



## Modelowanie wpływu błędów średnich przyjmowanych wartości parametrów teorii na błąd średni prognozy obniżeń, nachyleń i krzywizn terenu górniczego

Modeling of the influence of average error values of the assumed parameter values in the theory of the influence on the average error of prediction of subsidence, inclinations and curvatures of the mining area

Dr inż. Aleksandra Mierzejowska<sup>\*)</sup>

**Treść:** Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej na powierzchnię terenu wymaga określenia wartości parametrów zastosowanej teorii wpływów, poprzez które uwzględniane są charakterystyczne dla danego rejonu warunki geologiczno-górnice. W przypadku teorii geometryczno-całkowych wyróżnić można trzy podstawowe parametry:  $tg\beta$  - decydujący o wartości parametru rozproszenia wpływów,  $a$ -współczynnik eksploatacyjny oraz w przypadku wzorów J. Białka [3, 4] lub J. Zycha [16] parametr  $A_1$  zależny od szerokości tzw. obrzeża „ $d$ ”. Powyższe parametry określane są z pewnym błędem średnim decydującym o dokładności prognozy [6, 7, 9, 10]. W artykule analizowano wpływ błędów średnich poszczególnych parametrów na błąd wyznaczenia wskaźników opisujących deformacje terenu górniczego oraz miejsca ich występowania dla teoretycznego przypadku eksploatacji prostokątnego pola ścianowego.

**Abstract:** Prediction of the effects of mining on the land surface requires a determination of the value of parameters used in the theory of influence, by which the characteristic geological and mining conditions for the area are considered. In the case of geometrical theory of integral, we can distinguish three basic parameters:  $tg\beta$  - determining the value of the dispersion parameter of influence,  $a$  - operating-ratio and in the case of formula J. Białek [3, 4] and J. Zych [16] the parameter  $A_1$  which depends on the width of the so-called border - " $d$ ". These parameters are calculated from the average error which determines the precision of the prediction [6, 7, 9, 10]. This paper presents an analysis of the effects of average errors of each parameter on the error of the determination of indicators which describe mining area deformations and places they occur for the theoretical case of a rectangular field longwall operation.

### Słowa kluczowe:

błędy parametrów, błędy wskaźników deformacji, współczynnik zmienności, mapy warstwowe

### Key words:

errors of parameters, errors of deformation indicators, changeability factor, contour line's maps

## 1. Wprowadzenie

Aby wykonać prognozę wpływów projektowanej eksploatacji górniczej, należy dysponować jej projektem, tj. znać jej geometrię i harmonogram jej realizacji oraz dokonać możliwie najbardziej trafnego doboru wartości parametrów zastosowanej teorii wpływów, poprzez które uwzględniane są charakterystyczne dla danego rejonu warunki geologiczno-górnice.

Ograniczając rozważania do ruchów pionowych, w przypadku teorii geometryczno-całkowych wyróżnić można trzy podstawowe parametry:  $tg\beta$  - decydujący o wartości parametru rozproszenia wpływów,  $a$ -współczynnik eksploatacyjny oraz w przypadku wzorów J. Białka [3, 4] lub wzorów J. Zycha [16] parametr zależny od szerokości tzw. obrzeża „ $d$ ”. Gdy rozszerzymy zakres rozważań o ruchy poziome to dodatko-

wym parametrem jest współczynnik ruchów poziomych  $B$  zwany współczynnikiem Awierszyna [1]. Powyższe parametry określane są z pewnym błędem średnim decydującym o dokładności prognozy. W przypadku większości wykonywanych prognoz deformacji posługujemy się uśrednionymi wartościami parametrów teorii wpływów, wyznaczonymi w oparciu o obszerny zestaw pomiarów zrealizowanych w różnych rejonach eksploatacyjnych. Korzystając z takiego zestawu danych, wyznaczono średnie wartości parametrów  $tg\beta$ ,  $a$ ,  $A_1$  oraz ich błędy średnie  $\sigma_{tg\beta}$ ,  $\sigma_a$ ,  $\sigma_{A_1}$ .

Dane te posłużyły do wykonania oceny wpływu błędów średnich przyjętych wartości parametrów teorii wpływów na wielkość i rozkład powierzchniowy błędów prognozy wybranych wskaźników deformacji terenu górniczego. Obliczenia przeprowadzono dla teoretycznego przypadku eksploatacji prostokątnego pola ścianowego. Wynikiem pracy są mapy warstwowe współczynników zmienności błędów średnich poszczególnych wskaźników deformacji oraz ich ocena.

