

## PRZYKŁADY REGULARYZACJI ZADAŃ WYZNACZANIA WSPÓŁCZYNNIKA DYFUZJI WILGOCI I PRZEJMOWANIA MASY W DREWIE

Zbigniew PERKOWSKI<sup>1\*</sup>, Kamil JEŻ<sup>2</sup>, Maciej GRYGOROWICZ<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Politechnika Opolska, Wydział Budownictwa i Architektury  
Katowicka 48, 45-061 Opole email: z.perkowski@po.opole.pl  
<sup>2</sup> email: kamil.jez.3@gmail.com; <sup>3</sup> email: maciekrygus@interia.pl

**Streszczenie:** W pracy rozważa się sposób wyznaczenia współczynnika dyfuzji wilgoci i przejmowania masy drewna na podstawie pomiarów masy całkowitej próbek rejestrowanych w procesie niestacjonarnej sorpcji, gdzie oszacowania parametrów materiałowych dokonuje się na drodze minimalizacji sumy błędów kwadratowych pomiędzy wynikami pomiaru i obliczeń modelowych. W [9,12] pokazano, że szczególnie w przypadku wyrażenia współczynnika dyfuzji, jako nieliniowej funkcji zależnej od wilgotności materiału lub wystąpienia względnie dużych wartości współczynnika przejmowania masy w procesie dyfuzji zachodzącym wzdłuż włókien drewna, w zagadnieniach tego typu jednoznaczne określenie globalnego minimum funkcji celu może stać się bardzo utrudnione. W niniejszej pracy, jako sposób, który pozwala na skuteczną regularyzację omawianego, współczynnika zadania odwrotnego, wykorzystano metody Tichonowa i *L-curve*. Rozważania zilustrowano przykładami pomiarów prowadzonych na próbkach z drewna sosnowego, dębowego i lipowego, w przypadku, których, dzięki zastosowanemu podejściu, otrzymano znaczną poprawę jakości wyników.

**Słowa kluczowe:** Dyfuzja wilgoci, drewno, współczynniki zadania odwrotne, regularyzacja Tichonowa, metoda *L-curve*

### 1. WPROWADZENIE

Drewno to materiał zarówno konstrukcyjny, jak i wykończeniowy, bez którego nie można wyobrazić sobie budownictwa. Do jednych z najistotniejszych parametrów drewna, które należy znać z uwagi na jego zastosowanie w inżynierii, bezsprzecznie należą te, które pozwalają przewidywać stany jego wilgotności, gdyż od niej zależą inne, istotne cechy tego materiału – np. wytrzymałość, sprężystość, trwałość czy stabilność wymiarowa [1,2]. Znajomość tej grupy parametrów, tj. przede wszystkim

współczynnika dyfuzji wilgoci i pary wodnej oraz przejmowania masy, pozwala także skutecznie przewidywać przebiegi suszenia drewna w warunkach przemysłowych, transportu wilgoci w przegrodach budowlanych, pełzania oraz zmian naprężeń od skurczu lub pęcznienia wilgotnościowego (np. [1,3,4]).

Do wyznaczenia współczynników dyfuzji wilgoci stosuje się obecnie wiele metod, wśród których należy przede wszystkim wyróżnić: metodę miscalcową (np. [5,6]) i metody niestacjonarne, wykorzystujące pomiary sorpcji i desorpcji wilgoci (np. [7-12]). W tej drugiej grupie, aby wyznaczyć parametry drewna, wiele prac bazuje na podejściu opartym na minimalizacji funkcji błędu kwadratowego (funkcji celu) pomiędzy przyrostami mas próbek obliczonych na podstawie pomiarów i przyjętego modelu. Współczynniki dyfuzji i przejmowania masy przyjmuje się zarówno, jako stałe, jak i zależne od wilgotności w danym jej zakresie. Analizując literaturę problemu można spostrzec, że podejście to nie zawsze pozwala na zadowalającą identyfikację parametrów wilgotnościowych drewna. Przykładowo w pracach [8,9,12], w których badano parametry określające dyfuzyjność i przejmowanie wilgoci z otoczenia w przypadku drewna bukowego w procesie sorpcji i desorpcji [8] oraz sosnowego, dębowego i lipowego w procesie sorpcji [9,12], zastosowane algorytmy obliczeniowe w niewielkiej części przypadków nie doprowadziły do realistycznego oszacowania ich wartości. W przytoczonych pracach eksperymenty prowadzono przy wymuszeniu niestacjonarnego, jednokierunkowego transportu wilgoci, gdzie mierzono zmieniającą się masę całkowitą próbek, przy czym ich wilgotność początkowa była ustalona. W artykule [8] do minimalizacji funkcji błędu kwadratowego

