Architectus

2013
1(33)

DOI: 10.5277/arc130106

Piotr Furmanek*

W poszukiwaniu zasad architektury fraktalnej

In search of fractal architecture's principles

Charles Jencks, amerykański architekt i historyk architektury, znany krytyk, który jako pierwszy ogłosił upadek modernizmu w architekturze oraz zdefiniował postmodernizm, jest autorem wielu książek na temat architektury i kultury. Jedną z ważniejszych pozycji w jego dorobku zajmuje dzieło zatytułowane *Język postmodernistycznej architektury* po raz pierwszy wydane w 1977 r. i kilkakrotnie w kolejnych latach wznawiane. Następne wydania były sukcesywnie uzupełniane nowymi przykładami i wzbogacane błyskotliwymi komentarzami autora (w Polsce książkę opublikowano w 1987 r. pod tytułem *Architektura postmodernistyczna*). Ostatnie – siódme – wydanie ukazało się w 2002 r. jako *The New Paradigm in Architecture* z podtytułem *The Language of Post-Modern Architecture* (Nowy paradygmat architektury – język architektury postmodernistycznej). Do podstawowej części dzieła dotyczącej teorii postmodernizmu Jencks dodał dwa nowe rozdziały: „The New Paradigm I – Complexity Architecture" (Nowy paradygmat I – Architektura złożoności) oraz „The New Paradigm II – «Fractal Architecture»" (Nowy paradygmat II – architektura fraktalna). W rozdziałach tych głosi narodziny nowych kierunków, twierdząc, że przyszłość architektury należeć będzie do fraktali, kosmosu i form falujących. Analizując dokładniej prezentowane przez Jencksa poglądy, daje się dostrzec pewne nieścisłości w zakresie doboru przykładów ilustrujących postawione tezy. W artykule podjęto polemikę z autorem *The New Paradigm in Architecture* na temat cech charakterystycznych architektury fraktalnej.

Charles Jencks, a renown American architect, historian, and architecture critic was first to announce the collapse of modernism in architecture and defined postmodernism, is the author of many publications on architecture and culture. One of his major books titled *The Language of Post-Modern Architecture* was first published in 1977 and several times reissued in the following years. In its successive editions the book was completed with new examples and brilliant comments of the author (in Poland the book was published in 1987 titled *Architektura postmodernistyczna*). Its last – seventh – edition was published in 2002 as *The New Paradigm in Architecture* subtitled *The Language of Post-Modern Architecture* Jencks added two new chapters to the main part of the book regarding the theory of postmodernism: "The New Paradigm I – Complexity Architecture" and "The New Paradigm II – 'Fractal Architecture'". In those chapters, he proclaims the birth of new directions, claiming that the future of architecture will belong to fractals, universe, and undulating forms. When analyzing in detail the ideas presented by Jencks, one can notice certain inconsistencies in respect of selection of examples illustrating the proposed theses. This paper is a polemic with the author of *The New Paradigm in Architecture* on characteristic features of fractal architecture.

One of the objects mentioned by Jencks in the chapter titled "Fractal Architecture" is the Eurythmics Sport Center in Alicante. This is one of the projects designed by a tandem of architects Enric Miralles and Carme Pinos. Jencks reads the photo-collage method developed by David Hockney, consisting in photographing an object from different angles and putting them together into one composition, into the idea of development of the Center: *This form*

* Wydział Architektury Politechniki Wrocławskiej/Faculty of Architecture, Wrocław University of Technology.

W rozdziale zatytułowanym „Fractal Architecture” jednym z obiektów wymienianych przez Jencksa jest centrum baletowe Eurythmics Sport Center w Alicante. Jest to jeden z projektów tandemu architektonicznego Enric Miralles i Carme Pinos. W idei tworzenia Centrum Jencks doszukuje się metody foto-collage’u wynalezionej przez Davida Hockneya, polegającej na fotografowaniu obiektu z różnych ujęć i zestawianiu ich w całość w jednej kompozycji: *Ta forma foto-kubizmu odkrywa fraktalną tożsamość dzieła, falujące formy są samopodobne, ale nie samopowtarzalne*[1] [2, s. 235]. Pisząc o falujących formach, Jencks zapewne ma na myśli konstrukcję wsporczą dachu centrum baletowego w formie kratownic przypominających konstrukcję mostu lub – według Jencksa – warstwowe przekroje pofałdowanego terenu. Nieregularne kształty kratownic mogą stanowić reminiscencję konturów górskich szczytów obecnych w krajobrazie, nawiązując w organiczny sposób do otoczenia, w które budynek został wpisany, ale trudno dopatrzeć się samopodobieństwa form jako jednej z głównych zasad konstrukcji obiektów fraktalnych. Jencks, opisując budynek, przyznaje: *W rzeczywistości całkowita falistość Eurhytmics Center jest kolejnym fraktalem, tym razem takim, który naśladuje otaczające góry*[2] [2, s. 235]. W przypadku Eurythmics Center mamy zatem bardziej do czynienia z przykładem architektury organicznej niż architektury o cechach fraktalnych.