<sup>\*)</sup> Politechnika Śląska, Gliwice

## 2. Źródła błędów prognozowanych wartości wskaźników deformacji terenu górniczego

Wszystkie prognozy deformacji terenu górniczego charakteryzują pewne rozbieżności pomiędzy teoretycznymi, prognozowanymi wartościami wskaźników deformacji a wartościami, które następnie potwierdzono pomiarami geodezyjnymi [ 2, 5, 10, 11, 14, 15]. Rozbieżności te mogą być spowodowane m.in.:

- rozproszeniem losowym cechującym proces obniżen terenu górniczego;
- nieadekwatnością modelu matematycznego opisującego obniżenie względem rzeczywistego przebiegu tego zjawiska;
- błędem pomiarów geodezyjnych;
- zmianami realizacji projektu eksploatacji (zmianą grubości eksploatacyjnej, sposobu kierowania stropem, kierunku oraz prędkości eksploatacji).

Przykład pomierzonego oraz przeciętnego przebiegu obniżen przedstawiono na rysunku 1.

Bardzo duża liczba różnorodnych czynników decydujących o przebiegu procesu deformacji powoduje, że nie jesteśmy w stanie przewidzieć i uwzględnić ich na etapie sporządzania prognozy. Losowy charakter procesu deformacji ujawnia się w postaci nieregularności obserwowanych wartości wskaźników. Najmniej widoczne są nierównomierności przemieszczeń pionowych i poziomych, największe dla wskaźników pochodnych od obniżen i przesunięć poziomych: nachyleń, odkształceń oraz krzywizn [13, 14, 15].

Nieadekwatność modelu matematycznego przyjętego do opisu obniżen wynika przede wszystkim z uproszczeń zastosowanych do odzwierciedlenia ruchów górotworu. W naszym przypadku opis wpływu wszystkich zawiłości budowy górotworu na rozkład obniżen ograniczony jest do 3 omawianych parametrów modelu, które traktuje się jako wielkości stałe.

Rozbieżności wynikających ze zmiany projektowanej eksploatacji w stosunku do dokonanej nie da się wyeliminować, jak również uwzględnić w prognozach a priori. Możliwa jest natomiast analiza wpływu tego czynnika poprzez wykonanie prognozy po zakończeniu eksploatacji (a posteriori).

Pośród wymienionych czynników mamy wpływ jedynie na dokładność, z jaką wykonywane są obserwacje geodezyjne. Poprzez dobór odpowiedniej metody pomiarowej oraz sprzętu o zadowalającej dokładności można odpowiednio zredukować wielkości błędów pomiarowych.

## 3. Oszacowanie średnich wartości parametrów $\text{tg}\beta$ , $a$ , $A_1$ oraz ich błędów średnich $\sigma_{\text{tg}\beta}$ , $\sigma_a$ , $\sigma_{A_1}$ w oparciu o wyniki pomiarów geodezyjnych

W przypadku wykonywania prognozy wpływów projektowanej eksploatacji górniczej na powierzchnię terenu górniczego wartości parametrów  $\text{tg}\beta$ ,  $a$ ,  $A_1$  przyjmuje się najczęściej w oparciu o ich wartości wyznaczone na podstawie pomiarów geodezyjnych, prowadzonych w rejonie charakteryzującym się podobnymi warunkami geologiczno-górnictwymi lub jako pewne średnie wartości tych parametrów, ustalone na podstawie obserwacji geodezyjnych prowadzonych na wielu liniach pomiarowych.

W celu przeanalizowania wpływu błędów średnich  $\sigma_{\text{tg}\beta}$ ,  $\sigma_a$ ,  $\sigma_{A_1}$  z jakimi określamy parametry  $\text{tg}\beta$ ,  $A_1$ ,  $a$  na błąd określenia wybranych wskaźników deformacji, przyjęto ich wartości średnie, korzystając z wyników pracy [10]. Jako miarę dokładności ich wyznaczenia przyjęto błąd średni. Wartości średnie parametrów oraz ich błędy średnie zestawiono w tabelicy 1.

