#### **Zbigniew BUDNIAK**

POLITECHNIKA KOSZALIŃSKA, WYDZIAŁ MECHANICZNY ul. Racławicka 15-17, 75-620 Koszalin

# Modelowanie przestrzennych łańcuchów wymiarowych układów montażowych z zastosowaniem technik CAD/CAE

#### Dr inż. Zbigniew BUDNIAK

Studiował na Wydziale Technologicznym Moskiewskiego Instytutu Obrabiarkowo-Narzędziowego Stankin w Rosji. Pracę doktorską obronił na tej samej uczelni w 1983r. Zainteresowania naukowe dotyczą automatyzacji montażu, modelowania i analiz przestrzennych mechanizmów maszyn oraz obróbki ubytkowej modelami specjalnych narzędzi ściernych.



e-mail: zbigniew.budniak@tu.koszalin.pl

#### Streszczenie

W pracy przedstawiono nowe podejście do problemu projektowania i analiz inżynierskich układów mechanicznych z wykorzystaniem nowoczesnych technik komputerowych CAD/CAE. Zaproponowana metodologia pozwala na budowanie przestrzennych modeli łańcuchów wymiarowych, które można wykorzystać do projektowania i analiz: konstrukcji mechanicznych, przestrzennych mechanizmów maszyn, układów pomiarowych, technologicznych układów obróbkowych *OUPN* oraz układów montażowych. W pracy przedstawiono przykładowe wyniki badań symulacyjnych pokazane na wykresach.

Slowa kluczowe: modelowanie, analiza, łańcuch wymiarowy, układ montażowy, CAD/CAE.

# Modeling of spatial dimension chains of mounting systems using techniques CAD/CAE

#### Abstract

The paper presents a new approach to the issue of design and engineering analysis of mechanical systems using modern computer technology CAD/CAE. The proposed methodology allows building three-dimensional models of dimension chains that can be used for the design and analysis of: mechanical constructions, spatial mechanisms, machines, measuring systems, technological machining systems, and mounting systems. Modeling of the spatial dimension string is shown on the example of a mounting system used to connect parts with rotating surfaces of a roller-sleeve. Very important tasks of this work were: verification of the compatibility of the virtual model of a spatial dimension string with its mathematical model written in the form of a matrix, the analysis of the spatial dimension string, the development of parametric models of parts and assemblies. For modeling and analysis of a virtual mounting system with a spatial dimensional chain there was used the SolidWorks software for Computer Aided Design CAD. For kinematic analysis there was also used the SolidWorks Motion. Examples of simulation results illustrating the change in misalignment of combined parts in the mounting process are shown in the graphs.

Keywords: modeling, analysis, dimension chain, mounting system, CAD/CAE.

# 1. Wprowadzenie

Analiza dokładności wzajemnego położenia części i podzespołów oparta jest na łańcuchach wymiarowych, mających kluczowe znaczenie w projektowaniu układów mechanicznych. Zadanie identyfikacji łańcuchów wymiarowych jest żmudne i łatwo o pomyłkę zwłaszcza w zespołach o dużej ilości części i złożonej ich geometrii. Niezbędnym, zatem staje się opracowanie metodyki projektowania układów mechanicznych w oparciu o obliczenia łańcuchów wymiarowych.

Prezentowana metoda, przedstawiona na rys. 1, wykorzystuje nowoczesne systemy obliczeniowe oparte na zaawansowanym oprogramowaniu inżynierskim CAD/CAE.



