

Aleksandra SIKORA, Zdzisław KACZMAREK

POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA, SAMODZIELNY ZAKŁAD ELEKTROTECHNIKI TEORETYCZNEJ I METROLOGII ELEKTRYCZNEJ

Analiza pracy światłowodowej siatki Bragga o stałym okresie przy odkształceniach impulsowych

Mgr inż. Aleksandra SIKORA

Jest absolwentką Wydziału Elektrotechniki Automatyki i Informatyki Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach. Po studiach podjęła pracę na swoim macierzystym wydziale na stanowisku asystenta w Samodzielnym Zakładzie Elektrotechniki Teoretycznej i Metrologii. W roku 2006 otworzyła przewód doktorski na Politechnice Świętokrzyskiej. Tematem rozprawy doktorskiej jest: „Analiza pracy wybranych typów światłowodowych siatek Bragga jako przetworników pomiarowych wymuszeń impulsowych”.



e-mail: asikora@tu.kielce.pl

Dr hab. inż. Zdzisław KACZMAREK

Absolwent Wydziału Łączności Politechniki Wrocławskiej (1964). 13 lat pracował w przemyśle, jako konstruktor w Z R „Diora” w Dzierżonowie i jako st. specjalista metrologii w ZD „Cuprum” przy KGHM w Lubinie. Doktorat obronił w Instytucie Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej (1977) a habilitację na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej (1990). Jest autorem lub współautorem ponad 80 prac naukowych, w tym monografii i książki z zakresu metrologii.



e-mail: etmzk@eden.tu.kielce.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono analizę wpływu długości równomiernych światłowodowych siatek Bragga (ŚSB) (z i bez apodyzacji) na dokładność przetwarzania odkształceń impulsowych. Ilościową ocenę dokładności przetwarzania przeprowadzono na podstawie błędu czasu narastania w funkcji stosunku długości zbocza narastającego wymuszenia i długości siatki. Analizę przeprowadzono dla jednorazowych impulsów wymuszeń o kształtach: trapezu i półówki sinusoidy. W obliczeniach siatki modelowano metodą macierzy przejścia, wynikającą z teorii modów sprzężonych. Wyniki przeprowadzonych obliczeń w postaci wykresów umożliwiają dobór odpowiedniej długości siatki przy przyjętym błędzie czasu narastania dla jednorazowych wymuszeń impulsowych o wyżej wymienionych kształtach.

Słowa kluczowe: światłowodowa siatka Bragga, odkształcenie impulsowe, błąd przetwarzania

Analysis of work of uniform fibre Bragg grating as a transducer of impulsive strains

Abstract

The article contains an analysis of influence of length of uniform fibre Bragg grating (FBG) (with or without apodization) on the accuracy of transducing an impulsive strain. The quantitative assessment of processing accuracy was done based on leading time error calculated as a function of the ratio between the length of rising edge and the grating length. The analysis was conducted for one time pulses of half sinusoidal form and of trapezoidal. The grating was modeled using the matrix description of the grating, derived from the coupled mode theory. Charts presenting results of the simulation allow to select proper length of FBG when the error of time leading is established.

Keywords: fibre Bragg grating, impulsive distortion, processing error

1. Wprowadzenie

Światłowodowe siatki Bragga (ŚSB) ze względu na znikomą masę można traktować jako nie zniekształcające przetworniki odkształcenia. Podstawowym ograniczeniem stosowania ŚSB przy przetwarzaniu odkształceń impulsowych jest ich długość. Zbyt duża długość siatki w porównaniu z długością impulsu wymuszającego lub długością jego zbocza, powoduje powstawanie zniekształceń sygnału wyjściowego siatki [6], [7]. Wykorzystując wynikający z teorii modów sprzężonych macierzowy opis siatki [1] obliczono zmiany częstotliwości centroidalnej siatki, wywołane propagującym wzdłuż niej impulsem odkształcenia o wybranych kształtach. Na tej podstawie wyznaczono zależności błędu czasu

narastania dla siatek równomiernych z i bez apodyzacji.