\*Autor korespondencyjny, e-mail: z.perkowski@po.opole.pl

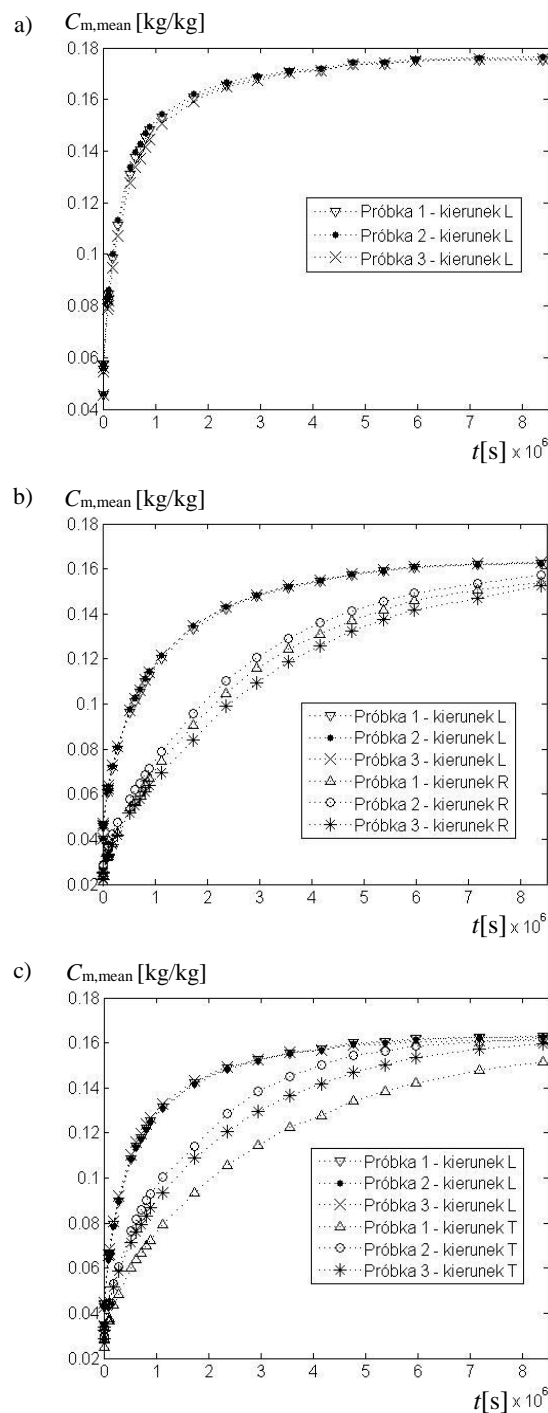
zastosowano metodę quasi-Newtonowską, a w [9,12] algorytm Levenberga-Marquardta. Omawiane trudności spotykane są najczęściej wtedy, kiedy w otoczeniu globalnego minimum funkcji celu jest ona słabo zmienna. Wówczas, z oczywistych względów, mała zmiana danych wejściowych do zadania, spowodowana nawet niewielkimi błędami pomiarowymi, może skutkować w znacznej zmianie położenia tego minimum w dziedzinie dopuszczalnych rozwiązań. Także oszacowanie jego położenia przy konieczności wyznaczania wartości funkcji celu w oparciu o metody przybliżone może doprowadzić do podobnej sytuacji. W tym przypadku sformułowanie zadania współczynnika wymaga jego regularyzacji. Z przeprowadzonego przez autorów przeglądu dostępnej literatury nt. wyznaczania parametrów wilgotnościowych drewna wynika, że brak jest analiz, które uwzględniają tego typu podejście.

Stąd, w niniejszej pracy, zdecydowano się przyczynkowo przedstawić przykłady wyznaczania wybranych parametrów wilgotnościowych drewna, w których bez zastosowania regularyzacji nie można było uzyskać poprawnych wyników. Do przykładów wykorzystano wybrane dane eksperymentalne przedstawione w [9,12]. We wzmiankowanych artykułach pokazano, że, poszukując minimum funkcji celu za pomocą algorytmu Levenberga-Marquardta [13], nie udało się wyznaczyć współczynnika przejmowania masy, kiedy dyfuzja wilgoci zachodziła wzdłuż włókien drewna. Także z części pomiarów sorpcji wilgoci zachodzącej w poprzek włókien nie udało się uzyskać powtarzalnych wartości parametrów funkcji kwadratowej, którą przyjęto do opisu zmienności współczynnika dyfuzji w badanym zakresie wilgotności. Dopiero po regularyzacji zagadnienia za pomocą metody Tichonowa [14,15], otrzymano zadowalające wyniki, które przedstawiono w dalszej części artykułu.

## 2. EKSPERYMENT

Jak zaznaczono we wprowadzeniu, w niniejszej pracy wykorzystano wyniki eksperymentów przedstawionych w [9,12], gdzie znajduje się ich szczegółowy opis. Poniżej podano podstawowe informacje na ten temat.

