

Mirosław WCIŚLIK*

HARMONICZNE W OBWODZIE PRĄDU PRZEMIENNEGO Z OBCIĄŻENIEM NIELINIOWYM I KOMPENSACJĄ MOCY BIERNEJ

W pracy przedstawiono obwód prądu przemiennego z obciążeniem nieliniowym i układem kompensacji mocy biernej. Przyjęto obciążenie nieliniowe, którego napięcie jest proporcjonalne do funkcji signum prądu elektrycznego. Sformułowano równania obwodu w postaci bezwymiarowej i opracowano model w Simulinku. Przedstawiono przebiegi prądów i napięć w obwodzie oraz charakterystyczne cechy tych przebiegów. Wykonano analizę zawartości harmoniczných prądów i napięć oraz omówiono zjawiska występujące w obwodzie.

SŁOWA KLUCZOWE: obciążenie nieliniowe, harmoniczne, kompensacja mocy biernej

1. WSTĘP

Energia przenoszona pierwszą harmoniczną zmienia się w nieliniowym odbiorniku na energię wyższych harmoniczných i jest zwracana do sieci zasilającej. Aby to zjawisko opisać ilościowo konieczne było rozwiązanie równania możliwie prostego obwodu prądu przemiennego, zawierającego obwód nieliniowy. Przyjęto, że taki obwód zawiera indukcyjność, rezystancję i nieliniowość o której napięcie jest proporcjonalne do funkcji signum prądu. Rozwiązanie równania tego obwodu prezentowano w [1, 2]. Charakterystyka prądowo-napięciowa łuku elektrycznego w [1] jest właśnie opisana wspomnianą wyżej funkcją, a rozważany obwód ten stanowi dogodną podstawę dyskusji definicji mocy biernej i analizy przepływu mocy [2]. Przeprowadzono analizę symboliczną przebiegów w stanie quasistatycznym. Otrzymane charakterystyki obwodu są w postaci analitycznej (symbolicznej). Ułatwia to interpretację zjawisk w obwodzie i umożliwia nowe spojrzenie na definicję mocy biernej oraz rozptył harmoniczných w obwodzie.

Wpływ nieliniowości i zjawiska występujące w obwodzie z odbiornikiem nieliniowym widoczne są, gdy ten obwód porównuje się z obwodem zawierającym liniowy odbiornik rezystancyjny. Z porównania tego wynika, że nieliniowość, nawet o jednoznacznej charakterystyce prądowo-napięciowej może powodować:

* Politechnika Świętokrzyska.

- wzrost reaktancji obwodu widzianej z zacisków źródła zasilania,
- obniżenie wartości maksymalnej mocy czynnej obwodu,
- zmniejszenie sprawności energetycznej obwodu,
- zmniejszenie wartości współczynnika mocy.

W [2] stwierdzono, że w analizowanym obwodzie z obciążeniem nieliniowym moc bierną definiowaną dla n -tej harmonicznej zależnością :

$$Q_n = n \cdot U_{skn} \cdot I_{skn} \cdot \sin \varphi_n \quad (1)$$

można zbilansować tak jak moc czynną, przy czym U_{skn} , I_{skn} , φ_n oznaczają odpowiednio wartości skuteczne n -tej harmonicznej prądu i napięcia oraz kąt przesunięcia fazowego między nimi. Zależność (1) ma postać podobną do proponowanej przez Illović dla mocy biernej pojemnościowej [3].

Dla mocy biernej określonej przez (1) w [2] stwierdzono, że chociaż schemat zastępczy rozważanego odbiornika nieliniowego zawiera rezystancję i indukcyjność, całkowita moc bierna odbiornika jest równa zeru. Można udowodnić, że dzieje się tak dla odbiorników nieliniowych o jednowartościowej charakterystyce prądowo napięciowej.