- Rys. 1. Schemat blokowy komputerowego wspomagania projektowania i analizy układów mechanicznych
- Fig. 1. Block diagram of the computer-aided design and analysis of mechanical systems

Podstawowymi elementami realizowanej metody są:

- modelowanie przestrzennych łańcuchów wymiarowych:
- opracowanie matematycznego modelu łańcucha wymiarowego w oparciu o rachunek macierzowy,
- modelowanie przestrzennego łańcucha wymiarowego na bazie konstruktywnej geometrii systemu CAD,
- weryfikacja wirtualnego modelu przestrzennego łańcucha wymiarowego.
- analiza przestrzennych łańcuchów wymiarowych;
- modelowanie parametryczne części i złożenia układów mechanicznych (konstrukcji części maszyn, układów montażowych, technologicznych układów obróbkowych OUPN, układów pomiarowych i przestrzennych mechanizmów maszyn);
- analiza wielkości kinematycznych oraz dynamicznych;
- analiza procesu technologicznego montażu pod kątem zapewnienia dokładności pozycjonowania łączonych części i podzespołów, itp.;
- wizualizacja projektu opracowanie dokumentacji technicznej 2D, fotorealistyczna prezentacja i animacja pracy układu mechanicznego.

Do modelowania i analiz wirtualnego układu montażowego wykorzystano oprogramowanie *CAD-SolidWorks* oraz moduł obliczeniowy *CAE - SolidWorks Motion* [6].

Zakres przeprowadzonych prac zaprezentowanych w artykule obejmuje zamarkowany przerywaną linią obszar widoczny na rys. 1. Prezentowana metodyka została zilustrowana na przykładzie układu montażowego do łączenia części maszyn o powierzchniach obrotowych pasowanych z luzem dodatnim.

# 2. Przestrzenny łańcuch wymiarowy układu montażowego

W pracy przeprowadzono analizę numeryczną układu mechanicznego na przykładzie układu montażowego przedstawionego na rys. 2. W celu rozwiązania zadania względnej orientacji łączonych części maszyn w pozycji montażowej z określoną dokładnością należy przede wszystkim określić warunki ich połączenia. W warunkach rzeczywistych w wyniku niedokładności wykonania i zamocowania łączonych części i podzespołów montowanego wyrobu oraz innych komponentów układu montażowego, łączone części maszyn w pozycji roboczej będą posiadać przemieszczenia i odchylenia kątowe w przestrzeni, mogące stanowić podstawową przyczynę jego niemontowalności. Automatyczny montaż będzie możliwy tylko wtedy, jeżeli sumaryczna odchyłka względnej orientacji w przestrzeni łączonych części maszyn będzie mniejsza od wartości dopuszczalnych ich niewspółosiowości [4, 5]:

$$\omega_{\Lambda} \le \delta_{xi} / 2 \tag{1}$$

gdzie:  $\omega_{d-}$  sumaryczny błąd niewspółosiowości,  $\delta_{xi}$  – wartość dopuszczalna niewspółosiowości.

Wielkości błędu  $\omega_A$  zależy od dokładności względnego położenia elementów układu montażowego, dokładności wykonania łączonych detali. Określenie  $\omega_A$  oparto na rozwiązaniu przestrzennego łańcucha wymiarowego układu montażowego, gdzie  $\omega_A$  jest sumarycznym ogniwem zamykającym (rys. 2).



 Rys. 2.
 Położenie łączonych części maszyn w procesie automatycznego montażu

 Fig. 2.
 The position of combined parts in the automatic assembly process

W ogólnym przypadku wielkość wektora  $r_{\Lambda}$ , będącego jednocześnie wartością ogniwa zamykającego przestrzennego łańcucha wymiarowego układu montażowego, oblicza się z wzoru (2):

$$r_{\Delta} = r_{Q_S} - r_{Ph} \tag{2}$$

gdzie:  $r_{Qs}$ - wektor określający położenie punktu  $Q_s$ , przynależnego do wstawianego wałka, względem globalnego układu współrzędnych *OXYZ*,  $r_{Ph}$ - wektor określający położenie punktu  $P_h$ , przynależnego do tulejki, względem globalnego układu współrzędnych *OXYZ*.