**Tabela 1. Średnie wartości parametrów oraz ich błędy**  
**Table 1. Average values of parameters and their errors**

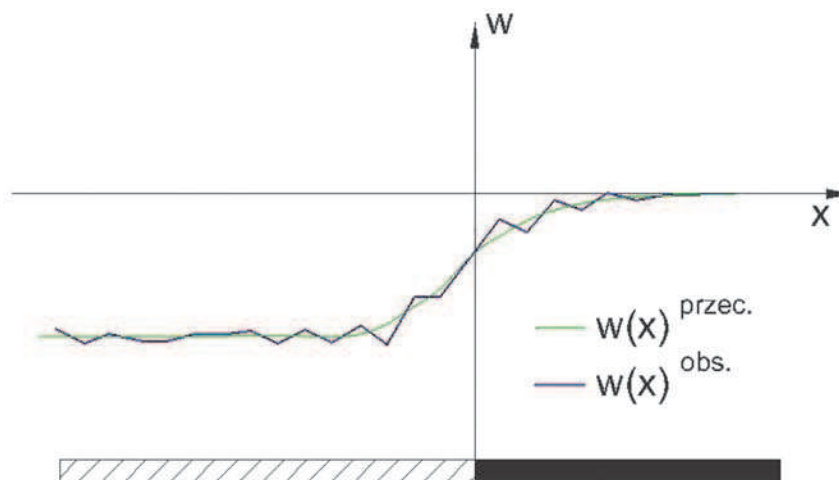
Parametr	Parametry i ich wartości średnie wg A. Mierzejowskiej [10]		Parametry i ich błędy średnie wg A. Kowalskiego [8]	
	Wartość parametru	Błąd średni $\sigma$ parametru	Wartość parametru	Błąd średni $\sigma$ parametru
$\text{tg}\beta$	2,160	0,297	1,93	0,28
$A_1$	0,208	0,066	0,16	0,08
$d$	0,115h	0,036h	0,1h	0,05h
$a$	0,82	0,09	0,8	0,11

Dla porównania, w tabelicy 1 zamieszczono średnie wartości parametrów i ich błędów średnich wyznaczone przez A. Kowalskiego [8].

Ponieważ w pracy [10] wyznaczano wartość parametru obrzeża  $A_1$ , natomiast A. Kowalski w pracy [8] wyznaczał szerokość obrzeża  $d$  w funkcji głębokości  $h$ , dla ich porównania przeliczono je według zależności (1) określonej przez J. Białka [3].

$$d \approx 1.2 \cdot A_1 \cdot \frac{h}{\text{tg}\beta} \quad (1)$$

Widać, że zarówno wartości parametrów  $\text{tg}\beta$ ,  $A_1$ ,  $a$ , jak i średnie wartości ich błędów są zbliżone do wyników uzyskanych przez A. Kowalskiego [8].



**Rys. 1. Pomierzony oraz przeciętny przebieg obniżen terenu górniczego [12]**  
**Fig. 1. Surveyed and average run of mining ground subsidence [12]**

**4. Błędy średnie wskaźników deformacji terenu górniczego spowodowane błędami parametrów teorii wpływów**

Zakładając normalny rozkład oraz niezależność wartości poszczególnych parametrów, wartość błędu średniego dowolnego wskaźnika deformacji terenu górniczego wyznaczyć można z zależności

$$\sigma_D = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial \text{tg}\beta}\right)^2 \cdot \sigma_{\text{tg}\beta}^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial A_1}\right)^2 \cdot \sigma_{A_1}^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial a}\right)^2 \cdot \sigma_a^2} \quad (2)$$

gdzie:

- $\sigma_a$  – błąd średni wskaźnika deformacji terenu górniczego;
- $\frac{\partial D}{\partial \text{tg}\beta}$  – pochodna cząstkowa wskaźnika deformacji terenu górniczego wyznaczona względem parametru  $\text{tg}\beta$ ;
- $\frac{\partial D}{\partial A_1}$  – pochodna cząstkowa wskaźnika deformacji terenu górniczego wyznaczona względem parametru  $A_1$ ;
- $\frac{\partial D}{\partial a}$  – pochodna cząstkowa wskaźnika deformacji terenu górniczego wyznaczona względem parametru  $a$ ;
- $\sigma_{\text{tg}\beta}$  – błąd średni parametru  $\text{tg}\beta$ ;
- $\sigma_{A_1}$  – błąd średni parametru  $A_1$ ;
- $\sigma_a$  – błąd średni parametru  $a$ ;

Dla ogólnego przypadku eksploatacji o dowolnym kształcie, ściśle obliczenie pochodnych występujących we wzorze (2) jest bardzo złożone. Można to jednak wykonać w sposób przybliżony metodą różnicową, korzystając z istniejącego oprogramowania. W tym celu 3-krotnie obliczamy wartości analizowanego wskaźnika deformacji przyjmując do obliczeń następujące zestawy parametrów:  $\text{tg}\beta, A_1$ ;  $\text{tg}\beta + \Delta \text{tg}\beta, A_1$  oraz  $\text{tg}\beta, A_1 + \Delta A_1$ .

W przypadku map deformacji obliczenia prowadzimy w punktach  $x, y$  tworzących regularną siatkę. W wyniku tych

obliczeń uzyskujemy 3 siatki (tablice) wartości analizowanego wskaźnika deformacji. Odpowiednio manipulując tymi tablicami (napisano w tym celu specjalny program Bgrid.exe ©Białek Jan) uzyskujemy tablicę (siatkę) zawierającą wartości błędów wskaźników obliczonych zgodnie ze wzorem (2), dzięki czemu możliwe jest wykreślenie ich map warstwicznych lub map warstwicznych współczynników zmienności tych wskaźników.