Proponowana postać definicji mocy biernej związana jest z równaniami obwodu i opisuje przepływ energii w obwodzie. Dla przebiegów okresowych o okresie T wartość mocy biernej, uśrednionej za okres, można określić na podstawie wyrażenia dla przebiegów chwilowych prądów i napięć:

$$Q = \frac{1}{2} \frac{1}{\omega T} \int_0^T U_{(t)} \cdot \left(\frac{dI_{(t)}}{dt} \right) \cdot dt \quad (2)$$

Wyrażenie to łatwo można łatwo zrealizować, zwłaszcza numerycznie.

2. MODEL OBWODU Z OBCIĄŻENIEM NIELINIOWYM I KOMPENSACJĄ MOCY BIERNEJ

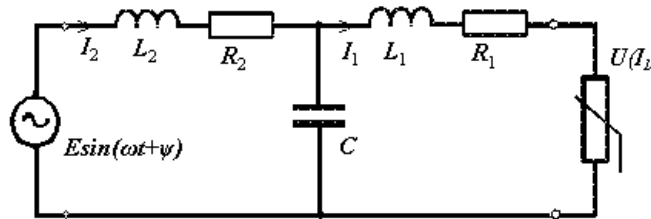
Na podstawie analizy symbolicznej w [2] stwierdzono, że moc bierna określona przez (2) bilansuje się w obwodzie z rozważanym obciążeniem nieliniowym. Postawiono pytanie: w jaki sposób układy kompensacji mocy biernej wpływają na rozptył harmonicznych w obwodzie? Przyłączenie kondensatora równoległe do źródła zasilającego (napięciowego) powoduje, że wyższe harmoniczne prądu popłyną przez źródło zasilające. Dlatego uznano, że właściwym odwzorowaniem obwodu do rozważań rozptyłu harmonicznych jest uwzględnienie impedancji układu zasilania. Schemat rozważanego obwodu przedstawiono na rysunku 1.

Układ zasilany jest napięciem sinusoidalnym o pulsacji ω . Obciążenie jest nieliniowe o napięciu proporcjonalnym do funkcji signum prądu. Równania opisujące układ są następujące:

$$L_2 \frac{dI_2}{dt} = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t) - R_2 \cdot I_2 - U_c \quad (3)$$

$$L_1 \frac{dI_1}{dt} = U_c - R_1 \cdot I_1 - U_a \cdot \text{sign}(I_1) \quad (4)$$

$$C \frac{dU_c}{dt} = I_2 - I_1 \quad (5)$$



Rys. 1. Schemat analizowanego obwodu zasilania odbiornika nieliniowego

W równaniach tych oznaczono: I_1 , I_2 wartości chwilowe prądów płynących odpowiednio w indukcyjnościach i rezystancjach L_1 , L_2 i rezystancjach R_1 , R_2 . Indukcyjność L_2 przedstawia indukcyjność systemu zasilania i jej reaktancja ma wartość znacznie większą niż rezystancja R_2 . Podobnie wartość reaktancji indukcyjności L_1 , przedstawiającej indukcyjność układu obciążenia, jest znacznie większa od wartości rezystancji R_1 tego układu. Wartość indukcyjności L_1 jest ponadto znacznie większa od wartości indukcyjności L_2 . Powyższe równanie 10 zmiennych wejściowych i parametrów przy zerowych warunkach początkowych.

Analiza symboliczna układu z obciążeniem nieliniowym i kompensacją mocy biernej jest trudna i często niewykonalna. Można ją przeprowadzić stosując badania symulacyjne.