Z kolei wektor niewspółosiowości  $\omega_A$  w płaszczyźnie montażu OXZ oraz wektor  $r''_A$  w rzucie na płaszczyznę pionową OXY oblicza się z wzorów:

$$\omega_{\Delta} = r'_{Q_{S}} - r'_{Ph}, \quad r''_{\Delta} = r''_{Q_{S}} - r''_{Ph}$$
(3)

gdzie:  $r'_{Qs}$ - wektor określający położenie punktu  $Q_s$  w rzucie na płaszczyznę montażu OXZ,  $r'_{Ph}$ - wektor określający położenie punktu  $P_h$  w rzucie na płaszczyznę montażu OXZ,  $r''_{Qs}$ - wektor określający położenie punktu  $Q_s$  w rzucie na płaszczyznę OXY,  $r''_{Ph}$ - wektor określający położenie punktu  $P_h$  w rzucie na płaszczyznę OXY.

# 3. Modelowanie przestrzennego łańcucha wymiarowego

Opis konfiguracji układu montażowego można rozpatrywać, jako opis względnego położenia lokalnych układów współrzędnych, związanych z poszczególnymi ogniwami łańcucha wymiarowego – ogniwu odniesienia (podstawie) przypisuje się tzw. układ globalny *OXYZ* (rys. 3). Takie podejście do opisu tego układu dobrze porządkuje i formalizuje jego modelowanie zarówno w zakresie kinematyki, jak i dynamiki procesu montażu.



Fig. 3. Diagram of the mounting system

Fig. 5. Diagram of the mounting system

Istotą analizowanego układu montażowego jest ruch postępowy chwytaka, wraz ze wstawianym wałkiem, wzdłuż jego osi. W każdej chwili ruchome elementy układu montażowego zajmują określone położenie względem podstawy, jak również względem siebie. Dokonując analizy położenia tego układu szczególne znaczenie posiada ustalenie względnego położenia punktu  $Q_s i P_h$ , dla zadanego położenia chwytaka. Na rys. 3 pokazano schematycznie poszczególne ogniwa układu montażowego, którym przypisano następujące układy współrzędnych prostokątnych:

- OXYZ absolutny układ współrzędnych związany z podstawą,
- O<sub>h1</sub>X<sub>h1</sub>Y<sub>h1</sub>Z<sub>h1</sub> lokalny układ współrzędnych stanowiący pomocniczą bazę montażową do ustalenia położenia uchwytu tulejki,
- O<sub>h2</sub>X<sub>h2</sub>Y<sub>h2</sub>Z<sub>h2</sub> lokalny układ współrzędnych stanowiący główną bazę montażową do ustalenia położenia tulejki w uchwycie,
- O<sub>s1</sub>X<sub>s1</sub>Y<sub>s1</sub>Z<sub>s1</sub> lokalny układ współrzędnych stanowiący pomocniczą bazę montażową do ustalenia położenia chwytaka,
- O<sub>s2</sub>X<sub>s2</sub>Y<sub>s2</sub>Z<sub>s2</sub> lokalny układ współrzędnych stanowiący główną bazę montażową do ustalenia położenia wstawianego wałka w chwytaku.

W części układu montażowego (podstawa, uchwyt tulejki oraz tulejka) obrano punkt  $P_h$ , którego położenie w lokalnym układzie współrzędnych  $O_{h2}X_{h2}Y_{h2}Z_{h2}$  określono, jako wektor  $P_{h2}$  o długości równej  $r_h$  (w szczególnym przypadku dla  $r_h = 0$  wyznaczamy położenie środka otworu tulejki, natomiast gdy  $r_h = r_o$  jego promień) przesunięty wzdłuż osi  $Y_{h2}$  na odległość  $l_h$  (długość tulejki) i obrócony wokół tej osi o kat  $\varepsilon_h$ :

$$P_{h2} = \begin{bmatrix} r_h \cos \varepsilon_h \\ l_h \\ r_h \sin \varepsilon_h \end{bmatrix}$$
(3)