**5. Rozkład błędów średnich prognozowanych wartości wybranych wskaźników deformacji dla przykładowego prostokątnego pola ścianowego**

Jako eksploatację projektowaną przyjęto prostokątne pole ścianowe o wymiarach 300 m na 600 m, grubości  $g = 2,5$  m z zawalem stropu, na głębokości 300 m.

Ostatecznie do analizy przyjęto pewne uśrednione wartości parametrów:  $\text{tg}\beta = 2,160, a = 0,8, A_1 = 0,16$  i ich błędów:  $\sigma_{\text{tg}\beta} = 0,3, \sigma_a = 0,1; \sigma_{A_1} = 0,066$ .

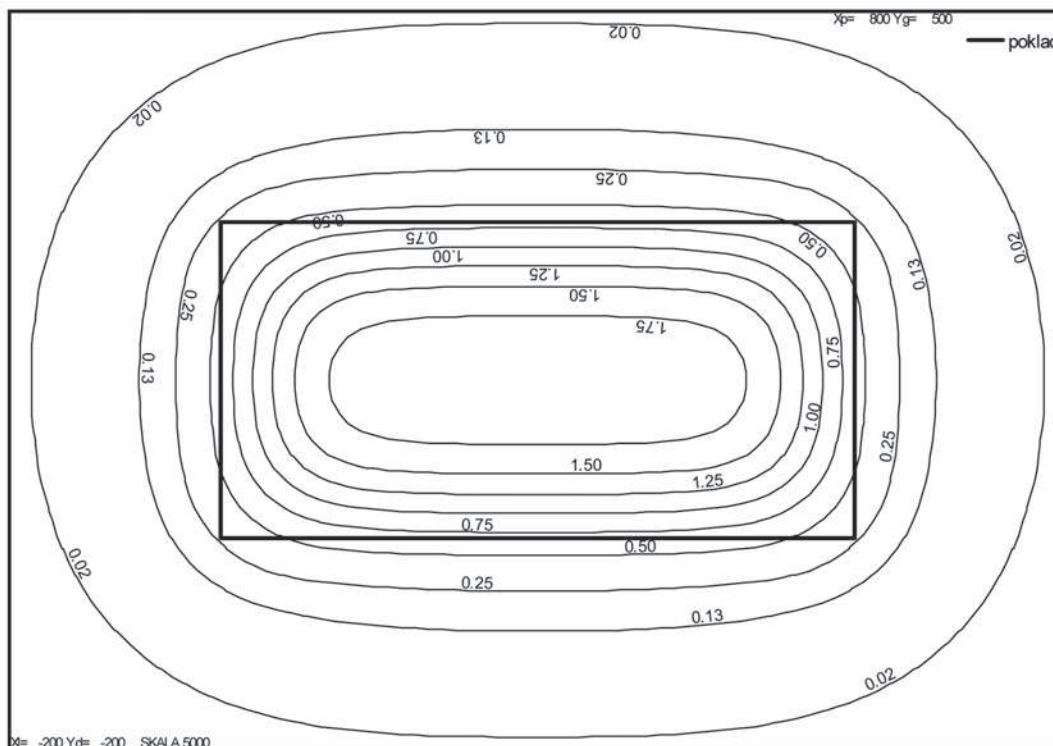
Zgodnie z ogólnie znanymi wzorami S. Knothego, powyższym parametrom w przypadku eksploatacji o kształcie półpłaszczyzny odpowiadają następujące maksymalne wartości wskaźników deformacji (kolejno obniżenie maksymalne, nachylenie maksymalne oraz krzywizna maksymalna):