Aby uprościć organizację eksperymentu symulacyjnego w zapisie równań zastosowano skalowanie czasu i jednostki podstawowe, jako zmienne odniesienia:

$$\tau = \omega t, \quad X_1 = \omega L_1, \quad E_m, \quad I_m = E_m / X_1, \quad Y = \omega C \quad (6)$$

Następnie po przekształceniach równań (3-5) otrzymano je w postaci:

$$x_2 \frac{di_2}{d\tau} = \sin(\tau) - r_2 i_2 - u_c \quad (7)$$

$$\frac{di_1}{d\tau} = u_c - r_1 i_1 - u_a \cdot \text{sign}(i_1) \quad (8)$$

$$y \cdot \frac{du_c}{d\tau} = i_2 - i_1 \quad (9)$$

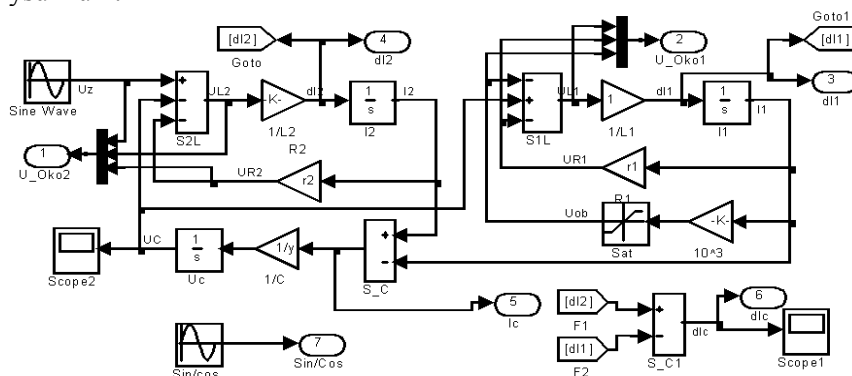
sformowane dla zmiennych i parametrów bezwymiarowych:

$$i_1 = I_1/I_m \quad i_2 = I_2/I_m \quad u_c = U_c/E_m \quad u_a = U_a/E_m \quad (10)$$

$$x_2 = X_2/X_1 \quad r_2 = R_2/X_1 \quad r_1 = R_1/X_1 \quad y = Y \cdot X_1 \quad (11)$$

Analizowane równania w postaci bezwymiarowej mają już tylko 6 wielkości wejściowych i parametrów.

Na podstawie równań (9-11) utworzono schemat operacyjny przedstawiony na rysunku 2.



Rys. 1. Schemat operacyjny analizowanego obwodu w Simulinku

Poszczególne integratory opisują zmienne stanu rozważanego obwodu. Równania poszczególnych zmiennych stanu zawierają sumatory i bloki wzmacnienia na których wyjściu są pochodne czasowe tych zmiennych oraz integratory na których wyjściu są już zmienne stanu. Dla wyznaczenia mocy biernej pojemności wyznaczono dodatkowo pochodną prądu pojemności.

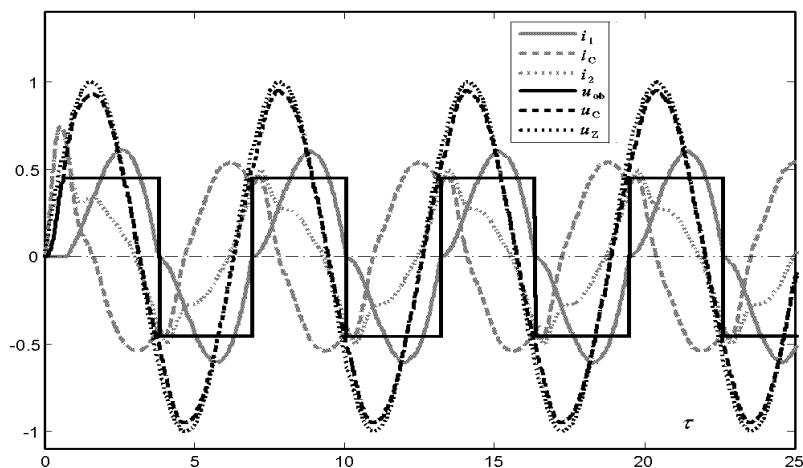
Funkcję sygnum zrealizowano na blokach wzmacnienia 10^3 razy funkcji nasycenia. Dla wyznaczenia mocy biernej oraz identyfikacji parametrów zastępczych wyznaczono dodatkowo pochodną prądu pojemności. Zastosowano modyfikowany algorytm zmiennie krokowy Rosenbrocka (ode23s). Obliczenia prowadzono z dokładnością względną równą 10^{-3} i dokładnością bezwzględną równą 10^{-6} .