Ten sam punkt jest opisany wektorem  $P_h$  określającym jego położenie w układzie *OXYZ*:

$$P_{h} = R_{h1} \cdot P_{h1} + T_{h1} \tag{4}$$

gdzie:  $R_{h1}$  – macierz rotacji określająca obrót lokalnego układu współrzędnych  $O_{h1}X_{h1}Y_{h1}Z_{h1}$  wokół osi  $X_{h1}$ ,  $Y_{h1}$   $i Z_{h1}$ ;  $P_{h1}$  – wektor opisujący położenie punktu  $P_h$  w lokalnym układzie współrzędnych  $O_{h1}X_{h1}Y_{h1}Z_{h1}$ , którego wiąże równanie:

$$P_{h1} = R_{h2} \cdot P_{h2} + T_{h2} \tag{5}$$

 $T_{hl}$  – wektor opisujący położenie lokalnego układu współrzędnych  $O_{hl}X_{hl}Y_{hl}Z_{hl}$  w układzie współrzędnych absolutnych;  $R_{h2}$  – macierz rotacji określająca obrót lokalnego układu współrzędnych  $O_{h2}X_{h2}Y_{h2}Z_{h2}$  wokół osi  $X_{h2}$ ,  $Y_{h2}i Z_{h2}$ ;  $T_{h2}$  – wektor opisujący położenie lokalnego układu współrzędnych  $O_{h2}X_{h2}Y_{h2}Z_{h2}$  w układzie lokalnego układu mspółrzędnych  $O_{h2}X_{h2}Y_{h2}Z_{h2}$  w układzie lokalnego układu mspółrzędnych  $O_{h2}X_{h2}Y_{h2}Z_{h2}$  w układzie lokalnym  $O_{h1}X_{h1}Y_{h1}Z_{h1}$ .

Z kolei w części układu montażowego - podstawa, chwytak oraz wstawiany wałek - obrano punkt  $Q_{s_2}$  którego położenie w lokalnym układzie współrzędnych  $O_{s2}X_{s2}Y_{s2}Z_{s2}$  określono jako wektor  $Q_{s2}$  o długości równej  $r_s$  (dla  $r_s = 0$  wyznaczamy położenie środka wałka, a dla  $r_s = r_w$  jego promień) przesunięty wzdłuż osi  $Y_{s2}$  na odległość  $l_s$  (długość wałka) i obrócony wokół tej osi o kąt  $\delta_s$ :

$$Q_{s} = \begin{bmatrix} r_{s} \cos \delta_{s} \\ -l_{s} \\ r_{s} \sin \delta_{s} \end{bmatrix}$$
(6)

Ten sam punkt jest opisany wektorem  $P_h$  określającym jego położenie w układzie *OXYZ*:

$$Q_s = R_{S1} \cdot P_{S1} + T_{S1} \tag{7}$$

gdzie:  $R_{sI}$  – macierz rotacji określająca obrót lokalnego układu współrzędnych  $O_{SI}X_{SI}Y_{SI}Z_{SI}$  wokół osi  $X_{SI}$ ,  $Y_{SI}$  *i*  $Z_{SI}$ ;  $Q_{SI}$  – wektor opisujący położenie punktu  $Q_S$  w lokalnym układzie współrzędnych  $O_{SI}X_{SI}Y_{SI}Z_{SI}$ , którego wiąże równanie:

$$Q_{S1} = R_{S2} \cdot Q_{S2} + T_{S2} \tag{8}$$

 $T_{SI}$  – wektor opisujący położenie lokalnego układu współrzędnych  $O_{SI}X_{SI}Y_{SI}Z_{SI}$  w układzie współrzędnych absolutnych;  $R_{S2}$  – macierz rotacji określająca obroty lokalnego układu współrzędnych  $O_{S2}X_{S2}Y_{S2}Z_{S2}$  wokół osi  $X_{S2}$ ,  $Y_{S2}$  i  $Z_{S2}$ ;  $T_{S2}$  – wektor opisujący położenie lokalnego układu współrzędnych  $O_{S2}X_{S2}Y_{S2}Z_{S2}$  w układzie lokalnego układu mspółrzędnych  $O_{S2}X_{S2}Y_{S2}Z_{S2}$  w układzie lokalnym  $O_{SI}X_{SI}Y_{SI}Z_{SI}$ .