Badania sorpcji przeprowadzono na próbkach z drewna sosny pospolitej (*Pinus sylvestris* L.) o średniej gęstości pozornej w stanie suchym  $\rho_{d,mean}=444$  kg/m<sup>3</sup>, dębu szypułkowego (*Quercus robur*) o  $\rho_{d,mean}=678$  kg/m<sup>3</sup> i lipy drobnolistnej (*Tilia cordata* Mill.) o  $\rho_{d,mean}=472$  kg/m<sup>3</sup>. Próbkę w kształcie prostopadłościanów o boku podstawy od ok. 1,7 cm do 3,2 cm i wysokości od ok. 2,2 cm do 5 cm suszono w pierwszej kolejności do stałej masy w suszarce w temperaturze ok. 90°C.



Rys. 1. Zmiany średniej wilgotności masowej próbek: a) drewno sosnowe (transport wilgoci w kierunku *L*) b), drewno dębowe (transport wilgoci w kierunku *L* lub *R*), c) drewna lipowe (transport wilgoci w kierunku *L* lub *T*)

Fig. 1. Changes of mean moisture mass concentration in the samples: a) pine wood (moisture transport in *L* direction), b) oak wood (moisture transport in *L* or *R* direction), c) linden wood (moisture transport in *L* or *T* direction)

Następnie zabezpieczano je taśmą izolacyjną na 5 bokach tak, aby planowany proces dyfuzji wilgoci wymusić tylko w jednym z pożądaných, główných kierunków ortotropii materiału, tj. wzdłuż włókien ( $L$ ), stycznie do słojev drewna ( $T$ ) lub w kierunku radialnym, czyli prostopadle do słojev ( $R$ ) (skuteczność tego typu izolacji potwierdzono w badaniach zamieszczonych w pracy [16]). Po tej czynności powtórnie umieszczono próbki w suszarce, aż do osiągnięcia stałej masy, a następnie umieszczono je w komorze klimatycznej w temperaturze 20°C i wilgotności względnej 25%, także, aż do ustalenia się ich masy. Wówczas rozpoczęto właściwą część eksperymentu zwiększając wilgotność względną do poziomu 85% i mierząc okresowo masy próbek na wadze o dokładności  $\pm 0,001$  g. Przy ważeniu próbki wyciągano z komory klimatycznej na okres ok. 1 min. Na rys. 1 przedstawiono zmiany wilgotności średniej  $C_{m,mean}$  tylko tych próbek ze zbadanych w ramach prac [9,12], które analizuje się w dalszej części artykułu. Do każdego rodzaju badań wykorzystano po 3 próbki. Na rys. 1b i 1c można zauważyć, że w przypadku próbek z drewna dębowego (kierunek  $R$ ) i lipowego (kierunek  $T$ ) proces sorpcji po ponad 3 miesiącach trwania eksperymentu nie uległ jeszcze zakończeniu.

### 3. OPIS MATEMATYCZNY ZAGADNIENIA

Do opisu zagadnienia wykorzystano uproszczony model dyfuzji wilgoci traktowanej, jako jednoskładnikową bez rozbicia na wodę w części objętościowej porów, wilgoć powierzchniową i parę wodną. Ponadto zgodnie z warunkami eksperymentu, przyjęto opis dyfuzji w materiale ortotropowym, w warunkach izotermicznych, bezźródłowych, przy czym w ogólności współczynnik dyfuzji wilgoci może być zależny od wilgotności materiału. Wówczas równanie dyfuzji przyjmie postać:

$$\frac{\partial C_m}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{D}_m(C_m) \cdot \nabla C_m), \quad (1)$$

gdzie:  $C_m$  – koncentracja masowa wilgoci [kg/kg],  $\mathbf{D}_m$  – tensor współczynników dyfuzji w materiale ortotropowym [ $m^2/s$ ],  $t$  – czas [s]. Ponieważ w próbkach występował jednowymiarowy transport wilgoci wzdłuż jednego z główných kierunków ortotropii drewna, to równanie (1) w analizowanych przypadkach można sprowadzić do postaci:

$$\frac{\partial C_m}{\partial t} = \frac{\partial D_{m,I}}{\partial x} \frac{\partial C_m}{\partial x} + D_{m,I} \frac{\partial^2 C_m}{\partial x^2}, \quad (2)$$

gdzie:  $x$  – zmienna przestrzenna opisująca położenie wzdłuż osi próbki [m],  $D_{m,I}$  – współczynnik dyfuzji wilgoci w kierunku  $I$  [ $m^2/s$ ],  $I=L,R$  lub  $T$  – indeks odnoszący do wybranego, głównego kierunku ortotropii drewna. Na

niezaizolowanym końcu próbki przyjęto warunek brzegowy III-ego rodzaju, a na zaizolowanym II-ego rodzaju, tj. odpowiednio:

$$-D_{m,I} \frac{\partial C_m(x=0)}{\partial x} = \kappa_{m,I} (C_{m,e} - C_m(x=0)), \quad (3)$$

$$\frac{\partial C_m(x=l)}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

gdzie:  $\kappa_{m,I}$  – współczynnik przejmowania wilgoci na kierunku  $I$  [m/s],  $C_{m,e}$  – równowagowa koncentracja masowa wilgoci odpowiadająca wilgotności powietrza w otoczeniu,  $l$  – długość próbki [m].

