

Konstrukcje sprężone

Cz. 2. Siła sprężająca

tekst: dr inż. PIOTR GWOŹDZIEWICZ, Pracownia Konstrukcji Sprężonych, Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych, Politechnika Krakowska

Pierwsza część artykułu – *Konstrukcje sprężone. Materiały i wykonanie prac* – została opublikowana w poprzednim numerze „Nowoczesnego Budownictwa Inżynierskiego” [2014, nr 5 (56), s. 58–63]. Poza obszernie zreferowanymi i bogato zilustrowanymi zagadnieniami tytułowymi opisano w nim m.in. koncepcję i historię sprężania, czyli celowego wprowadzania naprężeń w materiał, a także rodzaje badań wykonanych konstrukcji. W tej części autor przedstawia metody obliczenia siły sprężającej.

1. Przyjmowanie wartości siły sprężającej

Sprężenie konstrukcji lub jej elementu jest działaniem celowym i ma przynieść z dopuszczalnym prawdopodobieństwem zamierzony efekt. Siła sprężająca jest wprowadzana w element z zamiarem zwiększenia przenoszonych przezeń obciążeń, zbyt wielka jej wartość może być jednak dla elementu niekorzystna. Zasady ograniczenia wartości siły sprężającej muszą zatem uwzględnić dwojakie niebezpieczeństwa.

Z punktu widzenia stanów granicznych nośności oczekuje się, że siła sprężająca będzie spełniała:

- ograniczenie siły sprężającej od dołu (wartość minimalna) z uwagi na spełnienie wymagań stanów granicznych dla elementu w fazie eksploatacji,
- ograniczenie siły sprężającej od góry (wartość maksymalna) z uwagi na niekorzystny wpływ sprężenia w fazie początkowej.

Zarówno w fazie początkowej, jak i w fazie użytkowej graniczne wartości siły sprężającej są podyktowane przez konieczność spełnienia warunków stanów granicznych (SG):

- stanu granicznego nośności na zginanie w fazie początkowej,

- stanu granicznego nośności na zginanie w fazie użytkowej,
- stanu granicznego użyteczności z uwagi na zarysowanie w fazie użytkowej.

Kryteria graniczne dla sytuacji początkowej są związane z maksymalnymi naprężeniami w betonie. Nie dopuszcza się do zarysowania betonu rozciąganego oraz do przecięcia betonu ściskanego co dla konwencji znakowania, w której naprężenie ściskające oznacza się jako dodatnie, można zapisać według [1]:

$$\sigma_{ct} \geq -|f_{ctm}|$$

$$\sigma_{cc} \geq 0,6f_{ck}$$

Dla sytuacji użytkowej warunki są podobne, z tym że dla obciążeń długotrwałych naprężenia ściskające są ograniczone do 45% wytrzymałości charakterystycznej:

$$\sigma_{ct} \geq -|f_{ctm}|$$

pod kombinacją stałą: $\sigma_{cc} \leq 0,45f_{ck}$

pod kombinacją rzadką: $\sigma_{cc} \leq 0,6f_{ck}$

Na podstawie podanych wyżej ograniczeń naprężeń można wyprowadzić uproszczone równania dla określenia wymaganych wskaźników wytrzymałości przekroju.

Z uwagi na krawędź górną:

$$W'_{cs} \geq \frac{M_{qs} - M_{init}}{\sigma_{maxperm} - \sigma_{mininit}}$$

$$W'_{cs} \geq \frac{M_{exce} - M_{init}}{\sigma_{maxexce} - f_{mininit}}$$

z uwagi na krawędź dolną:

$$W_{cs} \geq \frac{M_{exce} - M_{init}}{\sigma_{maxinit} - \sigma_{minexce}}$$

W powyższych wzorach użyto oznaczeń:

wskaźnik górny i dolny wytrzymałości przekroju W'_{cs} , W_{cs}

naprężenie dla różnych sytuacji, spełniające ograniczenia podane powyżej

$$\sigma_{maxperm}, \sigma_{mininit}, \sigma_{maxexce}$$

momenty zginające w sytuacji początkowej M_{init} oraz dla kombinacji prawie stałej M_{qs} wyznaczone wg [1],

$$M_{init} = M(\sum_{j \geq 1} G_{k,j});$$

$$M_{qs} = M(\sum G_{kj} + \sum_{i \geq 1} \Psi_{2,i} Q_{k,i})$$

moment maksymalny M_{exce} .

Zaleca się przyjmować w praktyce większe wartości wskaźników wytrzymałości przekroju.

Przyjęcie wielkości i mimośrodu działania siły sprężającej odbywa się metodą prostą lub metodą Magnela.

Metoda prosta polega na przyjęciu, że maksymalny moment zginający M_{Ed}^{max} ma być przeniesiony przez zbrojenie sprężające, wówczas uzyskujemy:

$$A_p = \frac{M_{Ed}^{max}}{0,7h \cdot 0,8f_{pk}}$$

Metoda złożona pozwala określić zarówno pożądaną wartość iloczynu siły, jak i mimośrodu. Metodę tę zaproponował Gustaaf Magnel.