3. PRZEBIEGI MODELU OBWODU

Dla określenia, jakie charakterystyki należy badać przeprowadzono analizę jakościową przebiegów prądów i napięć w analizowanym obwodzie. Zmiennymi wejściowymi były parametry (x_2, r_2, r_1, u_a, y) . Wartości parametrów x_2 i r_2 charakteryzują sztywność systemu zasilania węzła. Im większa jest reaktancja indukcyjna x_2 i im większa jest rezystancja r_2 , tym system jest mniej sztywny. Przy czym wielkości te mają dość zróżnicowany wpływ na przebiegi prądów i napięć w obwodzie. Jako przebieg odniesienia dla wymuszenia w

postaci funkcji $\sin(\tau)$ oraz parametrów wejściowych $x_2 = 0.05$, $r_2 = 0.2$, $r_1 = 0.1$, $u_a = 0.45$, $y = 0.6$ przedstawiono na rysunku 3.

W przebiegu tym można wyróżnić procesy przejściowe załączania obwodu oraz przebiegi w stanie ustalonym (quasistatycznym). W trakcie załączania występują większe oscylacje prądu kondensatora oraz prądu załączania całego obwodu. Parametry tych oscylacji zależą od przesunięcia fazowego napięcia zasilania w momencie załączania oraz parametrów oczka zasilania obwodu, które zawiera źródło zasilania oraz elementy L_2 , R_2 i C . Dla wymuszenia $\cos(\tau)$ oscylacje prądu i_2 są ponad 4-krotnie większe od amplitudy tego prądu w stanie ustalonym. Najmniejsze są dla wymuszenia $\sin(\tau)$ i dlatego wpływ elementów biernych obwodu zasilania przedstawiono dla takiego wymuszenia.



Rys.3 Przebiegi bezwymiarowych prądów i napięć modelu obwodu podczas załączania zasilania dla $x_2 = 0.05$, $r_2 = 0.2$, $r_1 = 0.1$, $u_a = 0.45$, $y = 0.6$, u_{ob} i u_z oznaczają napięcia odpowiednio obciążenia oraz źródła zasilania

Przebiegi dotyczą przypadku nieco „przekompensowanej” mocy biernej obwodu. Dlatego widoczny jest prąd kondensatora o wartości skutecznej porównywalnej z wartością skuteczną prądu obciążenia. Dość duża wartość r_2 powoduje, że oscylacje są szybko tłumione.

W [4] przedstawiono analizę bilansu mocy czynnej i biernej dla obwodu z odbiornikiem nieliniowym i kompensacją mocy biernej. Dla mocy biernej określonej zależnością (2) stwierdzono że moce czynna i bierna bilansują się w rozważanym obwodzie. Ponadto zauważono, że przy zmianie parametrów x_2 i r_2 kształt przebiegów prądu obciążenia jest „prawie niezmienny”. Wynika to z małych różnic napięcia na kondensatorze i praktycznie jednakowego napięcia obciążenia. Natomiast istotnie zmieniają odkształcenia w prądzie kondensatora i_C i prądzie zasilania i_2 .

Mimo dużych odkształceń prądu napięcie na kondensatorze jest dość zbliżone do sinusoidy. Posiada ono nieznacznie mniejszą amplitudę niż napięcie zasilania. Na podstawie przebiegów prądów można wnioskować, że największe odkształcenie cechuje prąd pobierany ze źródła zasilania i_2 , większe niż prąd kondensatora układu kompensacji mocy! Prąd i_2 ma harmoniczną podstawową mniejszą od prądu odbiornika i prądu kondensatora.