W pracy przeprowadzono weryfikację wirtualnego modelu łańcucha wymiarowego, zawierającego geometrię konstruktywną w układzie wieloelementowym, w odniesieniu do ogniwa zamykającego. Wartość ogniwa zamykającego  $r_d$ , obliczona z wzoru (9) jest zgodna z wynikami pomiarów wirtualnego modelu przestrzennego łańcucha wymiarowego (rys. 4).

$$r_{\Delta} = Q_s - P_h = \begin{bmatrix} x_{Qs} \\ y_{Qs} \\ z_{Qs} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{Ph} \\ y_{Ph} \\ z_{Ph} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 189,593 \\ 416,237 \\ 157,002 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 149,593 \\ 226,227 \\ 137,002 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40,000 \\ 190,000 \\ 20,000 \end{bmatrix}$$
(9)



Rys. 4. Widok modelu przestrzennego łańcucha wymiarowego układu montażowego

#### Fig. 4. Model of the spatial dimension string of a mounting system

# Modelowanie wirtualnego modelu układu montażowego

W pierwszym etapie budowania wirtualnego układu montażowego było utworzenie modeli zawierających konstruktywną geometrię poszczególnych jego części. Geometrię tą tworzą płaszczyzny, osie oraz punkty konstrukcyjne, a także początek układu współrzędnych. Parametry geometrii konstruktywnej, określającej położenia lokalnych układów współrzędnych, ich osi oraz punktów  $P_h$  i  $Q_s$ , zapisano w postaci zmiennych modelowania. Wartości tych zmiennych odpowiadają elementom macierzy rotacji oraz wektorów opisanych w równaniach (3-10). Na rys. 5 pokazano widok uchwytu tulejki wraz z elementami geometrii konstruktywnej widocznej w oknie *FeatureManager* programu *SolidWorks*.



Rys. 5. Widok obiektów geometrii konstruktywnej wirtualnego modelu uchwytu tulejki

Fig. 5. Objects of constructive geometry of the sleeve handle virtual model

W kolejnym etapie modelowania wykorzystano środowisko zespołu *Assembly*, wchodzące w skład programu *SolidWorks*. Bazując na modelu podstawy zdefiniowano relacje występujące pomiędzy pozostałymi elementami złożenia. Do jednoznacznego określenia położenia poszczególnych detali układu montażowego wykorzystano przylegające do siebie bazy montażowe łączonych komponentów. Widok końcowy wirtualnego modelu układu montażowego wraz z geometrią konstruktywną, stanowiącą element przestrzennego łańcucha wymiarowego, pokazano na rys. 6.



Rys. 6. Widok wirtualnego modelu bryłowego układu montażowego Fig. 6. Virtual solid model of the mounting system

## 5. Analiza numeryczna montażu

Do przeprowadzenia badań symulacyjnych wybrano układ montażowy pokazany na rys. 6. Aby opisać tor ruchu wstawianego wałka do otworu w tulejce wybrano punkty  $P_h$  oraz  $Q_s$ . Przyjęto, że punkty te znajdują się na osiach symetrii wałka i tulejki na ich powierzchniach czołowych. Położeń tych punktów poszukuje się na ich trajektoriach wynikających z więzów narzuconych przez poszczególne człony i pary kinematyczne układu montażowego.