W ramach przedstawionych dalej analiz przyjmowano opcjonalnie, że współczynnik dyfuzji jest stały lub jest kwadratową funkcją koncentracji  $C_m$  w danym zakresie wilgotności, tj. odpowiednio:

$$D_{m,I} = D_0, \quad (5)$$

$$D_{m,I} = a_0 + a_1 C_m + a_2 C_m^2, \quad (6)$$

gdzie:  $D_0$ ,  $a_0$ ,  $a_1$  i  $a_2$  to parametry występujące w przyjętych funkcjach opisujących zmienność współczynnika dyfuzji odpowiednio o jednostkach: [ $m^2/s$ ], [ $m^2/s$ ], [ $(m^2 \cdot kg)/(s \cdot kg)$ ], [ $(m^2 \cdot kg^2)/(s \cdot kg^2)$ ]. Współczynniki zadanie odwrotne sformułowano jako optymalizacyjne z następującymi funkcjami celu (odpowiednio w przypadkach bez regularyzacji i z regularyzacją metodą Tichonowa):

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (\Delta m_{e,i} - \Delta m_{c,i}(\mathbf{x}))^2, \quad (7)$$

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\Delta m_{e,i} - \Delta m_{c,i}(\mathbf{x})}{\Delta m_{e,i}} \right)^2 + \alpha (\mathbf{R}\mathbf{x})^T \mathbf{R}\mathbf{x}, \quad (8)$$

gdzie:  $\Delta m_{e,i}$  – określony eksperymentalnie  $i$ -ty przyrost masy próbki względem masy początkowej [kg],  $\Delta m_{c,i}$  – obliczony wg przyjętego modelu przyrost masy próbki odpowiadający  $\Delta m_{e,i}$  [kg],  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_k]^T$  – wektor zmienných, którego składowe odpowiadają poszukiwanym w danym zadaniu parametrom materiałowym,  $\mathbf{R}$  – macierz regularyzacyjna,  $\alpha$  – parametr regularyzacji [-],  $k$  – ilość poszukiwaných w danym zadaniu parametrów,  $n$  – ilość pomiarów. W obliczeniach przyjęto następującą postać macierzy  $\mathbf{R}$ :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} x_{r,1}^{-1} & 0 & K & 0 \\ 0 & x_{r,2}^{-1} & K & 0 \\ M & M & O & M \\ 0 & 0 & K & x_{r,k}^{-1} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

gdzie:  $x_{r,i}$  – wartość referencyjna (spodziewana wartość określona na podstawie [9,12]) poszukiwanego parametru, który odpowiada zmiennej  $x_i$ . Założono, że funkcje (7) i (8) przy opisie współczynnika dyfuzji funkcjami (5) lub (6) spełniają odpowiednio zależności:

$$\arg \min F(\mathbf{x}) = [\kappa_{m,L}, D_0], \quad (10)$$

$$\arg \min F(\mathbf{x}) = [\kappa_{m,L}, a_0, a_1, a_2]. \quad (11)$$

Dobór optymalnej wartości parametru  $\alpha$  zrealizowano stosując metodę *L-curve* [17,18]. Poszukiwania minimum funkcji kryterialnych (7) i (8) przeprowadzono iteracyjnie, przy czym w przypadku funkcji (7) wykorzystano wyniki zawarte już w pracach [9,12] (gdzie zastosowano algorytm Levenberga-Marquardta), a w przypadku funkcji (8) dokonywano jej lokalnej linearyzacji i przyrównywano jej gradient do zera (analogicznie jak w nieliniowej metodzie najmniejszych kwadratów). Zmiany masy próbek  $\Delta m_{c,i}$  wyznaczano na podstawie zagadnienia początkowo-brzegowego opisanego równaniami (2)-(5), przy czym w przypadku stałego współczynnika dyfuzji korzystano z rozwiązania analitycznego, a przy współczynniku zależnym kwadratowo od koncentracji wilgotności z rozwiązania metodą różnic skończonych (MRS). Do globalnej oceny stopnia dopasowania pomierzonych zmian mas próbek i tych, wyznaczonych na podstawie modelu obliczeniowego, posłużono się średnim błędem zdefiniowanym następująco:

$$e = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^m (\Delta m_{e,i} - \Delta m_{c,i})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (\Delta m_{e,i})^2}} \cdot 100\%. \quad (12)$$