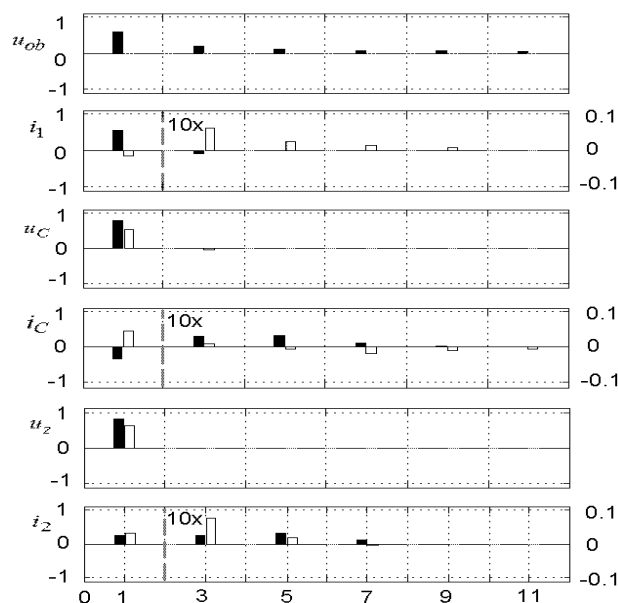
4. ANALIZA HARMONICZNA PRZEBIEGÓW PRĄDÓW I NAPIĘĆ MODELU

Dla modelem z rysunku 2 sterowano z pliku MATLABa. Poszczególne zmienne przebiegów odczytywano z wektora wyjść wywołania symulacji obwodu w Simulinku. Jak wynika z rysunku 3 dwa ostatnie okresy przebiegów prądów i napięć są prawie jednakowe. Aby być jeszcze zmniejszyć wpływ procesów przejściowych zwiększano długość czasu symulacji i wykorzystywano ostatni okres przebiegów. Dla tych wielkości była przeprowadzana analiza harmoniczną. Dla przebiegów okresowych otrzymuje się w wyniku szereg Fouriera. Amplitudy części rzeczywistej (słupki czarne) i części urojonej (słupki białe) poszczególnych harmoniczną przedstawiono na rysunku 4. Jako przebieg odniesienia, z zerowym kątem przesunięcia fazowego przyjęto napięcie odbiornika. Amplitudy harmoniczną tego napięcia maleją odwrotnie proporcjonalnie do rzędu harmoniczną.

Tylko napięcie u_{ob} cechuje wyraźna zawartość harmoniczną. Wynika to z przyjętego nieliniowego modelu odbiornika. Napięcie u_C ma odpowiednio małą zawartość harmoniczną i wynika to z małej wartości impedancji układu zasilania. Przesunięcie fazowe harmoniczną podstawowych tych napięć mają dodatnie przesunięcie fazowe względem takiej harmoniczną napięcia odbiornika. Harmoniczne podstawowe prądów spełniają relację określoną w rozdziale 3. Prąd i_2 ma harmoniczną podstawową mniejszą od prądu odbiornika i prądu kondensatora. Amplitudy poszczególnych harmoniczną maleją odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu rzędu harmoniczną.

Tylko napięcie u_{ob} cechuje wyraźna zawartość harmoniczną. Wynika to z przyjętego nieliniowego modelu odbiornika. Napięcie u_C ma odpowiednio małą zawartość harmoniczną i wynika to z małej wartości impedancji układu zasilania. Przesunięcie fazowe harmoniczną podstawowych tych napięć mają dodatnie przesunięcie fazowe względem takiej harmoniczną napięcia odbiornika.

Harmoniczną podstawowe prądów spełniają relację określoną w rozdziale 3. Prąd i_2 ma harmoniczną podstawową mniejszą od prądu odbiornika i prądu kondensatora. Amplitudy poszczególnych harmoniczną maleją odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu rzędu harmoniczną.