$$w_{\max} = -a \cdot g = -2000 \text{ mm} \quad (3)$$

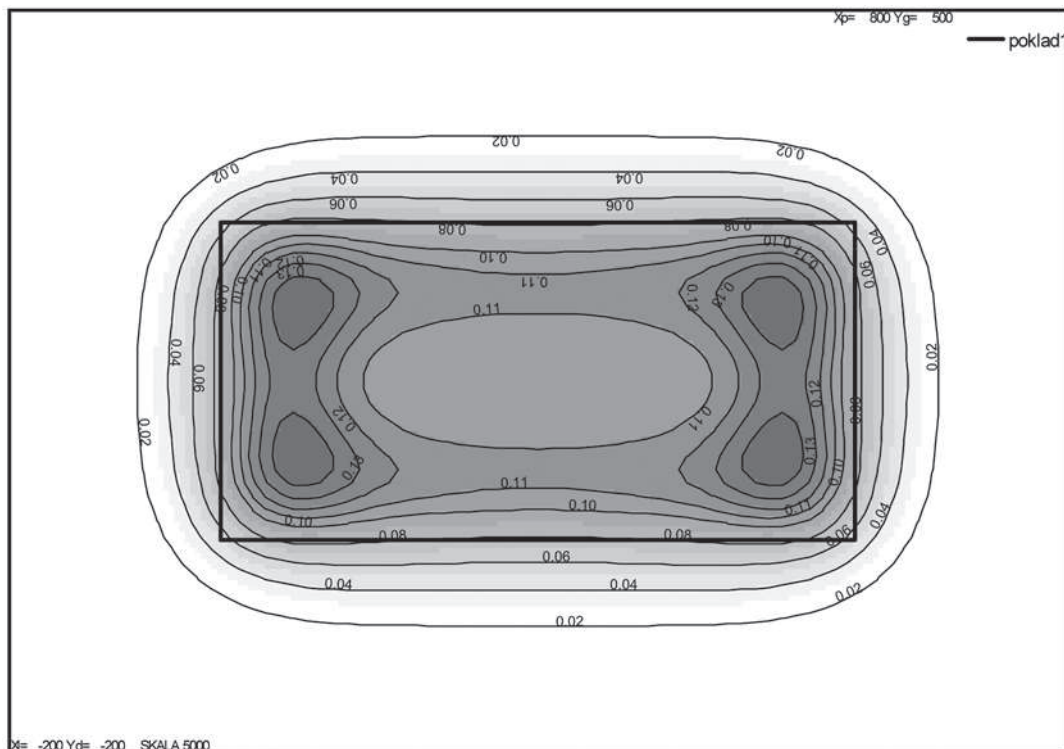
$$T_{\max} = \frac{a \cdot g}{r} = 14,4 \frac{\text{mm}}{\text{m}} \quad (4)$$

$$K_{\max} = 1,52 \frac{a \cdot g}{r^2} = 158 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1} \quad (5)$$

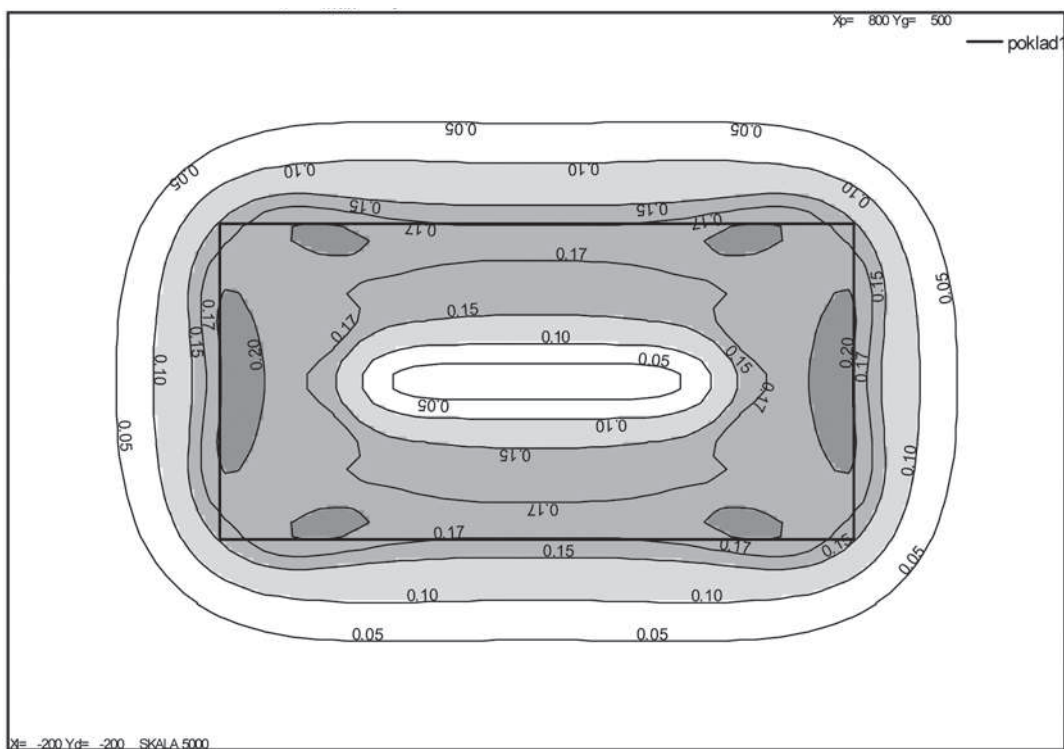
Na rys. 2 przedstawiono mapę warstwicową obniżeń, a mapy współczynników zmienności poszczególnych wskaźników deformacji na rys. 3 – 5, które obliczono dzieląc wartość błędu średniego analizowanego wskaźnika przez jego wartość maksymalną określoną wzorami (3), (4) i (5).