#### 4. WYNIKI OBLICZEŃ

W tabeli 1 porównano wyniki obliczeń przy zastosowaniu funkcji celu w postaci (7) i (8) przy założeniu stałego współczynnika dyfuzji dla próbek z drewna sosnowego, dębowego i lipowego przy transporcie wilgoci wzdłuż włókien. Z kolei w tabelach 2 i 3 pokazano analogiczne wyniki uzyskane odpowiednio w przypadku próbek dębowych przy transporcie wilgoci w kierunku radialnym i próbek lipowych przy transporcie w kierunku stycznym. Analizując przedstawione dane można zauważyć, że dzięki zastosowaniu regularyzacji uzyskano znacznie bardziej zadowalające wyniki. Np. przy minimalizacji funkcji celu (7) niemożliwe było wyznaczenie wartości współczynnika  $\kappa_{m,L}$  dla wszystkich rodzajów badanego drewna, co było spowodowane słabym uwarunkowaniem położenia minimum tej funkcji (symbol ? w tabeli 1). Otrzymywano, bowiem obszar funkcji (7) z wartościami minimalnymi

w kształcie długiego, wąskiego żłębu o płaskim dnie wzdłuż osi zmiennej  $x_1$ , której wartości odpowiadały w procesie iteracyjnym bieżącym wartościom współczynnika przejmowania masy. Sytuację tą zilustrowano przykładowo na rys. 2. Niedogodność tą usunięto dopiero po zastosowaniu funkcji celu w postaci (8) i znalezieniu odpowiedniego parametru  $\alpha$  za pomocą metody *L-curve*.

Tabela 1. Wyniki obliczeń uzyskane przy założeniu stałego współczynnika dyfuzji:  $D_{m,L}=D_0$  w przypadku próbek z transportem wilgoci zachodzącym w kierunku *L*

Table 1. Results of calculations obtained on the assumption of constant diffusion coefficient:  $D_{m,L}=D_0$  for the samples in which the moisture transport occurred in *L* direction

Wyniki uzyskane przy zastosowaniu funkcji celu (7)					
Drewno	Próbki	$D_0$ [m <sup>2</sup> /s]	$\kappa_{m,L}$ [m/s]	$e$ [%]	
Sosna	1	1,38×10 <sup>-9</sup>	?	3,46	
	2	1,34×10 <sup>-9</sup>	?	3,27	
	3	1,37×10 <sup>-9</sup>	?	3,29	
Dąb	1	4,13×10 <sup>-10</sup>	?	2,72	
	2	4,13×10 <sup>-10</sup>	?	2,93	
	3	4,14×10 <sup>-10</sup>	?	2,61	
Lipa	1	1,07×10 <sup>-9</sup>	?	3,44	
	2	1,06×10 <sup>-9</sup>	?	3,59	
	3	1,09×10 <sup>-9</sup>	?	3,85	
Wyniki uzyskane przy zastosowaniu funkcji celu (8)					
Drewno	Próbki	$D_0$ [m <sup>2</sup> /s]	$\kappa_{m,L}$ [m/s]	$\alpha$ [-]	$e$ [%]
Sosna	1	1,64×10 <sup>-9</sup>	8,33×10 <sup>-7</sup>	0,03	3,95
	2	1,60×10 <sup>-9</sup>	9,12×10 <sup>-7</sup>	0,02	3,80
	3	1,61×10 <sup>-9</sup>	9,04×10 <sup>-7</sup>	0,02	3,76
Dąb	1	5,21×10 <sup>-10</sup>	2,59×10 <sup>-7</sup>	0,01	3,55
	2	5,20×10 <sup>-10</sup>	2,66×10 <sup>-7</sup>	0,01	3,76
	3	5,17×10 <sup>-10</sup>	2,83×10 <sup>-7</sup>	0,01	3,53
Lipa	1	1,27×10 <sup>-9</sup>	7,52×10 <sup>-7</sup>	0,03	4,01
	2	1,26×10 <sup>-9</sup>	7,71×10 <sup>-7</sup>	0,03	4,16
	3	1,30×10 <sup>-9</sup>	7,52×10 <sup>-7</sup>	0,03	4,45

Tabela 2. Wyniki obliczeń uzyskane przy założeniu zmiennego współczynnika dyfuzji:  $D_{m,R}=a_0+a_1C_m+a_2C_m^2$  w przypadku próbek z transportem wilgoci zachodzącym w kierunku *R*