Zakładając wielkość mimośrodu, można wyliczyć pożądaną wielkość siły sprężającej:

$$P_0 \geq \frac{W'_{cs} \sigma_{min\,init} - M_{init}}{\left(\frac{W'_{cs}}{A_{cs}} - z_{cp}\right)}$$

$$P_0 = \frac{W_{cs} \sigma_{max\,init} + M_{init}}{\left(\frac{W_{cs}}{A_{cs}} + z_{cp}\right)}$$

$$P_0 \leq \frac{W_t \sigma_{max\,perm} - M_{qs}}{\left(\frac{W_t}{A_c} - z_{cp}\right)}$$

$$P_0 \leq \frac{W_t \sigma_{max\,exce} - M_{exce}}{\left(\frac{W_t}{A_c} - z_{cp}\right)}$$

$$P_0 \geq \frac{W_b \sigma_{min\,exce} + M_{exce}}{\left(\frac{W_b}{A_c} + z_{cp}\right)}$$

Wartość naprężeń σ z różnymi indeksami oznaczają naprężenia dopuszczalne w betonie w odpowiedniej fazie.

Powyższe równania krawędziowe pozwalają na określenie optymalnej wartości siły sprężającej oraz jej mimośrodu, a co za tym idzie, przebiegu kabli na długości elementów. Na podstawie tych danych można podjąć obliczenia rozkładu sił sprężających na długości elementów oraz ich zmian w czasie, nazywane łącznie obliczeniami strat sił sprężających.

Niezależnie od metody określenia początkowej siły sprężającej, ostateczne przyjęcie układu sprężenia wymaga zastosowania któregoś z praktycznych rozwią-

zań i wyboru typu oraz liczby kabli. Przy tej operacji należy spełnić ograniczenia maksymalnej siły w ciągach, która nie może przekraczać poziomu:

$$P_0 \leq A_p \sigma_{p0\,max}$$

$$\sigma_{p0\,max} = \min(0,8f_{pk}; 0,9f_{p0,1k})$$

2. Straty siły sprężającej

Obliczenia strat siły sprężającej na etapie projektowania prowadzi się zwykle dla tzw. kabla wypadkowego. Kablem wypadkowym nazywa się fikcyjny kabel o trasie wyznaczonej przez środki ciężkości wszystkich kabli w przekrojach na długości elementu. Panująca w nim w każdym przekroju wypadkowa siła sprężająca to suma sił z wszystkich kabli w przekroju. Warto podkreślić, że siły w poszczególnych kablach nie są równe i ich szczegółowe określenie jest konieczne na etapie potwierdzania zgodności technologii sprężania z założeniami projektu.

Straty siły sprężającej dzieli się na dwie grupy: straty doraźne (nazywane też natychmiastowymi) oraz straty opóźnione (reologiczne). W elementach kablobetonowych do strat doraźnych zalicza się, zgodnie z kolejnością ich wystąpienia w każdym kablu, straty wywołane tarcieniem ciągów o osłonkę kanału, poślizgiem ciągów w zakotwieniach oraz odkształceniem sprężystym elementu. W takiej kolejności prowadzi się też ich obliczenia. Straty opóźnione są wywołane zjawiskami, których postęp jest jednoczesny: relaksacją stali sprężającej, skurczem betonu i pęczaniem betonu. Ta jednoczesność ma swój wyraz w stosowanych obecnie zasadach obliczeń: straty opóźnione są obliczane według jednego wspólnego wyrażenia.

2.1. Straty doraźne

Straty wywołane tarcieniem ciągów o osłonkę kanału kablowego określa się w oparciu o teorię tarcia Eulera. Poza siłą docisku oraz współczynnikiem tarcia stosowane wzory uwzględniają niezamierzony wpływ niedokładności montażu osłonek. Stratę zachodzącą na odcinku pomiędzy zakotwieniem czynnym a przekrojem oddalonym od czynnego zakotwienia o x określa się według wzoru:

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_0 \left[1 - e^{-\mu(\theta + kx)} \right]$$

w którym μ oznacza wartość współczynnika tarcia, θ – sumę kątów zakrzy-

wienia trasy kabla od czynnego zakotwienia do rozważanego przekroju, a k jest współczynnikiem uwzględniającym pofalowanie trasy osłonek.

Współczynniki tarcia dla typowych ciągów są podane w normach i zaleceniach do projektowania. Na podstawie doświadczenia można przyjmować w obliczeniach inne wartości, jeżeli zapewnia to lepszą zgodność obliczonych wydłużeń kabli z ich pomiarami.