Rys. 2. Mapa warstwicowa obniżeń terenu górniczego dla rozpatrywanego przykładu eksploatacji.  
Fig. 2. Contour line's map of the subsidences of the mining area for the considered exploitation's example



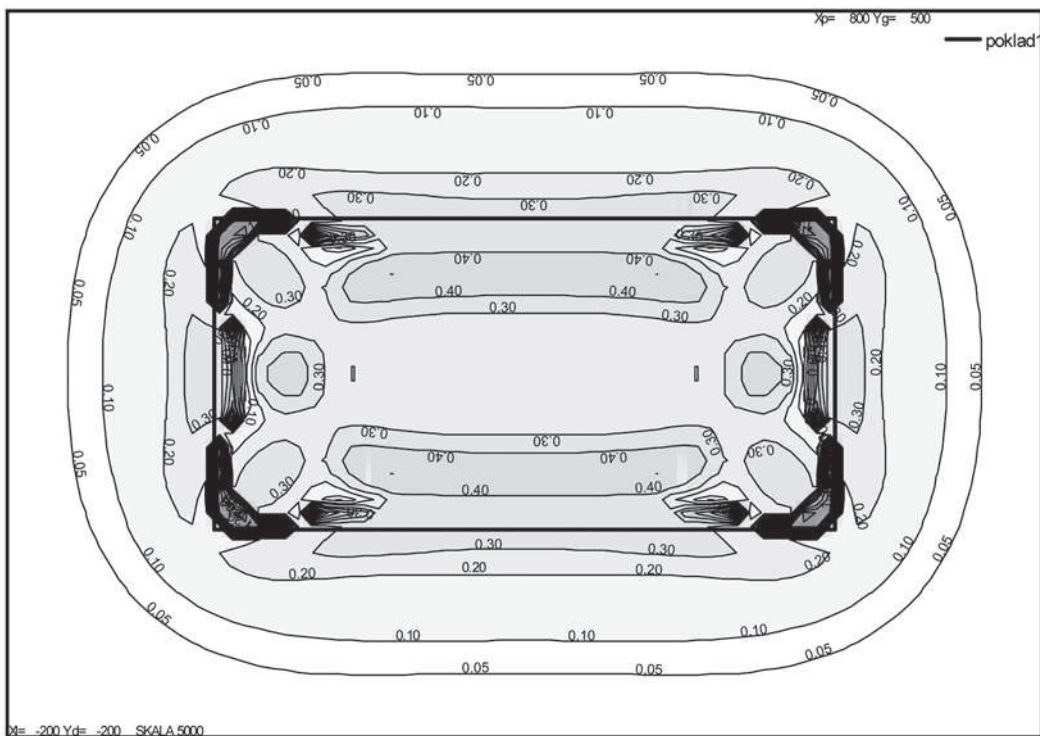
Rys. 3. Mapa warstwowa współczynnika zmienności prognozy obniżeń  
Fig. 3. Contour line's map of the changeability factor of the subsidence prognosis



Rys. 4. Mapa warstwowa współczynnika zmienności prognozy nachyleń  
Fig. 4. Contour line's map of the changeability factor of the inclination prognosis

Maksymalne wartości  $\sigma_w/w_{max}=0,15$  występują nad narożami eksploatowanego pola. Wzdłuż dłuższych krawędzi wartość  $\sigma_w/w_{max}=0,11$ .

Maksymalne wartości współczynnika zmienności  $M_T=\sigma_T/T_{max}=0,21$  występują w rejonie krótszego boku eksploatowanego pola. Nad zrobami, wzdłuż dłuższych krawędzi wartość  $M_T=0,18$ .



Rys. 5. Mapa warstwowa współczynnika zmienności prognozy krzywizn głównych ustalonej niecki obniżeniowej