2. Metoda analizy widma mocy współczynnika odbicia

Rozkład zmian współczynnika załamania siatki równomiernej można opisać zależnością:

$$n(z) = n_e + \delta n \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z\right) \quad (1)$$

gdzie n_e - średni współczynnik załamania rdzenia światłowodu w siatce, δn - amplituda zmian współczynnika załamania wywołana naświetlaniem rdzenia przy formowaniu siatki, z - odległość wzdłuż osi podłużnej, Λ - okres siatki. Pod wpływem oddziaływania odkształceń impulsowych rozkład zmian współczynnika załamania siatki przyjmuje postać:

$$n(z) = n_e + \delta n(z) \cos\left(\int_0^z \frac{2\pi}{\Lambda(z')} dz'\right) \quad (2)$$

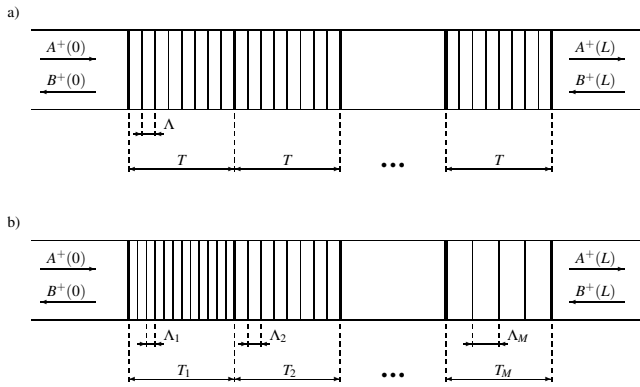
gdzie $\delta n(z)$ - amplituda zmian współczynnika załamania (uwzględniając siatki równomierne z apodyzacją), $z' \in \langle 0, z \rangle$, $\Lambda(z')$ - wartości okresu siatki w funkcji położenia. Wówczas odkształcenie impulsowe zmienia lokalny okres siatki, który dla odkształcenia o rozkładzie $\epsilon(z)$, zmienia się następująco:

$$\Lambda(z) = \Lambda_0 [1 + (1 - p_e)\epsilon(z)] \quad (3)$$

gdzie Λ_0 - jest okresem siatki równomiernej niewzbudzonej, p_e - współczynnik odkształceniowo - optyczny. Przy takiej zmianie okresu lokalnego siatkę równomierną należy traktować jak siatkę nierównomierną.

Do wyznaczania widma mocy współczynnika odbicia siatki stosowanych jest kilka metod numerycznych, między innymi: całkowanie numeryczne Eulera, Heuna (zmodyfikowana metoda Eulera), Runge-Kutta. Ze względu na dużą złożoność obliczeniową wymienionych metod, w obliczeniach najczęściej wykorzystuje się metodę macierzy przejścia [3]. Metoda ta wyprowadzona została z teorii modów sprzężonych, która jest najszerzej stosowaną metodą analizy siatek Bragga.

W metodzie macierzy przejścia siatka (o długości L) dzielona jest na M sekcji o długości każdej dużo większej niż największy okres falistości (rys. 1). Zmiana współczynnika załamania lub okresu wewnątrz każdej sekcji jest taka, że może być rozważana jako siatka równomierna. Każda z tych sekcji jest opisana przez macierz T_k (gdzie $k \in \langle 1, M \rangle$).



Rys. 1. Graficzna ilustracja metody macierzy przejścia dla siatki: a) równomiernej, b) nierównomiernej
Fig. 1. Graphical illustration of transfer matrix method used for grating: a) uniform, b) nonuniform.

Całkowita struktura siatki jest scharakteryzowana przez macierz globalną T_k która jest iloczynem macierzy T_M, T_{M-1}, \dots, T_1 , które to opisują każdą sekcję siatki osobno [5]:

$$T = T_M \cdot T_{M-1} \cdot \dots \cdot T_1 \quad (4)$$

Charakter rozłożenia amplitud fal świetlnych (oznaczanych przez A^+ i B^+) w siatce zmienia się wzdłuż osi światłowodu [9] więc wyrażenie wiążące propagację widma wiązki przez kolejne sekcje siatki ma postać:

$$\begin{bmatrix} A_k^+ \\ B_k^+ \end{bmatrix} = T_k \begin{bmatrix} A_{k-1}^+ \\ B_{k-1}^+ \end{bmatrix} \quad (5)$$

gdzie A_k^+ i B_k^+ są amplitudami fal świetlnych po przejściu k -tej sekcji, macierz T_k definiujemy następująco:

