rakiet. Część I. Przeciżenia*. Warszawa: Wydawnictwo WAT.
- [4] Gacek Józef. 1998. *Balistyka zewnętrzna, cz. II. Analiza dynamicznych właściwości obiektów w locie*. Warszawa.
- [5] Gacek Józef. 1997. *Balistyka zewnętrzna, cz. I. Modelowanie zjawisk balistyki zewnętrznej i dynamiki lotu*. Warszawa.
- [6] Grycewicz Henryk, Ryszard Mosiewicz, Jan Pietrasieński. 1984. *Systemy radiosterowania. Część I. Elementy systemu*. Warszawa: Wydawnictwo WAT.
- [7] Hipsz Stefan, Mieczysław Purwin. 1985. *Systemy sterowania pociskami raketowymi. Część I. Ogólna budowa i zasady działania*. Warszawa: Wydawnictwo WAT.
- [8] Singer R.A. 1970. "Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 6(4).
- [9] Moose R.I., H.F. Vanlandingham, D.H. McCabe. 1979. "Modeling and Estimation for Tracking Maneuvering Targets", *IEEE Transactions on Aerospace and Electric Systems* 15(3).
- [10] Singer R.A. 1970. "Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 6(4).

## **The Impact of Control Discreteness on the Process of Guidance of an Anti-Aircraft Short-Range Missile System**

Józef GACEK<sup>1</sup>, Krzysztof MOTYL<sup>1</sup>, Konrad SIENICKI<sup>1</sup>,  
Bronisław WAJSZCZYK<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Military University of Technology, Faculty of Mechatronics and Aerospace,*

<sup>2</sup>*Military University of Technology, Faculty of Electronics,  
2 gen. S. Kaliskiego Street, 00-908 Warsaw, Poland*

**Abstract.** The publication presents the process of mathematical modelling of operation of the anti-aircraft short-range missile system. A simulation environment of the radar includes the aerial object simulator (SOP), the radar simulation (SR), and the missile simulator (SPR). The developed simulation models made in MATLAB include the ability of launching rockets at different launch angles, including also the vertical launch. Conducted computer analyses have been presented in the form of numerous graphs and tables.

**Keywords:** mechanics, anti-aircraft missile, computer simulation