Innym obiektem, którego formie Jencks przypisuje cechy fraktalne, jest Heinz Galinski School autorstwa Zvi Heckera – izraelskiego architekta o polskim pochodzeniu. Szkoła została zrealizowana w latach 80. XX w. przez żydowską społeczność w berlińskiej dzielnicy Charlottenburg. Heinz Galinski School jest zespołem budynków w niskiej dwu- i trzykondygnacyjnej zabudowie. Rzut poziomy stanowi dynamiczną kompozycję brył zaprojektowanych na planach trójkątów o różnych skalach. Całość wpisana jest w układ przypominający niektórym krytykom architektury kwiatostan słonecznika. W rzeczywistości bardziej adekwatne jest porównanie kompozycji rzutu do kształtu spirali, co sugerować może jeden z wcześniej zrealizowanych budynków tego samego autora, Spiral Apartment House w Ramat Gan w Izraelu, a także odręczne notatki na jednym ze szkiców projektowych szkoły wykonane przez samego autora. W architekturze Heinz Galinski School Jencks doszukuje się cech architektury fraktalnej, pisząc: *Dla odmiany izraelski architekt Zvi Hecker wbudowuje reprezentatywne znaki w swoich fraktalnych budynkach, takie jak spirale czy inne tradycyjne formy, ale są one ukryte, widoczne dopiero na drugi rzut oka*[3] [2, s. 237–238].

Z powyższego wywodu wynika, że tym razem autor *The New Paradigm in Architecture* zaliczył spiralę do

[1] Oryg.: *This form of photo-Cubism reveals the fractal identity of a work, the wave forms are self-similiar but not self-same*.

[2] Oryg.: *Indeed, the overall undulation of the Center is another fractal, this time one, which mimics the surrounding mountains*.

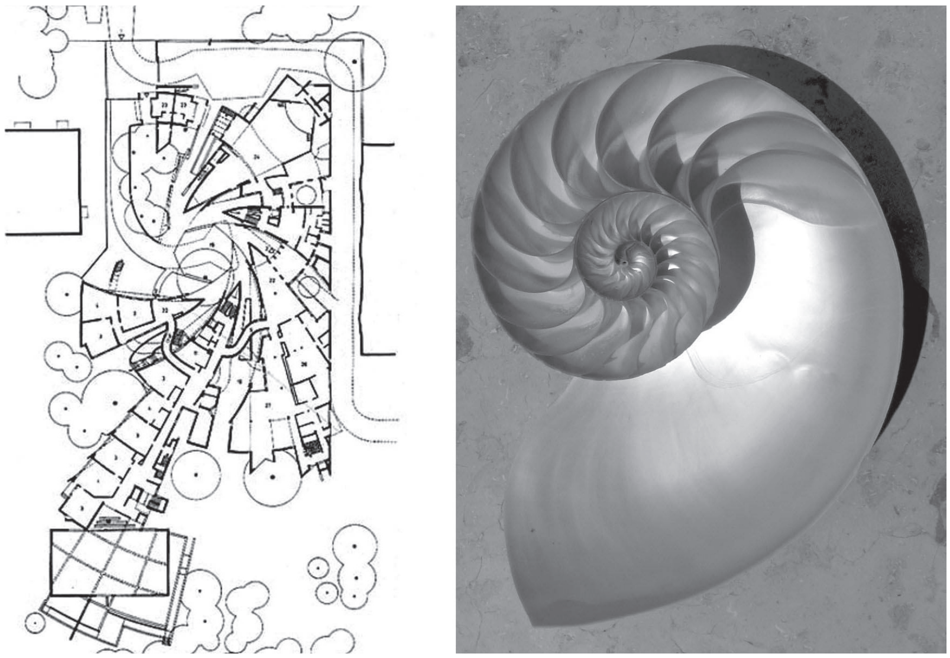
[3] Oryg.: *By contrast, the Israeli architect, Zvi Hecker, incorporates representational signs into his fractal buildings, both the spiral and any other conventional forms, but these are veiled and only apparent on second glance*.

of photo-Cubism reveals the fractal identity of a work, the wave forms are self-similar but not self-same [2, p. 235]. Writing about wave forms, Jencks surely means the supporting structure of the roof of the ballet center in the form of trusses resembling a bridge structure or – according to Jencks – layers of sections of an undulating area. The irregular shapes of the trusses can be a reminiscence of the contours of the mountains present in the landscape, organically alluding to the surrounding into which the building was blended, but it is difficult to see self-similarity of the forms, being one of the key principles of fractal objects. In his description of the building, Jencks admits: *Indeed, the overall undulation of the Center is another fractal, this time one, which mimics the surrounding mountains* [2, p. 235]. In the case of Eurythmics Center we are dealing more with organic than fractal architecture.

Another object in whose form Jencks sees fractal features is the Heinz Galinski School designed by Zvi Hecker – Polish-born Israeli architect. The school was built in the 1980s by the Jewish community in Charlottenburg district in Berlin. The Heinz Galinski School is a group of low two and three-storied buildings. The layout plan is a dynamic composition of structures designed on triangular-plans of various scales. The whole development blends into a project that reminds some critics of architecture of a sunflower. In fact it would be more appropriate to compare the plan of the composition to a spiral, which can be suggested by one of the buildings designed earlier by the same author, namely the Spiral Apartment House in Ramat Gan in Israel, as well as handwritten notes on one of the design sketches of the school made by the author himself. Jencks reads the characteristic features of fractal architecture into the architecture of the Heinz Galinski School, writing that: *By contrast, the Israeli architect, Zvi Hecker, incorporates representational signs into his fractal buildings, both the spiral and any other conventional forms, but these are veiled and only apparent on second glance* [2, pp. 237–238].