Następujące w chwili kotwienia ciągów w zakotwieniach szczegółowych straty wywołane poślizgiem największą wartość osiągają w zakotwieniu i spadają liniowo do zera w odległości x_0 od miejsca naciągu kabla. Zasięg poślizgu x_0 jest tym większy, im mniejsze tarcie występuje na trasie kabla. Długość tego odcinka określa się dla ciągów o trasie prostej według wzoru:

$$x_0 = \sqrt{\frac{a_p E_p A_p}{\mu k P_0}}$$

a dla trasy zakrzywionej według wzoru:

$$x_0 = \frac{r}{\mu} \ln \frac{1}{1 - \sqrt{\frac{\mu a_p E_p A_p}{P_0 r}}}$$

Jeśli trasa ciągu jest złożona zarówno z odcinków prostych, jak i zakrzywionych, to do obliczeń przyjmuje się x_0 o większej z dwóch wartości, można też zasięg poślizgu wyliczyć szczegółowo na podstawie wpływu tarcia.

Strata wywołana poślizgiem jest wyliczana według wzoru:

$$\Delta P_{sl}(x) = 2a_p \frac{x_0 - x}{x_0^2} E_p A_p$$

gdzie a_p to wielkość poślizgu ciągów w zakotwieniach, przyjmowana z doświadczenia, najczęściej jego wartość to ok. 5 mm, E_p i A_p to odpowiednio wartość modułu sprężystości i pole przekroju ciągów sprężających w przekroju. Wylimitowanie straty związanej z poślizgiem jest możliwe, ale wymaga zastosowania zakotwień bezpoślizgowych, co jest znacznie bardziej pracochłonne. Warto dodać też, że w razie, kiedy zasięg poślizgu jest większy od długości elementu, należy w obliczeniach uwzględnić odpowiednie powiększenie straty. Ponadto, jeżeli rozważany przekrój znajduje się w zasięgu poślizgu liczonym od dwóch zakotwień czynnych, to straty od poślizgu w obu zakotwieniach należy dodać.

Straty wywołane odkształceniami sprężystymi betonu pojawiają się wskutek odkształcenia elementu w chwili przyłożenia do niego siły sprężającej i zależą przede wszystkim od modułu sprężystości betonu. Straty występują w kablach już naciągniętych i zakotwionych, w chwili kiedy w trakcie naciągu kolejnych kabli oparta na czole elementu prasa naciągowa wywiera siłę i powoduje odkształcenie elementu.

Wartość strat wywołanych odkształceniem betonu określa się według wzoru:

$$\Delta P_c = \frac{n-1}{2n} \alpha \rho_p \left(1 + z_{cp}^2 \frac{A_{cs}}{I_{cs}} \right) P_0$$

w którym n jest liczbą kabli w przekroju, α – stosunkiem modułów sprężystości stali sprężającej i betonu, z_{cp} – miarą środkiem działania wypadkowej siły sprężającej w przekroju, A_{cs} i I_{cs} to sprowadzone charakterystyki geometryczne przekroju dla fazy sprężania, a P_0 to początkowa siła sprężająca. Stopień zbrojenia sprężającego w przekroju określa się również względem pola przekroju sprowadzonego:

$$\rho_{p0} = \frac{A_p}{A_{cs}}$$

Stratę ΔP_c można przyjąć za zerową łącznie w przypadku jednoczesnego naciągu wszystkich kabli, co praktycznie nie jest możliwe. W celu zmniejszenia wpływu tej straty stosuje się jej kompensowanie, polegające na naciąganiu wszystkich kabli w dwóch etapach. W pierwszym etapie naciąga się wszystkie kable do poziomu co najmniej 80% siły docelowej. Po wykonaniu tego etapu dla wszystkich kabli wykonuje się ich dociągnięcie do pełnej siły. Spadek sił wskutek odkształcenia elementu pod wpływem działania 80% siły pełnej jest wyrównany w drugim etapie, a po operacji pozostaje niewielka część straty.

Po wykonaniu obliczeń straty doraźne należy podsumować. Dalsze spadki siły sprężającej występują z biegiem czasu i nie są tak gwałtowne.

2.2. Siła sprężająca po stratach doraźnych

Po wystąpieniu strat doraźnych siła sprężająca ma wartość:

$$P_{m0}(x) = P_0 - \Delta P_{\mu}(x) - \Delta P_{sl}(x) - \Delta P_c$$

a jednocześnie

$$P_{m0}(x) = A_p \sigma_{pm0}$$

Poziom naprężeń nie może przekraczać poziomu określonego przez następujące ograniczenie:

$$\sigma_{pm0} \leq \min(0,75 f_{pk}, 0,85 f_{p0,1k})$$

2.3. Straty opóźnione

Po wystąpieniu strat doraźnych w przekroju elementu sprężonego panuje ustalony stan naprężeń. Podstawowe obliczenia pozwalają określić ich poziom zarówno dla betonu, stali miękkiej, jak i stali sprężającej. Naprężenia te są powodem występowania zjawisk opóźnionych, a zarazem będą podlegały zmianom przez te zjawiska wywołanym.