$$T_k = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \quad (6)$$

gdzie poszczególne elementy macierzy są dane zależnościami:

$$t_{11} = \cosh(\Omega dz) - i \frac{\xi^+}{\Omega} \sinh(\Omega dz) \quad (7)$$

$$t_{12} = -i \frac{\kappa}{\Omega} \sinh(\Omega dz) \quad (8)$$

$$t_{21} = t_{12}^* \quad (9)$$

$$t_{22} = t_{11}^* \quad (10)$$

We wzorach: dz oznacza długość k -tej równomiernej sekcji siatki, κ i ξ^+ są lokalnymi współczynnikami sprzężenia dla k -tej sekcji, Ω jest określona wzorem:

$$\Omega = \sqrt{\kappa^2 - \xi^{+2}} \quad (11)$$

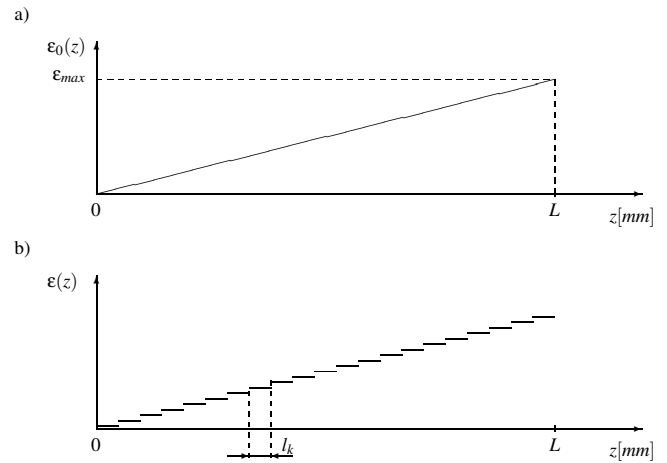
Widmo mocy współczynnika odbicia siatki obliczono przy warunkach brzegowych [8]:

$$\begin{aligned} A^+(0, \delta_d) &= 1 \\ B^+(L, \delta_d) &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Wówczas współczynnik odbicia mocy dla całej siatki wyraża się wzorem:

$$R(\delta_d) = \left| -\frac{t_{21}}{t_{22}} \right|^2 \quad (13)$$

Aby zastosować metodę macierzy przejścia do analizy widma mocy współczynnika odbicia siatki, odkształcenie $\varepsilon(z)$ przybliżono funkcją przedziałami stałą (przykład na rys. 2).



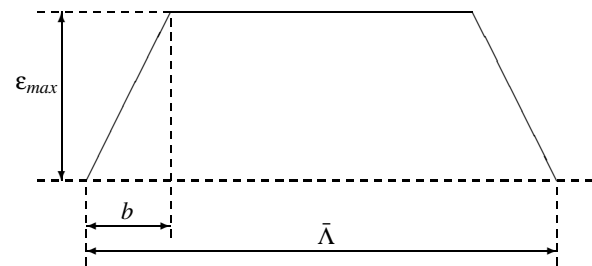
Rys. 2. Schematyczne przybliżenie rozkładu odkształcenia nierównomiernego wzdłuż siatki, l_k - długość k -tej sekcji
Fig. 2. Schematic approximation of distribution of distortion for nonuniform strain along grating, l_k - length of k -th section

W celu dokonania ilościowej oceny wpływu długości siatki na dokładność przetwarzania odkształcenia impulsowego obliczono częstotliwość centroidalną siatki f_{cen} zdefiniowaną jako odciętą środka ciężkości widma mocy współczynnika odbicia siatki [2]:

$$f_{cen} = \frac{\int_0^{\infty} f \cdot R(f) df}{\int_0^{\infty} R(f) df} \quad (14)$$

gdzie: $R(f)$ - widmo mocy współczynnika odbicia, f - częstotliwość.

Przyjmując za sygnał wyjściowy siatki jej częstotliwość centroidalną, wyznaczono zależności błędu czasu narastania siatki przetwarzającej przebiegi wymuszenia w funkcji stosunku długości przedniego zbocza przebiegu wymuszenia i bazy pomiarowej.