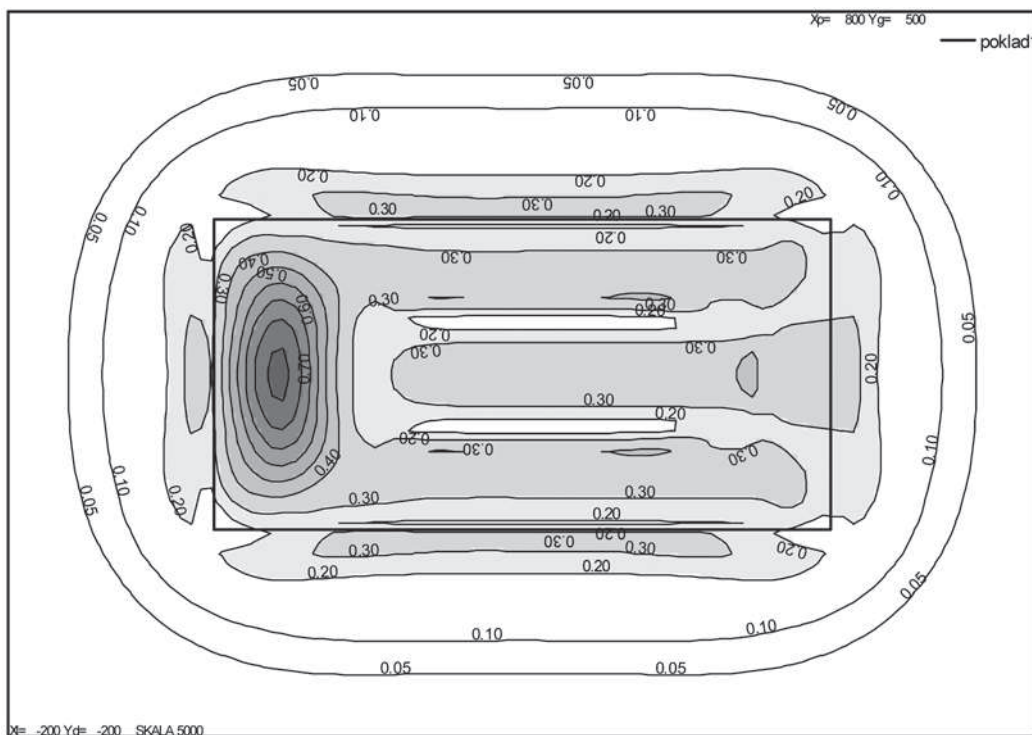
Fig. 5. Contour line's map of the changeability factor of the mining curvatures' prognosis of the established the trough

Jak wynika z rys. 5 współczynnik zmienności  $M_K = \sigma_K / K_{max}$  krzywizn głównych ustalonej niecki obniżeniowej jest bardzo zmienny. Niezwykle duże maksymalne wartości  $M_K = 1,54$  (154%) występują w rejonie naroży pola ścianowego. Nad krótszymi krawędziami wartość  $M_K = 0,86$  (86%), natomiast

nad dłuższymi krawędziami jest najmniejsza i osiąga wartość  $M_K = 0,46$  (46%).

Powyższe tłumaczy, stwierdzone pomiarami geodezyjnymi, bardzo duże błędy prognoz krzywizn końcowych.

Znacznie korzystniejszy wynik uzyskujemy, analizując ekstremalne w czasie krzywizny główne ( $M_{Kce}$ ) (rys. 6).



Rys. 6. Mapa warstwowa współczynnika zmienności prognozy krzywizn głównych ekstremalnych w czasie

Fig. 6. Contour line's map of the changeability factor of the extreme-in-time curvatures' prognosis

W obliczeniach założono, że ściana będzie eksploatowana od boku lewego do prawego. Współczynnik zmienności  $M_{K_{ce}}$  tych krzywizn zawiera się w przedziale od 0 do 0,92, przy czym ta maksymalna wartość występuje w rejonie tworzenia się niepełnej niecki obniżeniowej, gdzie maksymalne krzywizny są 2 razy większe od krzywizn  $K_{max}$ , charakteryzujących pełną nieckę obniżeniową. Na pozostałym obszarze współczynnik zmienności  $M_{K_{ce}}$  mieści się w przedziale 0 do 0,41. Wartości analizowanych współczynników zmienności zestawiono w tablicy 2.

**Tablica 2. Wartości współczynników zmienności**  
**Table 2. Values of the changeability factor**

Wskaźnik deformacji terenu górniczego	Zakres współczynnika zmienności $\sigma_D/D_{max}$		
	Wartość maksymalna	Wartość wzdłuż dłuższego boku (jak dla pełnej niecki)	Wartość według A. Kowalskiego (pełna niecka)
Obniżenie $w$	0,15	0,11	0,12
Nachylenie $T_{wypadkowe}$	0,21	0,18	0,20
Końcowe krzywizny główne $K$	1,54	0,33 nad calizną 0,46 nad zrobami	0,33
Ekstremalne w czasie krzywizny główne $K_{ce}$	0,92	0,30 nad calizną 0,41 nad zrobami	

## 6. Podsumowanie

Dla przyjętych danych analiza rozkładu błędów średnich wyznaczenia wartości obniżeń, nachyleń oraz krzywizn głównych ekstremalnych w czasie, wywołanych błędami średnimi przyjętych do prognozy parametrów  $\text{tg}\beta$ ,  $A_p$ ,  $a$ , wykazała, że:

- Maksymalny błąd średni obniżeń może osiągnąć wartość około 15% obniżenia maksymalnego. Wartości maksymalne wystąpią nad zrobami w rejonie naroży pola eksploatacyjnego.
- Maksymalny błąd średni nachyleń może osiągnąć wartość około 21% nachylenia maksymalnego. Wartości błędów maksymalnego wystąpi wzdłuż krótszej krawędzi eksploatacji.
- Maksymalny błąd średni krzywizn głównych niecki ustalonej może osiągnąć w narożach pola eksploatacyjnego wartość 154% krzywizny maksymalnej  $K_{max}$ , a na pozostałym obszarze wartość  $<46\% K_{max}$ .
- Maksymalny błąd średni krzywizn głównych ekstremalnych w czasie może osiągnąć wartość około 92%  $K_{max}$ . Wartość błędów maksymalnego wystąpi w rejonie rozpoczęcia eksploatacji. Nad pozostałą częścią pola wybierania błąd krzywizn będzie  $<41\% K_{max}$ . Przewidywany błąd krzywizn ekstremalnych w czasie będzie mniejszy od błędów krzywizn niecki ustalonej i cechować go będzie mniejsza zmienność.