Stan naprężeń i odkształceń w materiałach podlega powolnym zmianom na skutek działania zjawisk reologicznych: skurczu betonu, pełzania betonu i relaksacji stali sprężającej – wartości naprężeń w materiałach są zatem zarówno funkcją lokalizacji, jak i czasu: $\sigma_{pm}(x, y, z, t)$, $\sigma_{cpg}(x, y, z, t)$.

2.3.1. Skurcz betonu

Zjawisko skurczu betonu to niezależny od obciążenia proces rozwijającej się w czasie zmiany objętości materiału. W obliczeniach inżynierskich uwzględnienie skurczu sprowadza się do określenia odkształcenia skurczowego w jednym (w elementach prętowych) lub dwóch prostopadłych (w elementach płytowych) kierunkach. Zwykle odkształcenia związane ze skurczem są ujemne, w środowisku wodnym beton wykazuje nieznaczne odkształcenia dodatnie, nazywane pęcznieniem.

Mechanizm skurczu zaobserwowany na poziomie elementu jest w wyraźnym stopniu zależny od ruchu wilgoci. Większym odkształceniom skurczowym sprzyjają:

- niewielkie wymiary poprzeczne przekroju (przekroje cienkie),
- wysoki stosunek w/c mieszanki betonowej,
- niska wilgotność otoczenia,
- wczesne rozpoczęcie wysychania elementu,
- zawartość kruszywa oraz jego rozmiar i moduł sprężystości.

Pomimo istnienia silnej zależności postępu skurczu od transportu wilgoci, odkształcenia betonu obserwuje się również przy braku wymiany wilgoci z otoczeniem (badania próbek zaizolowanych). Na tej

podstawie przyjmuje się, że na skurcz całkowity składają się dwie jego części:

- skurcz własny (autogeniczny) ϵ_{ca} – skutek reakcji hydratacji; jego skala w porównaniu z całkowitym odkształceniem skurczowym jest niewielka,
- skurcz wysychania ϵ_{cd} – skutek ucieczki cząsteczek wilgoci ze struktury betonu do otoczenia, prowadzący do spadku objętości żeluz cementowego, a w rezultacie betonu.

Na dynamikę skurczu wpływają w szczególności wszelkie parametry przyspieszające i opóźniające wymianę wilgoci.

2.3.2. Efekty skurczu

Skurcz jest zjawiskiem lokalnym, a jego rozwój jest związany z obecnością i ruchami wilgoci w materiale. Wskutek dyfuzji wewnątrz betonu i parowania z jego powierzchni, rozkład pól wilgoci w przekroju elementu w trakcie wysychania staje się coraz bardziej nierównomierny. Przyjmuje się, że odkształcenie skurczu jest proporcjonalne do spadku ilości wilgoci w punkcie materiału:

$$\epsilon_{sh}(\Gamma, t) = k(C(\Gamma, t) - C(t_0))$$

W powyższym wyrażeniu przyjęto następujące oznaczenia: k – funkcja odnosząca odkształcenia skurczowe do zmiany ilości wilgoci w punkcie (zwykle przyjmowana jako liniowa), $C(\Gamma, t)$ – ilość wilgoci w punkcie Γ w czasie t , $C(t_0)$ – początkowa ilość wilgoci w betonie (przyjmowana jako jednorodna).

Z powyższego wynika, że wskutek parowania wilgoci z betonu do otoczenia przy powierzchni elementu odkształcenie skurczowe materiału ma tendencję do większej wartości niż wewnątrz przekroju. Jeżeli warunki wysychania i odkształceń po obu stronach przekroju są takie same, to przekrój ulega jedynie skróceniu. Różnica warunków wysychania przeciwległych powierzchni elementu spowoduje różne wartości odkształcenia po obu stronach, a odkształcenie elementu będzie złożone z odkształcenia osiowego oraz krzywizny.

Z punktu widzenia sprężenia istotne jest przede wszystkim jednowymiarowe odkształcenie skurczowe, jakie nastąpi w rozważanym przekroju na wysokości wypadkowego cięga sprężającego w czasie od sprężenia elementu (t_0) do rozważanej chwili (t). Wiek betonu w chwili rozpoczęcia procesu skurczu oznacza się (t_s). Obliczenie odkształcenia odbywa się przy przyjęciu założeń:

- wilgotność otoczenia jest stała przez cały rozważany okres,
- powierzchnia, przez którą odbywa się wymiana wilgoci z otoczeniem, nie ulega zmianie.