Rys. 3. Ilustracja oznaczeń stosowanych przy obliczaniu błędu czasu narastania, b - długość zbocza narastającego, $\bar{\Lambda}$ - długość odkształcenia
Fig. 3. Illustration of denotations used while calculating error of time rising edge, b - length of leading edge, $\bar{\Lambda}$ - length of impulse

Błąd czasu narastania obliczono według zależności [4]:

$$\delta_{tn} \left(\frac{b}{L} \right) = \frac{t_{no} - t_{ni}}{t_{ni}} \cdot 100\% \quad (15)$$

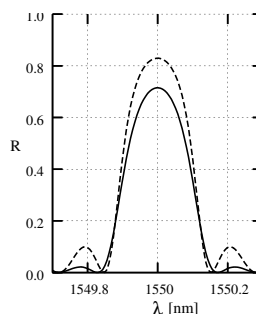
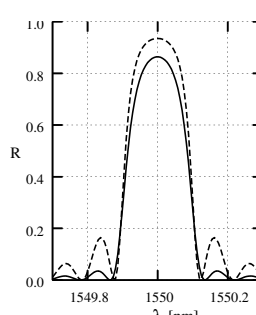
gdzie t_{no} jest czasem narastania sygnału wyjściowego siatki, t_{ni} jest czasem narastania sygnału wymuszenia. Obliczenia przeprowadzono dla czasów narastania, w których zbocza impulsów wejściowego i wyjściowego narastają następująco:

- od 0 do 100%
- od 5 do 95%
- od 10 do 90%

wartości maksymalnej tych impulsów odpowiednio.

Tab. 1. Parametry wybranych siatek Bragga. Rysunki przedstawiają widma mocy współczynnika odbicia, linią przerywaną dla siatek bez apodyzacji, linią ciągłą - z apodyzacją funkcją $g(z)$

Tab. 1. Parameters of selected gratings. Pictures show power reflectivity spectra, dashed line - grating without apodization, solid line - grating with apodization (by $g(z)$ function)

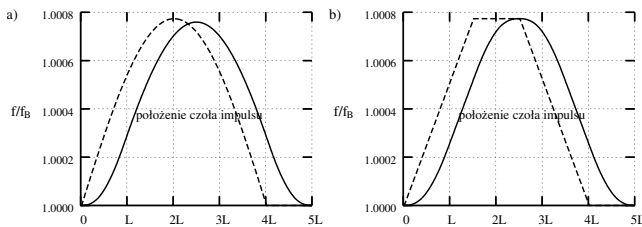
Nr	L	FWHM	$g(z)$	R
-	[mm]	[nm]	-	-
1	6	0,205 0,200	1 $g(z)$	
2	8	0,186 0,179	1 $g(z)$	

3. Wyniki obliczeń

Obliczenia przeprowadzono dla dwóch wybranych siatek równomiernych różniących się długością (parametry podane w tab. 1). Siatki apodyzowane otrzymano przez zastosowanie funkcji okna do amplitudy zmian współczynnika załamania:

$$\delta n(z) = \delta n g(z) \quad (16)$$

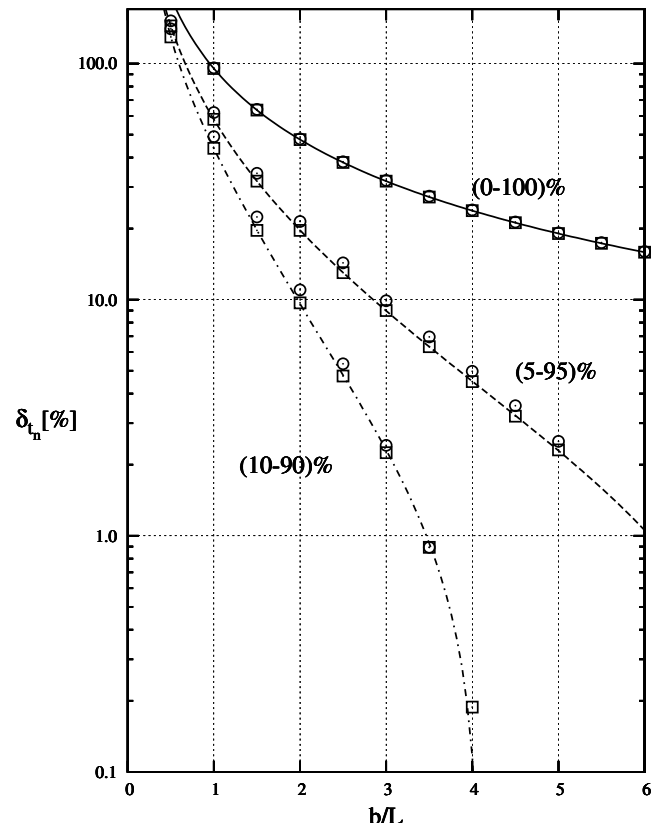
gdzie: $g(z)$ - funkcja okna. Funkcje te dobierane są tak, aby amplituda współczynnika załamania zwiększała się stopniowo przy wejściu siatki i stopniowo zmniejszała od strony wyjścia siatki [10]. W obliczeniach w tym celu stosowano profil Gaussa.