The above indicates that this time the author of *The New Paradigm in Architecture* classified a spiral as a fractal object, whereas in fact a spiral is a curve that lacks the characteristic features of fractal objects such as e.g. self-similarity. Most probably associating a spiral with fractals can be contributed to nautilus – a marine mollusk, whose spiral but at the same time segmental structure is given as an example of a natural fractal. The fractal features in the construction of nautilus are evident in the sequence of segments whose size and their relations are connected with a mathematical formula (Fig. 1).

Another object mentioned by Jencks is the Cinema Center in Dresden designed by Coop Himmelblau. When describing that work, Jencks reads the building grid with fractal self-similar rectangles, tilted at an angle of 45 and 60 degrees, into the drawing of the section of the object, conveying the order of collapsing ice-floe, or growing crystal [2]. Similarly in this case one can tell that the author abuses the term “fractal” relying on the etymology of that word (Latin *fractus* – fractured, broken), meaning only some deviations from classical geometry, regular objects, and fractured form structure.



Il. 1. Heinz Galinski School (rzut poziomy przyziemia) i nautilus – mięczak morski

Fig. 1. The Heinz Galinski School (ground floor layout plan) and nautilus – marine mollusk

obiektów fraktalnych, podczas gdy w rzeczywistości spirala jest krzywą, której brak charakterystycznych dla obiektów fraktalnych cech, takich jak np. samopodobieństwo. Najprawdopodobniej skojarzenie spirali z fraktalami można zawdzięczyć nautilusowi, morskiemu mięczakowi, którego spiralna, ale zarazem segmentowa budowa podawana jest jako przykład fraktala występującego w naturze. W budowie nautilusa cechy fraktalne przejawiają się właśnie w sekwencji segmentów, których gabaryty i wzajemny układ związane są matematyczną formułą (il. 1).

Kolejnym obiektem wymienianym przez Jencksa jest Cinema Center w Dreźnie autorstwa spółki Coop Himmelblau. Opisując to dzieło, Jencks doszukuje się na rysunku przekroju obiektu siatki konstrukcyjnej o fraktalnych samopodobnych prostokątach odchylonych pod kątem 45 i 60 stopni, wywołujących wrażenie pękającej kry lodowej lub rosnącego kryształu[4] [2]. I tym razem można odnieść wrażenie, że autor nadużywa określenia „fraktal", bazując na etymologii tego wyrazu (*łac. fractus* – częściowy, połamany), mając na myśli jedynie pewne odstępstwa od klasycznej geometrii, obiektów foremnych i łamaną strukturę formy.

Następne przykłady pochodzą z Melbourne. Jednym z nich jest budynek Storey Hall, o którym w pierwszych słowach Jencks pisze: *Storey Hall w Melbourne jest kolejnym, o wiele bardziej kolorowym bujnym fraktalem*[5] [2, s. 240]. Budynek Story Hall to siedziba galerii sztuki RMIT Galery i należy do kompleksu Royal Melbourne Institute of Technology (RMIT). Obiekt zaprojektowany

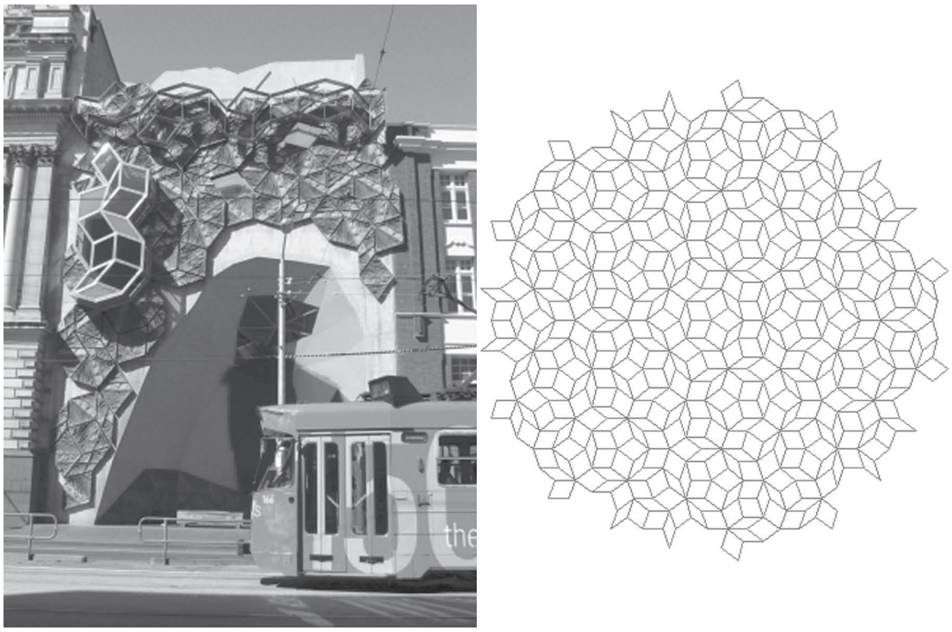
Further examples come from Melbourne. One of them is the building of Storey Hall which Jencks describes as follows: *Storey Hall is another exuberant fractal, and much more colorful* [2, p. 240]. The building of Storey Hall is the seat of RMIT Gallery and it is part of the complex of Royal Melbourne Institute of Technology (RMIT). It was designed by Ashton Raggatt Mc Dougall architecture design studio as an infill building in Swanston Street, between two Classical buildings. The design idea was to create contrast both in form and in color between old architecture and the newly designed building. Jencks correctly reads the similarity between the structure and tiling of Roger Penrose into the facade composition, describing the facade as: *Fractal forms based on the aperiodic tiling of Roger Penrose create larger patterns that never repeat exactly and yet are always self-similar* [2, p. 240]. The search for the analogy to the Penrose mosaic seems more appropriate than the search for fractal self-similar forms in the facade structure (Fig. 2). It is proper to call the composition of the front facade of Storey Hall undulating or fractured (*fractus*). The elements of self-similar pentagons of different scales are visible, however, inside the building in the foyer decoration as well as in acoustic and lighting elements of the auditorium, which Jencks correctly described as: *Fractal forms on the interior auditorium become acoustic tiles and lighting system that, every so often, turn into superordinate pattern of pentagon* [2, p. 241]. When presenting Storey Hall, Jencks dwells on the urban aspect of the context of the object in relation to the existing architecture of Swanston Street, trying to figure out if it is a new order – different from the previous one – or maybe an example of a new grammar presented by Michael Batty and Paul Longley in their book on fractal cities which demonstrate the emerging self-similar order at regional level and in megalopolis [1], [2].