Skurcz autogeniczny jest efektem wiązania wody z betonu na potrzeby reakcji hydratacji, przez co największa jego część zachodzi w czasie wiązania betonu. Skurcz od wysychania przebiega wolniej, bo proces migracji cząstek wody w betonie ku powierzchni oraz jej parowania jest znacznie wolniejszy. Całkowite odkształcenie skurczu to suma dwóch składowych:

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$$

Odształcenie skurczowe, jakie obniża wielkość siły sprężającej, jest wyznaczone jako różnica odkształcenia skurczowego dla rozważanej chwili $\epsilon_{sh}(t, t_s)$ oraz odkształcenia skurczowego dla chwili sprężenia $\epsilon_{sh}(t_0, t_s)$:

$$\epsilon_{cs}(t_i - t_i) = (\beta_{ds}(t_i, t_s) - \beta_{ds}(t_{i-1}, t_s)) k_h \epsilon_{cd,0} + (\beta_{as}(t_i) - \beta_{as}(t_{i-1})) \epsilon_{ca}(\infty)$$

Odształcenie skurczu autogenicznego określa się według wzoru:

$$\epsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \epsilon_{ca}(\infty),$$

gdzie końcowa wartość odkształcenia wynosi: $\epsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10)10^{-6}$

a funkcja przyrostu odkształcenia w czasie ma postać:

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2t^{0,5}).$$

Odształcenie wskutek skurczu od wysychania to:

$$\epsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) k_h \epsilon_{cd,0}$$

w którym funkcja rozwoju w czasie jest przyjmowana następująco:

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \left(\frac{t - t_s}{t - t_s + 0,04 \sqrt{h_0^3}} \right)$$

Wartości współczynnika k_h zależą od sprawdzonego wymiaru przekroju elementu h_0 :

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} \quad (A_c \text{ to pole przekroju betonowego, } u \text{ – to jego obwód w kontakcie z otoczeniem}).$$

Wartość współczynnika k_h podaje tablica 1.

Tab. 1. Wartość współczynnika k_h

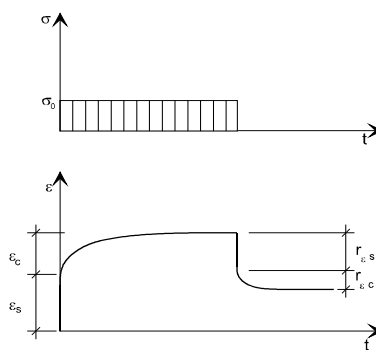
h_0	k_h
100	1,00
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

Skurcz swobodny $\epsilon_{cd,0}$ można wyznaczać z wzorów podanych w normach [1], można też posłużyć się wartościami podanymi w tablicy 2.

Wielkość odkształcenia skurczowego, a w rezultacie wielkość wpływu skurczu na siłę sprężającą, a także niebezpieczeństwo zarysowania skurczowego można zredukować, opóźniając moment sprężenia betonu oraz ograniczając swobodę jego wysychania.

2.3.3. Pełzanie betonu

Pełzaniem betonu nazywa się proces stopniowego wzrostu odkształceń betonu poddanego działaniu długotrwałych naprężeń. Efektem pełzania betonu może być znaczne (nawet ponad trzykrotne) zwiększenie odkształceń betonu powstających w chwili obciążenia. Podstawowym obrazem pełzania prostego jest wykres przedstawiony na rycinie 1, gdzie wartość łącznego odkształcenia betonu składa się z odkształcenia natychmiastowego $\epsilon_e(t_0)$ powstałego w chwili obciążenia oraz odkształcenia wywołanego pełzaniem $\epsilon_c(t, t_0)$. Analogicznie po odciążeniu obserwuje się zwrot sprężysty r_{es} i opóźniony r_{ec}



Ryc. 1. Odształcenie betonu pod obciążeniem oraz zwrot odkształceń po odciążeniu

Tab. 2. Wartość skurczu swobodnego od wysychania dla cementu normalnego, w [%].

$f_{ck}/f_{ck,cube}$ (MPa)	Wilgotność względna (w %)					
	20	40	60	80	90	100
20/25	0,62	0,58	0,49	0,30	0,17	0,00
40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

Do opisu ilościowego zjawiska pełzania przyjmuje się oznaczenie współczynnika pełzania:

$$\varphi(t, t_0) = \frac{\epsilon_c(t, t_0)}{\epsilon_e(t_0)}$$

Dla naprężeń przekraczających 50% wytrzymałości betonu należy uwzględnić zwiększone wartości odkształceń pełzania. W takich przypadkach współczynnik ulega korekcie do postaci tzw. pełzania nieliniowego.

Wykorzystanie współczynnika pełzania jest dogodnym sposobem na określenie wielkości odkształceń pełzania pod obciążeniem niezmiennym przed długi okres. Określenie odkształceń pełzania pod obciążeniem długotrwałym okresowo zmiennym wymaga wykorzystania funkcji pełzania. Funkcja pełzania jest częścią reologicznego modelu materiału, stworzonego w ramach oprogramowania obliczeniowego.

Przyjmuje się, że mechanizm pełzania betonu jest związany z ruchem cząsteczek wody w żelu cementowym oraz kapilarnych porach pod wpływem naprężeń. Istnieją też inne teorie, oparte m.in. na opisie plastycznych odkształceń żelu cementowego. Jest to zjawisko lokalne (podobnie do skurczu betonu), jednak w obliczeniach inżynierskich ocenia się globalny wpływ pełzania na odkształcenie elementu.