Rys. 4 Amplitudy części rzeczywistej (słupek czarny) i części urojonej (słupek biały) harmonicznych napięć i prądów obwodu z rys. 1. Wykresy dla wyższych harmonicznych prądów mają zwiększoną skalę 10x

Aby ułatwić porównanie tych amplitud wykresy ich sporządzono w dziesięciokrotnie zwiększonej skali rzędnych. Oznaczono to na wykresach. Rozpływ harmonicznych prądów i_C i i_2 zależy od parametrów układu. Kształt przebiegów określany jest przez współczynnik zawartości harmonicznych definiowany z zastosowaniem wartości skutecznych, zgodnie ze standardem IEEE 519, zależnością:

$$THDi_1 = \frac{\sqrt{i_{12}^2 + i_{13}^2 + i_{14}^2 + \dots}}{\sqrt{i_{11}^2 + i_{12}^2 + i_{13}^2 + \dots}} \quad (12)$$

W mianowniku (12) występują wszystkie harmoniczne, a w liczniku tylko wyższe. Jak wynika z rysunku 4 występują w przebiegach tylko harmoniczne nieparzyste. Wartości współczynnika THD dla napięć i prądów w powyższym obwodzie przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wartości współczynnika THD dla napięć i prądów w obwodzie przedstawionym na rys. 4

$THDu_{ob}$	0,407	$THDi_1$	0,120
$THDu_C$	0,024	$THDi_C$	0,097
$THDu_z$	0,000	$THDi_2$	0,210

Wartości tego współczynnika dla napięć ściśle korelują z przebiegami prezentowanymi na rysunku 3. Zaskakujące są natomiast wartości THD dla prądów. Zawartość harmonicznych jest największa dla prądu w modelu systemu zasilania. Może wynikać ona z małej wartości impedancji systemu zasilania oraz z rezonansu w „oczku” zasilania.

5. WNIOSKI

W rozważanym obwodzie obserwujemy ujemne przesunięcie fazowe harmonicznej podstawowej prądu względem takiej harmonicznej napięcia obciążenia. Oznacza to, że schemat zastępczy obciążenia dla harmonicznej podstawowej powinien zawierać indukcyjność i rezystancję. Wyższe harmoniczne prądu mają przesunięcie fazowe dodatnie względem harmonicznych napięcia w odróżnieniu od harmonicznej podstawowej. Nieliniowe obciążenie jest źródłem tych harmonicznych a obciążenie dla tych harmonicznych jest indukcyjne.

LITERATURA

- [1] Wciślik M., Analiza obwodu jednofazowego prądu przemiennego z łukiem elektrycznym, XV Sympozjum "Zjawiska Nieliniowe", Białejewko 1987, 8`str.
- [2] Wciślik M., Bilanse mocy w obwodzie prądu przemiennego z odbiornikiem nieliniowym, Przegląd Elektrotechniczny, R.90.,NR 2/2014, str.5-8.
- [3] Czarnecki L., Moce w obwodach elektrycznych z niesinusoidalnymi przebiegami prądów i napięć, Oficyna Wyd. Pol. Warszawskiej, Warszawa 2005.
- [4] Wciślik M., Bilanse mocy w obwodzie prądu przemiennego obciążeniem nieliniowym i kompensacją mocy biernej, materiały konferencji „Postępy w Elektrotechnice Stosowanej” PES-9, Kościelisko, 2014 , str.153-156.

HARMONICS IN AC CIRCUIT WITH NON-LINEAR LOAD AND COMPENSATION OF REACTIVE POWER

The paper deals with AC circuit with non-linear load and the system of the passive power compensation. There was assumed that the non-linear load voltage is proportional to the function signum of the electric current. The equations of the circuit in the dimensionless form and the model in the Simulink were elaborated. The waveforms of currents and voltages in the circuit and characteristic features of these courses were presented. The analysis of currents and voltages harmonics and the phenomena in the circuit were discussed.