Rys. 4. Względne przyrosty częstotliwości centralnej ŚSB z apodyzacją o długościach $L = 0$ (linia przerywana) i $L = 0,25\lambda$ (linia ciągła) pod wpływem działania odkształceń impulsowych o wartości odkształcenia ściskającego $-1000\mu\epsilon$ i o kształtach: a) półki sinusoidal, b) trapezoidal, f_B - częstotliwość Bragga

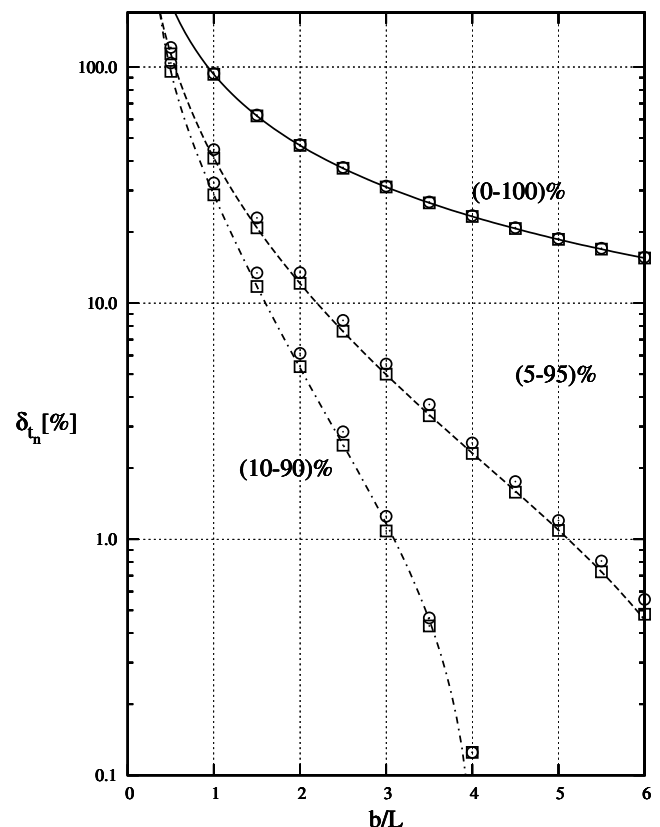
Fig. 4. The changes of increase in relative central frequency for apodized FBG with length: $L = 0$ (dashed line) and $L = 0,25\lambda$ (solid line) influenced by impulsive strains with the maximum amplitude of $1000\mu\epsilon$ and of the following shapes: a) half-sinusoidal, b) trapezoidal, f_B - Bragg frequency

W celu wyznaczenia czasów narastania siatek obliczono wartości częstotliwości centralnej podczas propagacji odkształceń impulsowych. Rys. 4 przedstawia przykład zmiany względnej częstotliwości centralnej dla siatki nr 1.