Skutki pełzania betonu są związane z charakterem powodującego go obciążenia długotrwałego i generalnie mają charakter wzrostu odkształceń konstrukcji pod przyłożonym obciążeniem. Należy również podkreślić łagodzący wpływ pełzania, jaki można stwierdzić w odniesieniu do sił wewnętrznych generowanych przez wolno rosnące odkształcenia wymuszone.

Liczba czynników wpływających na wielkość odkształceń wywołanych peł-

zaniem betonu jest znaczna. Przyjmuje się, że wpływ na odkształcenia pełzania mają w szczególności te z nich, które ułatwiają lub utrudniają ruch wilgoci. Są to zarówno czynniki wewnętrzne w betonie, jak i zewnętrzne (otoczenie). Wymienia się tu przede wszystkim:

- początkową wartość w/c w mieszance betonowej,
- wiek betonu w chwili obciążenia,
- czas trwania obciążenia,
- rodzaj cementu (portland, portland szybkowiązący, glinowy),
- klasę (wytrzymałość) betonu,
- użycie opóźniaczy wiązania betonu,
- moduł sprężystości oraz nasiąkliwość kruszywa,
- zawartość kruszywa w objętości betonu,
- poziom trwałych naprężeń w betonie,
- geometrię przekroju,
- wilgotność otoczenia.

Złożoność zjawiska pełzania betonu nie pozwala na szczegółowe uwzględnienie wszystkich parametrów w tworzeniu racjonalnego modelu obliczeniowego. Stworzone w przeszłości oraz stosowane obecnie sformułowania analityczne mają charakter empiryczny, uwzględniają czynniki, których wpływ jest wyraźny, a ich współczynniki są skalibrowane tak, by dawać dobre przybliżenie w typowych przypadkach.

2.3.4. Obliczenia współczynnika pełzania

Według zapisów Eurokodu 2, współczynnik pełzania $\varphi(t, t_0)$ oblicza się jako iloczyn podstawowego współczynnika pełzania φ_0 (zależnego od klasy betonu, geometrii elementu i wilgotności otoczenia) i współczynnika stopnia zaawansowania procesu pełzania $\beta_c(t, t_0)$

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c(t, t_0)$$

gdzie:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0)$$

współczynnik zależny od wilgotności otoczenia RH:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{100}{RH}}{0,1 \sqrt[3]{h_0}} \text{ dla } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}$$

$$\varphi_{RH} = \left(1 + \frac{1 - \frac{100}{RH}}{0,1 \sqrt[3]{h_0}} \alpha_1 \right) \alpha_2 \text{ dla } f_{cm} > 35 \text{ MPa}$$

współczynnik zależny od wytrzymałości betonu w wieku 28 dni

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} f_{cm}$$

współczynnik zależny od wieku betonu w chwili obciążenia

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,20}}$$

Współczynnik rozwoju pełzania w czasie:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3}$$

$$\beta_H = 1,5[1 + (0,012RH)^{18}]h_0 + 250 \text{ lecz nie więcej niż } 1500 \text{ dla } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}$$

$$\beta_H = 1,5[1 + (0,012RH)^{18}]h_0 + 250\alpha_3 \text{ lecz nie więcej niż } 1500\alpha_3 \text{ dla } f_{cm} \geq 35 \text{ MPa}$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,7} \quad \alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,2} \quad \alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5}$$

$$\alpha = -1 \text{ dla cementu klasy S}$$

$$\alpha = 0 \text{ dla cementu klasy N}$$

$$\alpha = 1 \text{ dla cementu klasy R}$$

Wartość współczynnika pełzania można też odczytywać z nomogramów umieszczonych w przepisach normowych.

2.3.5. Relaksacja stali sprężającej

Stal poddana trwałemu stałemu (lub w przybliżeniu stałemu) odkształceniu z biegiem czasu wykazuje spadek naprężeń w niej panujących.

Najprostszym opisem procesu relaksacji jest tzw. relaksacja prosta. Proces relaksacji jest długotrwały. W stosowanych modelach obliczeniowych przyjmuje się, że ok. 1/3–1/2 całkowitego spadku naprężeń wywołanego relaksacją następuje w pierwszych 1000 godz. procesu.