Table 2. Results of calculations obtained on the assumption of variable diffusion coefficient:  $D_{m,R}=a_0+a_1C_m+a_2C_m^2$  for the samples in which the moisture transport occurred in *R* direction

Wyniki uzyskane przy zastosowaniu funkcji celu (7)						
Drewno	Próbki	$a_0$ [m <sup>2</sup> /s]	$a_1$ [(m <sup>2</sup> ·kg) /(s·kg)]	$a_2$ [(m <sup>2</sup> ·kg <sup>2</sup> ) /(s·kg <sup>2</sup> )]	$\kappa_{m,R}$ [m/s]	$e$ [%]
Dąb	1	9,12×10 <sup>-13</sup>	1,52×10 <sup>-9</sup>	-6,96×10 <sup>-9</sup>	2,86×10 <sup>-8</sup>	0,85
	2	5,21×10 <sup>-13</sup>	1,57×10 <sup>-9</sup>	-6,54×10 <sup>-9</sup>	2,84×10 <sup>-8</sup>	0,86
	3	3,74×10 <sup>-11</sup>	3,43×10 <sup>-10</sup>	-6,89×10 <sup>-10</sup>	2,60×10 <sup>-8</sup>	1,30
Wyniki uzyskane przy zastosowaniu funkcji celu (8)						
Drewno	Próbki	$a_0$ [m <sup>2</sup> /s]	$a_1$ [(m <sup>2</sup> ·kg) /(s·kg)]	$a_2$ [(m <sup>2</sup> ·kg <sup>2</sup> ) /(s·kg <sup>2</sup> )]	$\kappa_{m,R}$ [m/s]	$\alpha$ [-]
Dąb	1	5,32×10 <sup>-12</sup>	7,51×10 <sup>-10</sup>	-1,54×10 <sup>-9</sup>	4,29×10 <sup>-8</sup>	0,003

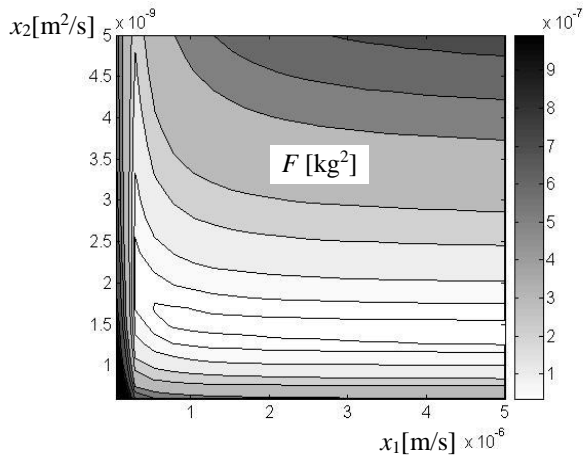
	2	$4,28 \times 10^{-12}$	$7,59 \times 10^{-10}$	$-0,98 \times 10^{-9}$	$4,23 \times 10^{-8}$	0,003	1,51
	3	$4,40 \times 10^{-12}$	$5,95 \times 10^{-10}$	$-1,08 \times 10^{-9}$	$4,19 \times 10^{-8}$	0,01	1,94

Tabela 3. Wyniki obliczeń uzyskane przy założeniu zmiennego współczynnika dyfuzji:  $D_{m,T} = a_0 + a_1 C_m + a_2 C_m^2$  w przypadku próbek z transportem wilgoci zachodzącym w kierunku  $T$

Table 3. Results of calculations obtained on the assumption of variable diffusion coefficient:  $D_{m,T} = a_0 + a_1 C_m + a_2 C_m^2$  for the samples in which the moisture transport occurred in  $T$  direction