Rys. 7. Niewspółosiowość łączonych części maszyn, dla: a) tolerancji kątowych baz montażowych wynoszących 1<sup>0</sup>, b) układu montażowego wykonanego w 6 klasie dokładności

Fig. 7. Misalignment of the combined machine parts, for: a) angular tolerance mounting base of 1 degree, b) the mounting system executed in 6th grade precision

Wymuszenie względnego ruchu wstawianego wałka, w celu wykonania symulacji ruchu, uzyskano przez zastosowanie ruchu posuwowego chwytaka. Ogniwo to wykonuje ruch postępowy ze stałą prędkością. Analizę numeryczną względnego położenia elementów układu montażowego przeprowadzono dla środka wstawianego wałka  $Q_s$  względem nieruchomego środka tulejki  $P_h$ . Odległość pomiędzy tymi środkami  $\omega_d$  obliczono ze wzoru:

$$\omega_{\Delta} = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_z^2} \tag{10}$$

gdzie:

$$\Delta_x = X_{\underline{O}s} - X_{Ph}, \quad \Delta_z = Z_{\underline{O}s} - Z_{Ph}$$
(11)

Opracowany model symulacyjny umożliwił łatwe zakreślenie trajektorii dla znanego położenia punktu  $Q_s$  w globalnym układzie współrzędnych *OXYZ*. Na rys. 7 pokazano kształtowanie się wartości niewspółosiowości łączonych części maszyn wzdłuż toru montażowego, gdzie  $\Delta_y$  określa zmianę odległości pomiędzy powierzchniami czołowymi wałka i tulejki. Na rys. 7a przedstawiono zmiany niewspółosiowości dla tolerancji kątowych baz montażowych wynoszących 1<sup>0</sup>, a na rys. 7b dla układu montażowego, którego poszczególne elementy wykonano w 6 klasie do-kładności.

### 6. Podsumowanie

W pracy przedstawiono nowe podejście do problemu analiz przestrzennych układów mechanicznych z wykorzystaniem nowoczesnych technik komputerowych CAD/CAE. Zaproponowana metodologia pozwala na modelowanie części i złożenia z wykorzystaniem konstruktywnej geometrii systemów CAD. Elementy tej geometrii można wykorzystać do modelowania przestrzennych łańcuchów wymiarowych, które z kolei pozwalają na przeprowadzenie analiz inżynierskich przy projektowaniu konstrukcji mechanicznych.

Obecnie trwają prace nad wdrożeniem opracowanej metodyki do modelowania układów montażowych i przestrzennych mechanizmów wieloczłonowych [1, 2, 3].

Przedstawione w opracowaniu wyniki badań symulacyjnych zawierają ilustrację tylko wybranych czynników wpływających na pracę układu montażowego. Opracowany model do przeprowadzenia analizy numerycznej w systemie CAD/CAE pozwala również na symulację kinematyki [3] i dynamiki układów mechanicznych.

## 7. Literatura

- Bil T. (2012b): The new general model four-bar spatial linkage. Int. J. of Applied Mechanics and Engineering, 2011, vol.17, No.3.
- [2] Bil T., Budniak Z. (2011): Problemy modelowania i analizy przestrzennych mechanizmów 4R. Podstawy Konstrukcji Maszyn – kierunki badań i rozwoju. Gdańsk 2011, Tom 1, pp. 92-100.
- [3] Budniak Z., Bil T.: Simulation of the movement of four-bar spatial linkage. International Journal of Applied Mechanics and Enginering, 2012, vol.17, No.4, pp.723-732.
- [4] Budniak Z.: Automatyczny montaż detali o powierzchniach obrotowych pasowanych z luzem dodatnim. Konferencja Naukowo-Techniczna TTP '2001., Projektowanie procesów technologicznych, T.II, Poznań 2001, s. 15-20.
- [5] Budniak Z.: Komputerowe wspomaganie projektowania automatów montażowych. XVI Sympozjum Podstaw Konstrukcji Maszyn. Instytut Mechaniki i Konstrukcji Politechniki Warszawskiej. Warszawa 1993, s. 19-21.
- [6] Kuang-Hua Chang (2010): Motion Simulation and Mechanism Design with SolidWorks Motion 2009. Schroff Development Corporation, p. 134.

otrzymano / received: 17.04.2013 przyjęto do druku / accepted: 03.06.2013