Skutkiem relaksacji jest zmniejszenie siły sprężającej. Proces ten przebiega równoległe do skurczu i pełzania betonu. Wielkość spadku naprężeń zależy od cech stali oraz od poziomu naprężeń początkowych. Zwykła stal poddana trwałym, wysokim naprężeniom ulega znacznej relaksacji. Stal produkowana z przeznaczeniem do zastosowania jako stal sprężająca, posiadając wyższą wytrzymałość, pozwala na osiągnięcie wysokich naprężeń przy akceptowalnie niskiej relaksacji. Obecnie technologia produkcji stali sprężającej oraz wymagania jej dopuszczenia do zastosowania wykluczają przeważnie

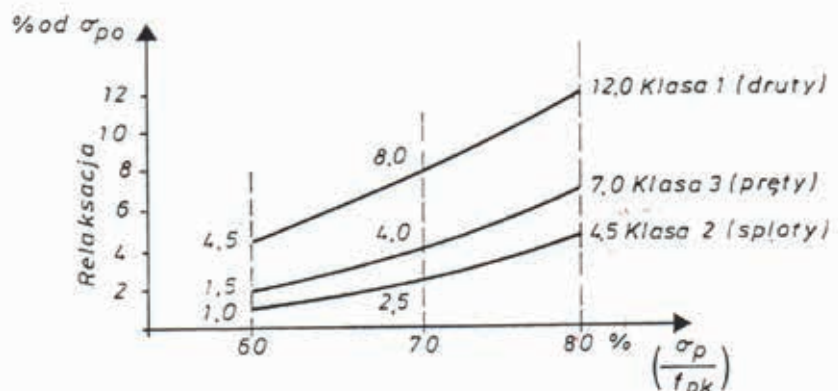
użycie stali, której relaksacja po 1000 godz. działania naprężeń na poziomie 70% wytrzymałości charakterystycznej przekracza 2,5%. Stal spełniająca to ograniczenie nazywa się stalą o niskiej relaksacji.

Stosowane w starszych, również międzynarodowych przepisach (Model Code 1978. 1990, PN-B-03264:1999) graficzne określenie wpływu relaksacji (zob. ryc. 2) pozwala w sposób czytelny przedstawić zależność pomiędzy klasą relaksacji stali oraz jej wyężeniem a wielkością straty w naprężeniach $\Delta\sigma_{prp}$ („% od σ_{po} ” na osi pionowej), odniesioną do wyężenia początkowego σ_{pk} . Należy podkreślić, że wartości pokazane na wykresie są wynikami badania relaksacji przy wyężeniu stałym na poziomie 60%, 70% i 80% oraz czasie trwania badania równym 1000 godz. Całkowitą wartość relaksacji $\Delta\sigma_{pr}$ przyjmuje się dwukrotnie wyższą od wartości z wykresu $\Delta\sigma_{prp}$. Aby uwzględnić zmienne warunki procesu (równoległy postęp skurczu i pełzania betonu, które zmniejszają wstępne odkształcenie stali), wyężenie początkowe przyjmowano obniżone o 30% szacowanych strat opóźnionych w postaci:

$$\sigma_p = \sigma_{pg0} - 0,3\Delta\sigma_{p,c+s+r}$$

gdzie: $\Delta\sigma_{p,c+s+r}$ – założona łączna wielkość strat wywołanych efektami reologicznymi, którą po zakończeniu obliczeń strat należy skorygować. W uproszczeniu dla budynków można było przyjmować także:

$$\sigma_p = 0,85\sigma_{pg0}$$



Ryc. 2. Graficzna metoda określenia strat wywołanych relaksacją stali sprężającej (PN-B-03264:1999)

Podejście proponowane w normie Eurokod 2 [1] jest oparte na wzorach empirycznych opartych na wyrażeniach wykładniczych. Norma twierdzi, że „straty od relaksacji można otrzymać ze świadectw z badań prowadzonych przez producentów lub można je określać, stosując jeden z podanych poniżej wzorów”. Takie określenie strat dotyczy procesu relaksacji prostej (bez zmian naprężeń początkowych), przez co w przypadku obiektów budowanych etapowo uzyskane wartości mogą odbiegać od ich rzeczywistej pracy. Podane w normie wzory uzależniają stratę od wytężenia stali μ , podając następujące formuły:

- dla prętów sprężających

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pr}} = 1,98\rho_{1000}e^{8\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$$

- dla drutów i splotów sprężających klasy 2

$$2 \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pr}} = 0,66\rho_{1000}e^{9,1\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$$

- dla drutów i splotów sprężających klasy 1

$$1 \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pr}} = 5,39\rho_{1000}e^{6,7\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$$

2.3.6. Łączne straty reologiczne

Mimo że opisane powyżej procesy reologiczne postępują równolegle i nie można zaprzeczyć ich wzajemnym wpływom, obliczenia strat wywołanych skurczem i pełzaniem betonu oraz relaksacją stali sprężającej sprowadzają się do dodania do siebie ich skutków wyznaczonych w naprężeniach, a następnie skorygowania uzyskanej wartości z uwagi na geometrię przekroju oraz charakterystyki materiałowe.