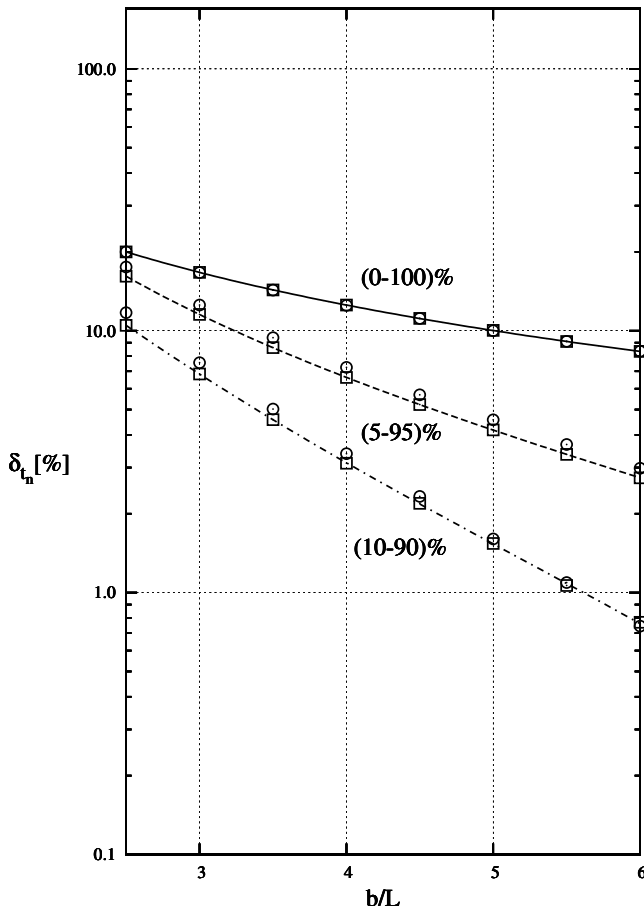
Rys. 5. Zależność błędu czasu narastania siatek równomiernych, przetwarzających jednorazowe przebiegi wymuszeń impulsowych o kształcie trapezu

Fig. 5. Error of time rising edge of a uniform grating transducing impulsive strains of trapezoidal form



Rys. 6. Zależność błędu czasu narastania siatek równomiernych z apodyzacją, przetwarzających jednorazowe przebiegi wymuszeń impulsowych o kształcie trapezu

Fig. 6. Error of time rising edge of a uniform grating with apodization transducing impulsive strains of trapezoidal form



Rys. 7. Zależność błędu czasu narastania siatek równomiernych, przetwarzających jednorazowe przebiegi wymuszeń impulsowych o kształcie połówki sinusoidy
Fig. 7. Error of time rising edge of a uniform grating transducing impulsive strains of half sinusoidal form

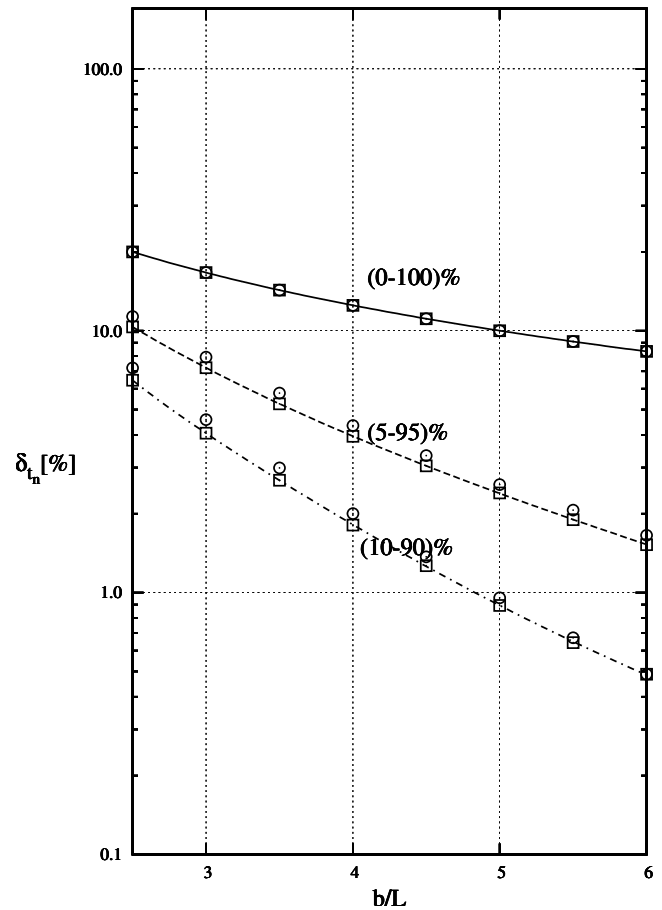
Kolejne rysunki przedstawiają zależności błędu czasu narastania siatek równomiernych (z lub bez apodyzacji), przetwarzających jednorazowe przebiegi wymuszeń impulsowych o kształtach: trapezu (rys. 5 i rys. 6) i połówki sinusoidy (rys. 7 i rys. 8) w funkcji stosunku długości zbocza narastającego wymuszenia i długości siatki. Kwadratami oznaczono punkty policzone dla siatki nr 1, okręgami - punkty obliczone dla siatki nr 2. Linie przedstawiają wynik aproksymacji punktów dla siatki nr 1, linia ciągła - dla czasu narastania (0-100)%, przerywana - (5-95)%, przerywana - kropkowana - (10-90)%. Aproksymację przeprowadzono według algorytmu NLLS (ang. nonlinear least-squares) Marquardt-Levenberg'a, a znalezionym przybliżeniem jest suma funkcji wymiernej i wielomianu: $\frac{a}{bx^3+cx^2+dx+e} + g$ gdzie a, b, c, d, e, g są współczynnikami dobieranymi podczas aproksymacji, x - zmienna.