Further in the chapter, Jencks gives more examples of what he considers to be fractal buildings, which are tradi-

---

[4] Oryg.: *Seen from the exterior, the crystalline walls lean out precariously following different mullion grids, at diferrent scale. It has fractal of rectangles, forty-five and sixty degrees; it conveys the order of collapsing ice-floe, or growing crystal on the glazed side*.

[5] Oryg.: *Storey Hall is another exuberent fractal, and much more colorful*.



Il. 2. Storey Hall w Melbourne i parkietaż Rogera Penrose'a

Fig. 2. Storey Hall in Melbourne and tiling of Roger Penrose

został przez pracownię architektoniczną Ashton Raggatt Mc Dougall jako uzupełnienie zabudowy pierzei ulicy Swanston Street, pomiędzy dwoma klasycystycznymi budynkami. Idea projektowa polegała na stworzeniu kontrastu zarówno formalnego, jak i kolorystycznego pomiędzy starą i nowoprojektowaną zabudową. W kompozycji elewacji Jencks doszukuje się – trafnie – podobieństwa struktury do parkietażu Rogera Penrose'a, opisując fasadę: *Fraktalne formy bazujące na nieokresowym parkietażu Rogera Penrose'a tworzą ogromne wzory, które nigdy nie powtarzają się dokładnie, pozostając ciągle samopodobne*[6] [2, s. 240]. Poszukiwanie analogii do mozaiki Penrose'a wydaje się bardziej właściwe niż poszukiwanie w strukturze elewacji fraktalnych samopodobnych form (il. 2). Adekwatne w stosunku do elewacji frontowej Storey Hall jest określenie jej jako kompozycji pofałdowanej, można powiedzieć połamanej (*fractus*). Elementy samopodobnych pięciokątów o różnych skalach widoczne są natomiast we wnętrzu budynku jako dekoracja foyer oraz jako elementy akustyczne i oświetleniowe wnętrza audytorium, co słusznie zauważa Jencks: *Fraktalnymi formami w wnętrzu audytorium są płyty akustyczne i system oświetleniowy podporządkowany nadrzędnej formie pięciokąta*[7] [2, s. 241]. Przy okazji prezentacji Storey Hall Jencks rozważa aspekt urbanistyczny kontekstu obiektu w stosunku do istniejącej zabudowy ulicy Swanston, zastanawiając się, czy jest to nowy porządek inny od dotychczas obowiązującego, czy może przykład nowej gramatyki głoszonej w pracy Michaela Batty'ego i Paula Longleya o fraktalnych miastach, które prezentują pojationally referred to in the literature on the subject as examples of deconstructivism in architecture. They include Daniel Libeskind's Jewish Museum in Berlin and Frank O'Gehry Guggenheim Museum in Bilbao. Writing about the first of the examples, Jencks emphatically stresses: *Without doubt the most convincing fractal building finished so far is Daniel Libeskind's Jewish Museum in Berlin* [2, p. 243]. The feature which triggered Jencks to use the term "fractal" is the repetitive broken lines going at various angles both in the facades and in the floor plans which additionally ideally match the Latin term *fractus* (fractured). Regarding the other example – Jencks describes its designer as *the undoubted master of fluid fractal* [2, p. 250], unconvincingly explaining why a curve, which is "fluid", demonstrates the features of fractal objects.

The analysis of his work, and especially the examples he gives, indicates that Charles Jencks is undoubtedly fascinated by the theory of fractals, trying to implement it in architecture. This undoubtedly interesting idea is unfortunately unsupported by more profound studies of the essence of fractal objects. One can be then tempted to ask the following question: What should the fusion of the theory of fractals with the theory and practice of architecture look like? It is impossible to answer that question without knowledge of the fundamentals of the theory of fractals, and the definition as well as a set of features characteristic of fractal objects should be the basis of the theory.

According to Benoit Mandelbrot – a Polish-born French mathematician, universally considered to be the father of the theory of fractals – fractal objects feature three properties [3, p. 16]:

1) their generation method, which is determined by the recursive relation,
2) their dimension, which is usually a fractional number,
3) their self-similarity.

[6] Oryg.: *Fractal forms based on the aperiodic tiling of Roger Penrose create larger patterns that never repeat exactly and yet are always self-similar*.