W rozważaniach nie uwzględniono wpływu błędów rozproszenia losowego analizowanych wskaźników deformacji.

Analiza wykazała istotny wzrost błędów prognoz w rejonach naroży pól eksploatacyjnych. Szczególnie dotyczy to prognoz krzywizn głównych ustalonej niecki obniżeniowej.

Wartości współczynników zmienności w rejonie środka dłuższego boku parceli, gdzie deformacje są bardzo zbliżone do charakteryzujących pełną nieckę obniżeniową, były praktycznie identyczne z wynikami pracy A. Kowalskiego [8].

## Literatura

1. *Awierszyn S.G.*: Sdwiżenije gornych parod pri podziemnych rozrabotkach. Ugletiechizdat. Moskwa 1947.
2. *Batkiewicz W.*: Odchylenia standardowe poeksploatacyjnych deformacji górotworu. Prace Komisji Górniczo – Geodezyjnej PAN. Geodezja z.10. Kraków 1971.
3. *Bialek J.*: Algorytmy i programy komputerowe do prognozowania deformacji terenu górniczego. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2003.
4. *Bialek J.*: Opis nieustalonej fazy obniżeń terenu górniczego z uwzględnieniem asymetrii wpływów końcowych. „Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej”, s. Górniczo 1991, z. 194.
5. *Bialek J.*: Prognoza kategorii odształceń poziomych wykonana z założonym poziomem jej bezpieczeństwa. „Przeгляд Górnicy” 2013, nr 8.
6. *Bialek J., Mierzejowska A.*: Wpływ liczby punktów pomiarowych oraz głębokości eksploatacji na błąd wyznaczenia wartości wybranych parametrów teorii wpływów. Miesięcznik WUG „Bezpieczeństwo pracy i ochrona środowiska w górnictwie”, 2011, nr 2.
7. *Bialek J., Mierzejowska A.*: Oszacowanie dokładności parametrów  $\text{tg}\beta$ ,  $A_{obr}$ ,  $a$ , wyznaczonych na podstawie pomiarów niepełnych niecek obniżeniowych. „Przeгляд Górnicy” 2012, nr 8.
8. *Kowalski A.*: Nieustalone górnicze deformacje powierzchni w aspekcie dokładności prognoz. Prace Naukowe GIG. Katowice 2007.
9. *Kwinta A.*: Oszacowanie błędów wskaźników deformacji na podstawie dokładności wyznaczanych parametrów teorii Knothego. „Przeгляд Górnicy” 2010, nr 11.
10. *Mierzejowska A.*: Wpływ liczby i usytuowania punktów pomiarowych względem pola eksploatacyjnego na dokładność wyznaczenia wartości parametrów modelu opisującego obniżenie terenu górniczego. Praca doktorska niepublikowana. Gliwice 2010.
11. *Ostrowski J.*: Ocena rozbieżności między obserwowanymi a prognozowanymi przemieszczeniami powierzchni wywołanymi podziemną eksploatacją górnictwem. „Ochrona Terenów Górniczych” 1983, nr 66.
12. *Popiołek E.*: Ochrona terenów górniczych. Wydawnictwo AGH. Kraków 2009.
13. *Popiołek E.*: Próba ustalenia głównych przyczyn rozbieżności prognozowanych i obserwowanych poeksploatacyjnych wskaźników deformacji. „Ochrona Terenów Górniczych” 1981, nr 58.
14. *Stoch T.*: Wpływ warunków geologiczno – górniczych eksploatacji złoża na losowość procesu przemieszczeń i deformacji powierzchni terenu. Praca doktorska niepublikowana. Kraków 2005.
15. *Szpetkowski S.*: Wyznaczanie nierównomierności (fluktuacji) przemieszczeń i deformacji powierzchni w obszarach górniczych kopalń węgla kamiennego. Prace Komisji Górniczo-Geodezyjnej PAN, s. Geodezja 26, 1978.
16. *Zych J.*: Metoda prognozowania wpływów eksploatacji górniczej na powierzchnię terenu uwzględniająca asymetryczny przebieg procesu deformacji. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Górniczo, 1987, z. 1. 164.