Sformułowanie strat opóźnionych ma postać:

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r}(t,t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t,t_0)E_p + \Delta\sigma_{p,r}(t,t_0) + \alpha[\sigma_{cg} + \sigma_{cpo}]\phi(t,t_0)}{1 + \alpha \frac{A_p}{A_c} \left[1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2 \right] [1 + 0,8\phi(t,t_0)]}$$

W powyższym wzorze:

- część straty wywołana przez skurcz betonu to iloczyn przyrostu odkształcenia skurczu $\varepsilon_{cs}(t,t_0)$ i modułu sprężystości stali sprężającej E_p ;
- część straty wywołana przez relaksację stali sprężającej wynosi $\Delta\sigma_{p,r}(t,t_0)$;
- część straty wywołana przez pełzanie betonu jest oparta na wartości współczynnika pełzania $\phi(t,t_0)$.

Łączne straty opóźnione są korygowane w zależności od sztywności przekroju, zależnej od cech materiału i geometrii, co ma odzwierciedlenie w mianowniku.

Takie określenie strat odpowiada pracy elementów konstrukcyjnych wykonywanych w jednym etapie i użytkowanych w warunkach reprezentowanych przez stabilny model obliczeniowy. Dla przypadków bardziej złożonych (obiekty budowane etapowo lub obciążane w różnych okresach) norma przewiduje jedynie korektę sposobu wyznaczenia strat wywołanej relaksacją stali sprężającej. Zmienne warunki skurczu, o ile występują, można uwzględnić, wykorzystując kilkukrotnie to samo podejście obliczeniowe. Zarówno obiekty z betonu, które przez kilka miesięcy po zabetonowaniu i rozdeskowaniu oddają wilgoć do otoczenia, a następnie są pokrywane szczelną powłoką malarską, jak i obiekty budowane etapowo wymagają bardziej złożonego podejścia obliczeniowego, w którym procesy są rozważane sukcesywnie w kolejnych przedziałach czasowych.

2.4. Siła po stratach

Siła sprężająca po wszystkich stratach, nazywana trwałą siłą sprężającą, jest określana na podstawie siły początkowej P_0 :

$$P_{mt}(x) = P_0 - \Delta P_{\mu}(x) - \Delta P_{sl}(x) - \Delta P_c - \Delta P_{c+s+r}$$

Naprężenia trwałe w ciągnach sprężających po wszystkich stratach nie powinny przekraczać granicy, która odpowiada granicy relaksacji.

$$\sigma_{pmt\max} = 0,65f_{pk}$$

3. Wartości obliczeniowe siły sprężającej

Po określeniu wartości siły sprężającej po wszystkich stratach dokonuje się spraw-

w w betonie powinny spełniać warunki podane w [1], dotyczące zabezpieczenia elementu przed zarysowaniem oraz przed nadmiernym obciążeniem betonu na ściskanie. Naprężenia trwałe w betonie muszą spełniać nierówność:

$$\sigma_c \leq 0,45f_{ck}$$

Przekroczenie powyższego poziomu naprężeń uniemożliwia dalsze korzystanie z teorii liniowego pełzania i wymaga skorygowania wartości współczynnika pełzania w obliczeniach ze względu na panujące naprężenie rzeczywiste.

Spełnienie powyższych warunków pozwala na przeprowadzenie weryfikacji nośności elementu, a także spełnienie warunków użyteczności.

Określona wartość długotrwałej siły sprężającej po wszystkich stratach P_{mt} jest wartością średnią. Sprawdzenie stanów granicznych nośności (SGN) wymaga wykorzystania wartości obliczeniowych siły sprężającej dla SGN.

Obliczeniowa siła sprężająca:

$$P_d = \gamma_p P_{mt}$$

gdzie γ_p ma wartość zależną od sposobu działania siły sprężającej.

Stany graniczne użyteczności (SGU) elementów sprężonych sprawdza się przy wykorzystaniu wartości obliczeniowych dla SGU (dawniej nazywanych wartościami charakterystycznymi):

$$P_{k,inf} = r_{inf} P_{mt}(x)$$

$$P_{k,sup} = r_{sup} P_{mt}(x)$$

Wartości współczynników przyjmuje się następująco:

$$\gamma_p = \begin{cases} 0,9 & \text{dla działań korzystnych} \\ 1,2 & \text{dla działań niekorzystnych} \end{cases}$$

$r_{inf} = r_{sup} = 1,0$, jeżeli podjęto odpowiednie kroki pozwalające na potwierdzenie wielkości siły sprężającej.

$r_{inf} = 0,95$; $r_{sup} = 1,05$, dla elementów strunobetonowych oraz ciągnien bez przy-
czepności,

$r_{inf} = 0,90$; $r_{sup} = 1,10$ dla elementów kablobetonowych z przy-
czepnością.

Tak określone siły są następnie wykorzystywane do sprawdzania stanów granicznych konstrukcji.

Literatura

- [1] Eurokod 2: PN-EN 1992-1-1, *Projektowanie konstrukcji z betonu*; Część 1-1: *Reguły ogólne i reguły dla budynków*.
- [2] Eurokod 1: PN-EN 1991-1-1, *Oddziaływania na konstrukcje*.