[7] Oryg.: *Fractal forms on the interior audytorium become acoustic tiles and lighting system that, every so often, turn into superordinate pattern of pentagon*.

wiający się samopodobny porządek na poziomie regionu i megalopolis[8] [1], [2].

W dalszej części rozdziału Jencks przytacza kolejne przykłady, według jego opinii budynków fraktalnych, a tradycyjnie w literaturze przedmiotu podawanych jako przykłady architektury dekonstruktywistycznej. Są to Muzeum Żydowskie w Berlinie autorstwa Daniela Libeskinda oraz Muzeum Guggenheima w Bilbao Franka O'Gehry'ego. Pisząc o pierwszym z przykładów, emfatycznie podkreśla: *Bez wątpienia jednym z najbardziej przekonujących fraktalnych budynków, jakie do tej pory powstały, jest Muzeum Żydowskie w Berlinie Daniela Libeskinda*[9] [2, s. 243]. Cechą, która sprowokowała Jencksa do użycia określenia „fraktalne", są linie łamane powtarzające się i występujące pod różnymi kątami zarówno w elewacji, jak i w rzutach obiektu, a dodatkowo idealnie pasujące do łacińskiego określenia *fractus* (łamany). Odnośnie do drugiego przykładu – nazywa jego twórcę *niewątpliwym mistrzem płynnych fraktali*[10] [2, s. 250], nieprzekonująco tłumacząc, dlaczego linia krzywa, a zatem „płynna", ma cechy obiektów fraktalnych.

Jak wynika z analizy treści pracy, a zwłaszcza załączonych przykładów, Charles Jencks uległ niewątpliwej fascynacji teorią fraktali, podejmując próbę jej implementacji do dziedziny architektury. Pomysł z pewnością interesujący, ale niestety niepodbudowany głębszymi studiami nad istotą obiektów fraktalnych. Można zatem się pokusić o postawienie pytania: Jak powinna wyglądać fuzja teorii fraktali z teorią i praktyką architektury? Nie sposób odpowiedzieć bez znajomości podstaw teorii fraktali. A podstawą teorii niech będą definicja i zbiór cech charakterystycznych obiektów fraktalnych.

Obiekty fraktalne według Benoit Mandelbrota – francuskiego matematyka polskiego pochodzenia uważanego powszechnie za ojca teorii fraktali – charakteryzują się trzema własnościami [3, s. 16]:

1) metoda generowania jest określona zależnością rekurencyjną,
2) wymiar najczęściej jest liczbą ułamkową,
3) cechą charakterystyczną jest samo podobieństwo.

Dwie pierwsze dotyczą ściśle matematycznych właściwości, które ze względu na charakter niniejszej pracy nie mają większego znaczenia, natomiast trzecia cecha samopodobieństwa – dla odmiany trudna do zdefiniowania w kategoriach matematycznych – jest cechą najbardziej wyróżniającą fraktale pośród innych obiektów geometrycznych i najbardziej zrozumiałą w sensie powszechnego użycia. Samopodobieństwo najłatwiej jest scharakteryzować w kategoriach intuicyjnych na przykładzie kalafiora. Główka kalafiora składa się z gałązek, które po oddzieleniu od reszty przypominają główkę. Z gałązki można oddzielić jeszcze mniejsze części, które są podob-

[8] Oryg.: *As the work of Batty and Longley on Fractal Cities has shown, there is an emergent order at the level of the region and megalopolis.*

[9] Oryg.: *Without doubt the most convincing fractal building finished so far is Daniel Libeskind's Jewish Museum in Berlin.*

[10] Oryg.: *The undoubted master of fluid fractal is Frank Gehry.*

The first two regard strictly mathematical properties, which due to the nature of this paper are actually irrelevant, whereas the third property – which is by contrast difficult to define in mathematical categories – is the property which distinguishes fractals from among other geometrical objects most and at the same time it is most understandable in everyday life. The easiest way to describe self-similarity in intuitive categories is to describe it with the use of cauliflower. The cauliflower head is composed of stems, which, when separated from the rest, resemble the head. The stems can be further divided into smaller and smaller parts which are similar both to the head and to the stem from which they come. That property is visible in the third or even fourth generation. In mathematical models of fractals the property of self-similarity is repeated in the next generation indefinite number of times. When defining self-similarity in the case of fractals, it can be said in simple terms that every part of a fractal is a reduced copy of the whole [4]. The most famous fractals include the Sierpinski Triangle and Pyramid, the Van Koch Curve, the Sierpinski Carpet and the Menger Sponge, the Barnsley Fern. Fractal objects can be generated with the use of descriptive procedure, which is the case with classic fractals, or with the use of IFS method (*Iterated Function System*) which generates both classic and general type of fractals. The implementation of IFS can be described as follows:

There is a fixed subset A in space R, usually referred to as initiator and an affine transformation W. Affine transformations include e.g. translation, rotation, scaling. Transformation W can be a series of transformations $W = W_1 + W_2 + \ldots + W_n$. As a result of transformation W of set A, A_1 is generated, that is $W(A) = A_1$. Set A_1 is usually referred to as generator. The generated set A_1 is subjected again to the same transformation W and set A_2 is generated, that is $W(A_1) = A_2$. A multiple transformation of successively generated sets with the same transformation is called iteration. Iteration generates a sequence of sets which for certain parameters of transformation W tends to the limit of the final set A_∞ called attractor of a given transformation. Attractor is a set or a geometrical object which demonstrates the properties of fractal objects, and which is additionally continuous on the left, which in simple terms means that element A_n is basically the same as the preceding element A_{n-1}. A slight modification of IFS, consisting in generating a set that is sum of the terms of the sequence $A = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$, also generates a set with fractal properties.