Przykład liczbowy:

Przy przetwarzaniu siatką Bragga z apodyzacją o długości 8mm impulsu o kształcie trapezu z czasem narastania $5\mu s$ błędy czasu narastania wynoszą odpowiednio: 0,5% dla $t_n(10-90)\%$, 3% dla $t_n(5-95)\%$ i 30% dla $t_n(0-100)\%$.

4. Wnioski

Dobór właściwej długości siatki Bragga jest podstawowym zadaniem przy stosowaniu jej jako przetwornika pomiarowego w pomiarach odkształceń impulsowych. Z przeprowadzonych rozważań i obliczeń wynika, że można to zadanie rozwiązać wykorzystując analizę widma mocy wiązki odbitej siatki na podstawie jej modelu macierzowego. Przyjmując jako wielkość wyjściową siatki jej częstotliwość centroidalną, a za miarę dokładności przetwarzania wartość błędu czasu narastania siatki, można wyznaczyć długość siatki zapewniającą przetwarzanie impulsów odkształcenia o kształcie



Rys. 8. Zależność błędu czasu narastania siatek równomiernych z apodyzacją, przetwarzających jednorazowe przebiegi wymuszeń impulsowych o kształcie połówki sinusoidy
Fig. 8. Error of time rising edge of a uniform grating with apodization transducing impulsive strains of half sinusoidal form

trapezu i połówki sinusoidy, z założoną dokładnością.

5. Literatura

- [1] G.P. Agrawal: Nonlinear Fiber Optics. Academic Press, San Diego, 1995.
- [2] R. Bracewell: Przekształcenie Fouriera i jego zastosowania. Warszawa, WNT, 1968.
- [3] R.P. Dionisio, M.J. Lima, J.R.F. da Rocha, J.L. Pinto, A.J. Teixeira: Numerical methods for fiber Bragg gratings. Proceedings of 5th International Conference on Transparent Optical Networks, 2003, strony 185-188.
- [4] Z. Kaczmarek: Pomiar i odtwarzanie przebiegów sił i ciśnień impulsowych. Monografie, nr 26. Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce, 2002.
- [5] R. Kashyap: Fiber Bragg gratings. Academic Press, San Diego Toronto, 1999.
- [6] A. Sikora, Z. Kaczmarek: Praca równomiernej siatki Bragga z apodyzacją jako przetwornika odkształceń impulsowych. IX Konferencja Naukowa, Czujniki Optoelektroniczne i Elektroniczne, Kraków - Zakopane 19-22 czerwca 2006, 2006, strony 381-384.
- [7] A. Sikora, Z. Kaczmarek: Praca wybranych rodzajów światłowodowych siatek Bragga jako przetworników odkształceń impulsowych. Pomiary Automatyka Kontrola, 4/2006, strony 29-31.
- [8] J. Skaar: Synthesis and characterization of fiber Bragg grating, Thesis. 2002.11.
- [9] A. W. Snyder, J. D. Love: Teoria optycznych włókien światła. Moskwa, Radio i swjaz, 1987.
- [10] W. Wójcik, P. Kisała, S. Cieszycki: Optymalizacja charakterystyk widmowych światłowodowych siatek Bragga poprzez zastosowanie okien. VIII Konferencja Naukowa, Czujniki Optoelektroniczne i Elektroniczne, Wrocław, 2004, strony 473-476.