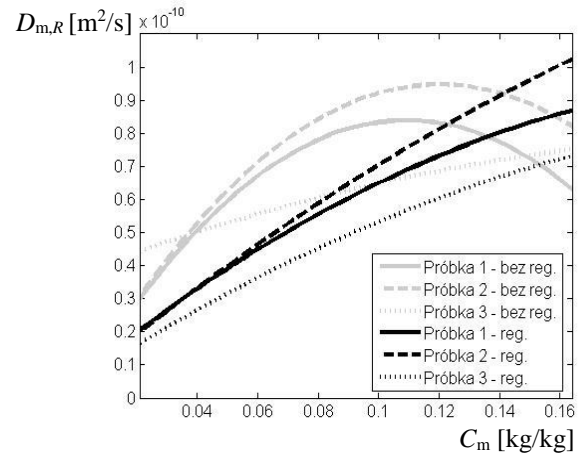
Wyniki uzyskane przy zastosowaniu funkcji celu (7)							
Drewno	Próbki	$a_0$ [m <sup>2</sup> /s]	$a_1$ [(m <sup>2</sup> ·kg) /(s·kg)]	$a_2$ [(m <sup>2</sup> ·kg <sup>2</sup> ) /(s·kg <sup>2</sup> )]	$\kappa_{m,T}$ [m/s]	$e$ [%]	
Lipa	1	$1,77 \times 10^{-10}$	$-2,98 \times 10^{-10}$	$-9,09 \times 10^{-10}$	$5,49 \times 10^{-8}$	0,32	
	2	$2,68 \times 10^{-9}$	$-4,06 \times 10^{-8}$	$1,69 \times 10^{-7}$	$4,17 \times 10^{-8}$	0,72	
	3	$7,99 \times 10^{-10}$	$-9,98 \times 10^{-9}$	$3,92 \times 10^{-8}$	$7,13 \times 10^{-8}$	0,35	
Wyniki uzyskane przy zastosowaniu funkcji celu (8)							
Drewno	Próbki	$a_0$ [m <sup>2</sup> /s]	$a_1$ [(m <sup>2</sup> ·kg) /(s·kg)]	$a_2$ [(m <sup>2</sup> ·kg <sup>2</sup> ) /(s·kg <sup>2</sup> )]	$\kappa_{m,T}$ [m/s]	$\alpha$ [-]	$e$ [%]
Lipa	1	$2,86 \times 10^{-10}$	$-2,09 \times 10^{-9}$	$6,27 \times 10^{-9}$	$4,29 \times 10^{-8}$	0,001	0,37
	2	$5,82 \times 10^{-10}$	$-2,14 \times 10^{-9}$	$1,63 \times 10^{-9}$	$4,23 \times 10^{-8}$	0,01	1,86
	3	$6,48 \times 10^{-10}$	$-6,91 \times 10^{-9}$	$2,49 \times 10^{-9}$	$4,19 \times 10^{-8}$	0,001	0,55

Z kolei w przypadkach przedstawionych w tabeli 2 i 3 oszacowane wartości parametrów materiałowych występujących w funkcji (6) cechowały się zbyt dużymi rozrzutami, jeśli nie zastosowano regularyzacji. Dzięki wprowadzeniu do rozważań funkcji celu w postaci (8) i znalezieniu odpowiedniego parametru  $\alpha$  uzyskano już powtarzalne wyniki, dające jakościowo identyczne przebiegi zmienności współczynnika dyfuzji w badanym zakresie wilgotności drewna (rys. 3 i 4).



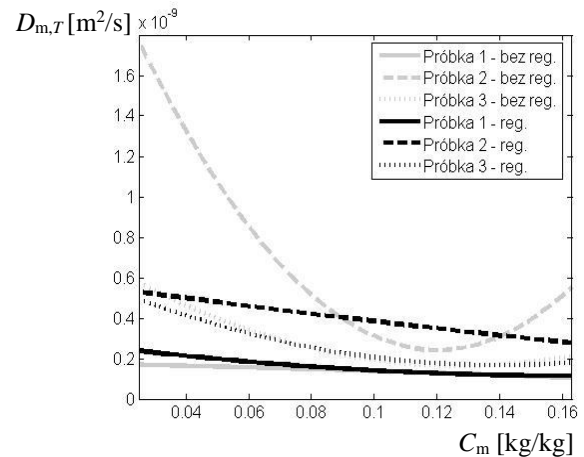
Rys. 2. Przykładowy wykres warstwiczny funkcji celu (7) w przypadku próbki nr 1 z drewna sosnowego przy transporcie wilgoci zachodzącym w kierunku  $L$

Fig. 2. An exemplary contour line graph of objective function (7) for the pine wood sample no. 1 when the moisture transport occurred in  $L$  direction



Rys. 3. Porównanie oszacowanych zmienności współczynnika dyfuzji bez i z regularyzacją funkcji celu w przypadku próbek z drewna dębowego przy transporcie wilgoci zachodzącym w kierunku  $R$

Fig. 3. A comparison of estimated variabilities of diffusion coefficient, with and without the regularization of objective function, for the oak wood samples when the moisture transport occurred in  $R$  direction



Rys. 4. Porównanie oszacowanych zmienności współczynnika dyfuzji bez i z regularyzacją funkcji celu w przypadku próbek z drewna lipowego przy transporcie wilgoci zachodzącym w kierunku  $T$

Fig. 4. A comparison of estimated variabilities of diffusion coefficient, with and without the regularization of objective function, for the linden wood samples when the moisture transport occurred in  $T$  direction

## 5. WNIOSKI

W pracy zaprezentowano skuteczny sposób wykorzystujący metody Tichonowa i *L-curve* w regularyzacji współczynnikowych zadań odwrotnych z zakresu badań współczynnika dyfuzji wilgoci i przejmowania masy w drewnie – w tym również w ujęciu nieliniowym fizycznie. Sformułowanie w ten sposób zadania odwrotnego można także bezpośrednio zastosować do interpretacji podobnych pomiarów prowadzonych na innych rodzajach materiałów porowatych, a ponadto, z uwagi na analogię opisu matematycznego, przy identyfikacji współczynników wyrównywania temperatury i przejmowania ciepła w badaniach z zakresu fizyki cieplnej.