Example 1

A given prism G, with its height h and the base in the shape of a regular hexagon with the side a, is situated in a system of coordinates and transformation W, which is a series of seven transformations $W_1, W_2 \ldots W_7$.

$W(A) = W_1(G) \cup W_2(G) \cup \ldots \cup W_7(G)$

Each of the transformations $W_1, W_2 \ldots W_7$ is additionally a series of scaling and translation. Table 1 shows the parameters of transformations.

Prism G, called initiator, is subjected to successive transformations of scaling and translation

$W_1(G), W_2(G), \ldots W_7(G)$

ne zarówno do główki, jak i do gałązki, z której pochodzą. Ta własność przenosi się na trzecią, a nawet na czwartą generację. W matematycznych modelach fraktali własność samopodobieństwa przenosi się na następną generację nieskończoną liczbę razy. Definiując samopodobieństwo w przypadku fraktali, można w uproszczeniu powiedzieć, że każda część fraktala jest pomniejszoną kopią całości [4]. Najbardziej znane fraktale to Trójkąt i Piramida Sierpińskiego, Krzywa Van Kocha, Dywan Sierpińskiego i Gąbka Mengera, Paprotka Barnsleya. Generowanie obiektów fraktalnych może odbywać się za pomocą procedury opisowej, tak jak to się dzieje w przypadku fraktali klasycznych, lub za pomocą metody IFS (*Iterated Function System*), dzięki której generuje się zarówno fraktale klasyczne, jak i ogólnego typu. Działanie metody IFS można opisać w sposób następujący:

Dany jest podzbiór A przestrzeni R, zwany najczęściej inicjatorem, oraz przekształcenie afiniczne W. Do grupy przekształceń afinicznych zalicza się m.in. przesunięcie, obrót, skalowanie. Przekształcenie W może być złożeniem przekształceń $W = W_1 + W_2 + \ldots + W_n$. W wyniku działania przekształcenia W na zbiór A powstaje zbiór A_1, czyli $W(A) = A_1$. Zbiór A_1 nazywany jest zazwyczaj generatorem. Uzyskany zbiór A_1 ponownie poddaje się działaniu tego samego przekształcenia W i otrzymuje się zbiór A_2, czyli $W(A_1) = A_2$. Wielokrotne przekształcanie kolejno uzyskanych zbiorów za pomocą tego samego przekształcenia nazywane jest iterowaniem. W wyniku iterowania powstaje ciąg zbiorów, który dla pewnych parametrów przekształcenia W dąży w granicy do zbioru końcowego A_∞ zwanego atraktorem danego przekształcenia. Atraktor to zbiór, czy inaczej obiekt geometryczny, który wykazuje cechy obiektów fraktalnych, a dodatkowo jest obiektem lewostronnie niezmienniczym, co w uproszczeniu oznacza, że element A_n nie różni się zasadniczo od elementu poprzedzającego A_{n-1}. Nieznaczna modyfikacja metody IFS polegająca na generowaniu zbioru, który jest sumą wyrazów ciągu $A = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$, również prowadzi do uzyskania zbioru o cechach fraktalnych.

Przykład 1

Niech będzie dany graniastosłup G o wysokości h i podstawie w kształcie sześciokąta foremnego o boku a, usytuowany w układzie współrzędnych oraz przekształcenie W, które jest złożeniem siedmiu przekształceń W_1, $W_2 \ldots W_7$.

$W(A) = W_1(G) \cup W_2(G) \cup \ldots \cup W_7(G)$

Każde z przekształceń W_1, $W_2 \ldots W_7$ jest dodatkowo złożeniem skalowania i translacji. Parametry przekształceń określa tabela 1.

Graniastosłup G, zwany inicjatorem, jest poddawany kolejno przekształceniom skalowania i translacji $W_1(G)$, $W_2(G)$, … $W_7(G)$, w wyniku czego otrzymuje się obiekt G_1, który jest zbiorem (sumą) siedmiu przekształconych graniastosłupów. Uzyskany obiekt G_1 nazywany jest generatorem. Kolejność stosowanych przekształceń nie jest zasadniczo dowolna, jednakże w niniejszym przykładzie jest obojętna. Procedurę składania przekształceń przedstawiono na ilustracji 3.

Otrzymany w wyniku przekształcenia obiekt generatora G_1 jest w następnej kolejności przekształcany ponownie, które generują obiekt...

which generate object G_1 which is a set (sum) of seven transformed prisms. The generated object G_1 is referred to as generator. Although the sequence of implemented transformations is basically not random, it is irrelevant in this example. Figure 3 shows the series of transformations.

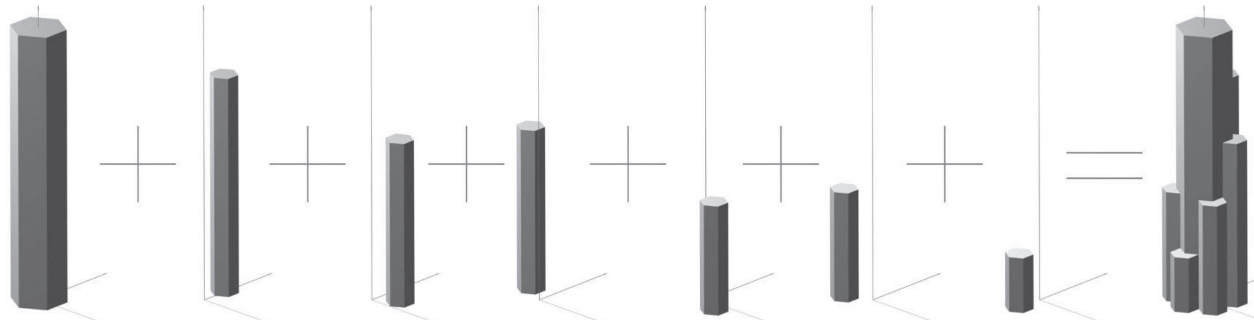
Object G_1, generated as a result of transformation, is then transformed again by transformation $W(G_1)$ which is a series of the same transformations of scaling and translation W_1, W_2, … W_7 defined in Table 1. The sequence of implementation of transformations should be identical to those in the first step of the construction. As a result of transformation of object G_1 by transformation W object G_2 is generates. The following steps in the construction consisting in a multiple recursive implementation of transformation $W(G)$ to successively generated objects G_1, $G_2 \ldots G_n$ generate a sequence of terms which tends to attractor of transformation W which demonstrates the properties of fractal objects (Fig. 4). Defining parameters of transformation W_1, with value 1 for scaling and 0 for translation, results in the first transformation being in fact in every step of iteration a copy of the preceding term, and consequently the object generated ultimately is the sum of all previous terms of the sequence. The object constructed in this way was generated as a result of a recursive procedure, has self-similar properties, and its fractal dimension is a fractional number. The consistency of those factors with Mandelbrot's definition of fractals classifies the object as a fractal object. Figure 4 shows the first four steps of iteration.

The object generated as a result of strict implementation of the procedure of generation of fractal objects can be a source of inspiration in the process of development of architectural forms. According to the classification of forms proposed by Juliusz Żórawski in his book titled *O budowie formy architektonicznej* the generated object can be described as a cohesive form with multi-plane symmetry, multiple rhythm, and strict harmony based on a fixed digital relation between its component elements.

Tab. 1. Parametry przekształceń $W_1(G)$, $W_2(G)$, … $W_7(G)$

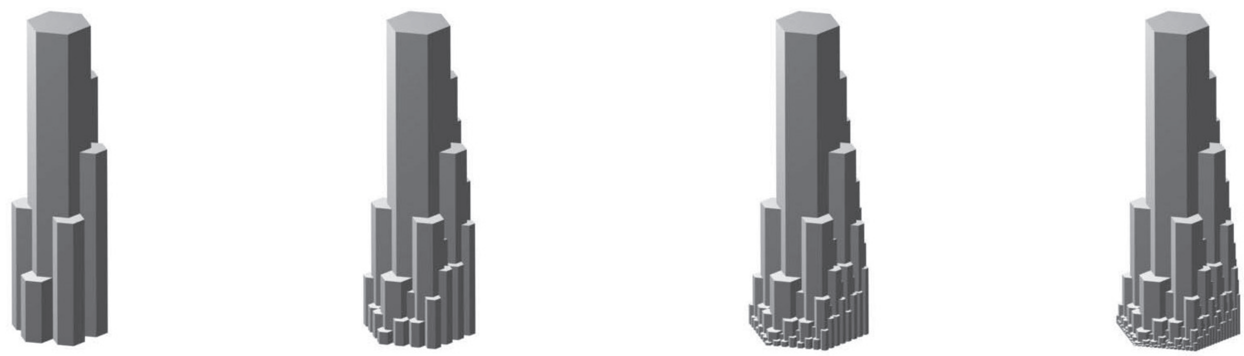
Tab. 1. Parameters of transformations $W_1(G)$, $W_2(G)$, … $W_7(G)$

	Skalowanie Scaling			Translacja Translation			Obrót Rotation		
	s_x	s_y	s_z	t_x	t_y	t_z	ϕ_x	ϕ_y	ϕ_z
W_1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
W_2	1/2	1/2	4/5	0	a	0	0	0	0
W_3	1/2	1/2	3/5	$a/2$	$a\sqrt{3}/2a$	0	0	0	0
W_4	1/2	1/2	3/5	$-a/2$	$a\sqrt{3}/2a$	0	0	0	0
W_5	1/2	1/2	4/5	$a/2$	$-a\sqrt{3}/2a$	0	0	0	0
W_6	1/2	1/2	4/5	$-a/2$	$-a\sqrt{3}/2a$	0	0	0	0
W_7	1/2	1/2	2/5	a	0	0	0	0	0



Il. 3. Złożenie transformacji afinicznych W_1, W_2 ... W_7 kształtuje obiekt generatora

Fig. 3. A series of affine transformations W_1, W_2 ... W_7 generates the shape of generator



Il. 4. Iterowanie generatora kształtuje w granicy obiekt atraktora transformacji $W(G)$