### EXAMPLES OF REGULARIZATION FOR TASKS OF DETERMINING MOISTURE DIFFUSIVITY AND MASS SURFACE EMISSION OF WOOD

**Summary:** In the paper, a method for determining the moisture diffusion coefficient and mass surface emission coefficient of wood is considered which employs measurements of total mass of samples recorded in a non-stationary sorption process where the estimation of the material parameters is realized by minimizing the sum of square errors between the measurement results and adopted calculation model. It was shown in [9,12] that in problems of this type, especially in the case of the expression of diffusion coefficient as a nonlinear function dependent on the moisture content or of a relatively large mass surface emission coefficient when diffusion process taking place along the wood fibres, unambiguous definition of the global minimum of the objective function can be very difficult. In this paper, as a way that allows for the effective regularization of this parametric inverse problem, Tikhonov method and *L-curve* method are used. The considerations are illustrated with examples of measurements conducted on the samples of pine, oak, and linden wood where, thanks to the used approach, one significantly improved quality of results.

#### Literatura

- [1] Bodig J., Jayne B.A. *Mechanics of Wood and Wood Composites*. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida 1993 (Reprint Edition with corrections)
- [2] Mielczarek Z. *Budownictwo drewniane*. Arkady, Warszawa 1994
- [3] Teasdale-St-Hilaire A., Derome D. *Comparison of experimental and numerical results of wood-frame wall assemblies wetted by simulated wind-driven rain infiltration*. Energy and Buildings 39 (2007) 1131-1139
- [4] Houška M., Koc P. *Sorptive stress estimation: An important key to the mechano-sorptive effect in wood*. Mechanics of Time-Dependent Materials 4 (2000) 81-98
- [5] Čermák P., Trcala M. *Influence of uncertainty in diffusion coefficients on moisture field during wood drying*. International Journal of Heat and Mass Transfer 55 (2012) 7709-7717
- [6] Eitelberger J., Svensson S. *The sorption behaviour of wood studies by means of an improved cup method*. Transport in Porous Media 92 (2012) 321-335
- [7] Danvind J., Ekevad M. *Local water vapour diffusion coefficient when drying Norway spruce sapwood*. Journal of Wood Science 52 (2006) 195-201
- [8] Olek W., Perré P., Weres J. *Implementation of a relaxation equilibrium term in the convective boundary condition for a better representation of the transient bound water diffusion in wood*. Wood Science and Technology 45 (2011) 677-691
- [9] Perkowski Z., Świrska-Perkowska J., Gajda M. *Comparison of moisture diffusion coefficients for pine, oak and linden wood*. DOI: 10.1177/1744259116673967, Journal of Building Physics (First Published October 24 2016) (2016) 1-27
- [10] Sargent R., Riley S., Schöttle L. *Measurement of dynamic sorption behaviour of small specimens of pinus radiata – influence of wood type and moisture content on diffusion rate*. Maderas Ciencia y Tecnologia 12(1) (2010) 93-103
- [11] Silva W.P., Silva L.D., Oliveira Farias V.S., Silva C.M.D.P.S., Ataíde J.S.P. *Three-dimensional numerical analysis of water transfer in wood: determination of an expression for the effective mass diffusivity*. Wood Science and Technology 47 (2013) 897-912
- [12] Świrska-Perkowska J., Gajda M. *Wyznaczanie współczynnika dyfuzji wilgoci w drewnie sosny zwyczajnej*. Roczniki Inżynierii Budowlanej 16 (2016) 17-28
- [13] Marquardt D.W. *An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters*. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics 11, 2 (1963) 431-441.
- [14] Phillips D.L. *A technique for the numerical solution of certain integral equations of the first kind*. Journal of the Association for Computing Machinery 9 (1962) 84-97
- [15] Tikhonov A.N. *Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method*. Soviet Math. Dokl. 4 (1963) 1035-1038 (angielskie tłumaczenie pracy z Dokl. Akad. Nauk SSSR 151 (1963) 501-504)
- [16] Świrska-Perkowska J. *Adsorpcja i ruch wilgoci w porowatych materiałach budowlanych w warunkach izotermicznych*. PAN KILiW, Studia z zakresu inżynierii 77, Warszawa 2012
- [17] Lawson C.L., Hanson R.J. *Solving Least Squares Problems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1974 (przedruk z SIAM Philadelphia (1995))
- [18] Miller K. *Least squares methods for ill-posed problems with a prescribed bound*. SIAM Journal of Mathematical Analysis 1 (1970) 52-74