Fig. 4. Iteration of generator ultimately generates the object of attractor of transformation $W(G)$

nie przez transformację $W(G_1)$, która jest złożeniem tych samych transformacji skalowania i translacji W_1, W_2, … W_7 zdefiniowanych w tabeli 1. Kolejność stosowania przekształceń winna być identyczna jak w pierwszym kroku konstrukcji. W wyniku przekształcenia obiektu G_1 transformacją W otrzymuje się obiekt G_2. Kolejne kroki konstrukcji polegające na wielokrotnym rekurencyjnym stosowaniu przekształcenia $W(G)$ w stosunku do kolejno uzyskiwanych obiektów G_1, G_2 … G_n generują ciąg wyrazów dążący w granicy do atraktora przekształcenia W, który wykazuje cechy obiektów fraktalnych (il. 4). Zdefiniowanie parametrów transformacji W_1, o wartościach 1 dla skalowania i 0 dla translacji, powoduje, że w wyniku pierwszego przekształcenia w rzeczywistości powstaje w każdym kroku iteracji kopia wyrazu poprzedniego, a w konsekwencji uzyskany w granicy obiekt jest sumą wszystkich poprzednich wyrazów ciągu. Skonstruowany w ten sposób obiekt powstał w wyniku procedury rekurencyjnej, ma cechy samopodobieństwa, a wymiar fraktalny jest liczbą ułamkową. Zgodność wymienionych czynników z definicją fraktali według Mandelbrota klasyfikuje obiekt jako obiekt fraktalny. Cztery pierwsze kroki iteracji przedstawiono na ilustracji 4.

Uzyskany w wyniku ścisłego stosowania procedury generowania obiektów fraktalnych obiekt może stanowić źródło inspiracji w procesie kształtowania formy architektonicznej. Zgodnie z klasyfikacją form proponowaną przez Juliusza Żórawskiego w dziele zatytułowanym *O budo-*

Il. 5. Fractal Tower jako teoretyczny przykład budynku o cechach ściśle fraktalnych

Fig. 5. Fractal Tower as a theoretical example of a building with strictly fractal properties

These properties predispose the generated form to the use in architecture and provide an appropriate example of an object which can be classified as fractal architecture.

The presented method of search for an architectural form based on the strictly mathematical formula for *wie formy architektonicznej* otrzymany obiekt można określić jako formę spoistą o wielopłaszczyznowej symetrii, wielokrotnym rytmie oraz ścisłej harmonii opartej na stałym stosunku liczbowym między elementami składowymi. Cechy te predysponują uzyskaną formę do wykorzystania w architekturze oraz stanowią właściwy przykład obiektu, który zaliczyć można do architektury fraktalnej.

Prezentowana metoda poszukiwania formy architektonicznej opartej na ściśle matematycznej formule generowania kształtu zapewnia uzyskanie właściwej geometrii obiektu, a tym samym wyznacza prawidłowy kierunek rozwoju architektury fraktalnej stanowiącej interesującą alternatywę dla dekonstruktywizmu i odradzającego się neomodernizmu.

Przedstawiony na ilustracji 5 obiekt nazwany roboczo Fractal Tower (zgodnie z aktualnie modną tendencją) jest przykładem czysto teoretycznym zaprojektowanym jedynie w celu prezentacji metody, zlokalizowanym wprawdzie w rzeczywistej sytuacji, ale niemającym podstaw i cech realnej inwestycji.

the generation of shape guarantees the right geometry of an object, and consequently, sets the correct direction for the development of fractal architecture which is an interesting alternative to deconstructivism and re-emerging neomodernism.

The presented object called Fractal Tower (in line with today's trend) is a purely theoretical example designed only to present the method which, in spite of being located in a real situation, has no basis or features of a real investment (Fig. 5).

Translated by
Tadeusz Szałamacha

Bibliografia/References

[1] Batty M., Longely P., *Fractal Cities. A Geometry of Form and Function*, Academic Press, London 1994.
[2] Jencks Ch., *The New Paradigm in Architecture. The Language of Post Modernism*, Yale University Press, New Haven–London 2002.
[3] Kudrewicz J., *Fraktale i chaos*, WNT, Warszawa 1993.
[4] Peitgen H., Jurgens H., Saupe D., *Granice chaosu. Fraktale*, PWN, Warszawa 1995.

Streszczenie
W roku 2002 Charles Jencks, znany amerykański architekt, historyk i krytyk architektury, do jednego z ważniejszych dzieł w swoim dorobku (*Język postmodernistycznej architektury*) dodał dwa rozdziały: „The New Paradigm I – Complexity Architecture" (Nowy paradygmat I – Architektura złożoności) oraz „The New Paradigm II – «Fractal Architecture»" (Nowy paradygmat II – Architektura fraktalna). W rozdziałach tych autor głosi narodziny nowych kierunków, twierdząc, że przyszłość architektury należeć będzie do fraktali, kosmosu i form falujących. Analizując dokładniej postawione tezy, daje się dostrzec pewne nieścisłości w zakresie doboru przykładów ilustrujących postawione tezy. W artykule podjęto polemikę z autorem, sugerując właściwe zasady kształtowania architektury fraktalnej oparte na matematycznej teorii fraktali.

Słowa kluczowe: obiekty fraktalne, system funkcji iterowanych, architektura fraktalna

Abstract
In 2002 Charles Jencks, a famous American architect, historian and architecture critic added two new chapters to one of his most important works *The Language of Post-Modern Architecture*: "The New Paradigm I – Complexity Architecture" and "The New Paradigm II – 'Fractal Architecture' ". In the newly added chapters, the author proclaims the birth of new trends in contemporary architecture, saying that its future will belong to fractals, universe and waving forms. Analyzing this thesis further one can notice certain inconsistencies in Charles Jencks' argumentation and so the author of this article writes a polemic, suggesting appropriate principles of fractal architecture based on mathematical theory of fractals.

Key words: fractal objects, iterated function system, fractal architecture