

## Математическая модель задачи оптимальной дислокации поездов между тяговыми подстанциями по критерию минимума потерь мощности в тяговой сети

К.А. КАЛАШНИКОВ<sup>1</sup>

### Резюме

Задача уменьшения потерь электроэнергии в системах тягового электроснабжения является составной частью проблемы энергосбережения на предприятиях железнодорожного транспорта. На величину потерь мощности в тяговой сети оказывают влияние множество факторов: колебание массы поездов, а следовательно, и энергии, потребляемой электроподвижным составом, колебания напряжений на токоприемниках электропоездов, изменение метеорологических условий, особенности ведения поездов машинистами, особенности организации движения и, как следствие, изменение числа поездов, одновременно находящихся в зоне питания тяговых подстанций, расстояния между ними и др. Управление перевозочным процессом можно представить как задачу оптимизации для достижения той или иной цели. В данной работе критерием оптимизации являются потери мощности в тяговой сети, которые могут принимать различные значения в зависимости от дислокации поездов между тяговыми подстанциями. В работе проведен анализ методов оптимизации функций многих переменных для решения задачи определения оптимальной дислокации поездов между тяговыми подстанциями. Получил дальнейшее развитие метод деформируемого многогранника, который дает возможность сократить количество вычислений в процессе определения потерь мощности в тяговой сети. Разработана математическая модель задачи оптимальной дислокации поездов между тяговыми подстанциями по критерию минимума потерь мощности в тяговой сети с учетом ограничений по безопасности движения.

**Ключевые слова:** потери мощности в тяговой сети, оптимальная дислокация поездов, система тягового электроснабжения

---

<sup>1</sup> Аспирант; Днепропетровский университет железнодорожного транспорта им. ак. В. Лазаряна; e-mail: 555kostya555@mail.ru

## 1. Введение

Задача уменьшения потерь электроэнергии в системах тягового электро-снабжения (СТЭ) является составной частью проблемы энергосбережения на предприятиях железнодорожного транспорта [1, 2]. На величину потерь мощности в тяговой сети оказывают влияние множество факторов: колебание массы поездов, а следовательно, и энергии, потребляемой электроподвижным составом, колебания напряжений на токоприемниках электровозов, изменение метеорологических условий, особенности ведения поездов машинистами, особенности организации движения и, как следствие, изменение числа поездов, одновременно находящихся в зоне питания тяговых подстанций (ТП), расстояния между ними и др [3, 4]. Управление перевозочным процессом можно представить как задачу оптимизации для достижения той или иной цели [5–7]. В данной работе критерием оптимизации являются потери мощности в тяговой сети, которые могут принимать различные значения в зависимости от дислокации поездов между ТП.

## 2. Цель статьи

Разработка математической модели оптимальной дислокации поездов между тяговыми подстанциями с целью уменьшения потерь мощности в тяговой сети. Выбор метода оптимизации.

### Основной материал

Исследования влияния различного количества поездов между ТП и изменения межпоездного интервала с учетом режимов работы СТЭ проведены в работах [8–11]. Однако, в данных исследованиях не было учтено влияния дислокации поездов на величину потерь мощности в тяговой сети. Для решения данной задачи необходимо построить ее математическую модель оптимизации.

Определим целевую функцию следующим образом:

$$C = f(\Delta P) \rightarrow \min . \quad (1)$$

Потери мощности определяются по формуле [3]

$$\Delta P = \sum_{i=1}^n \Delta U_i I_i , \quad (2)$$

где:  $n$  – общее количество поездов, находящихся на участке,

$\Delta U_i$  – падение напряжения в тяговой сети,

$I_i$  – ток  $i$ -го поезда.

Падение напряжения в тяговой сети для двухсторонней схемы питания определяется по формулам (рис. 1):

$$\Delta U(x) = \begin{cases} \Delta U_A(x) & \text{при } 0 \leq x \leq x_m \\ \Delta U_B(x) & \text{при } x_m \leq x \leq L_0 \end{cases}, \quad (3)$$

$$\Delta U_A(x) = \int_0^x r(x) I_A(x) dx, \quad (4)$$

$$\Delta U_B(x) = \int_x^L r(L-x) I_B(x) dx, \quad (5)$$

- где:  $\Delta U_A$  – падение напряжения в тяговой сети на отрезке от подстанции А до точки токораздела,  
 $\Delta U_B$  – падение напряжения в тяговой сети на отрезке от точки токораздела до подстанции В,  
 $x_m$  – расстояние от начала участка до точки токораздела,  
 $x$  – дислокация поезда,  
 $I_A, I_B$  – токи фидеров подстанций А и В соответственно,  
 $L$  – расстояние между ТП,  
 $r$  – сопротивление тяговой сети.

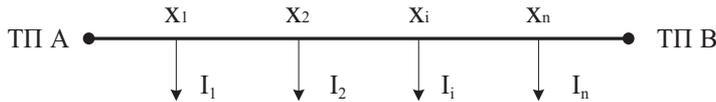


Рис. 1. Мгновенное положение поездов между тяговыми подстанциями и потребляемые ими токи

**Ток фидера подстанции А**

$$I_A = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^n I_i (L - l_i) \pm \left| \frac{U_A - U_B}{r \cdot L} \right|, \quad (6)$$

Где:  $U_A, U_B$  – напряжения на шинах ТП А и В,  
 $l_i$  – расстояние между началом участка и  $i$ -тым поездом.

**Ток фидера подстанции В**

$$I_B = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^n I_i \cdot l_i \pm \left| \frac{U_A - U_B}{r \cdot L} \right|. \quad (7)$$

С учетом выражений (2–7) целевая функция поставленной задачи в развернутом виде имеет вид:

$$C = f \left( \sum_{i=1}^n I_i \cdot r \cdot \begin{cases} \left( \frac{1}{L} \sum_{i=1}^n I_i (L - l_i) \pm \left| \frac{U_A - U_B}{r \cdot L} \right| \right) \cdot l_i & \text{при } 1 \leq i \leq m \\ \left( \frac{1}{L} \sum_{i=1}^n I_i \cdot l_i \pm \left| \frac{U_A - U_B}{r \cdot L} \right| \right) \cdot (L - l_i) & \text{при } m \leq i \leq n \end{cases} \right) \rightarrow \min, \quad (8)$$

где  $m$  – количество поездов до точки токораздела,  
 $n$  – общее количество поездов, находящихся на участке.

Падение напряжения  $\Delta U(x)$  и потребляемые токи  $I(x)$  зависят от местоположения поездов на участке. Таким образом, целевую функцию потерь мощности в тяговой сети можно определить как функцию от показателей:

$$\Delta P = f(l_1, X_0) \quad l_1 \in [0, L], \quad (9)$$

где  $l_1$  – дислокация первого поезда,  
 $X_0 = [y_1, \dots, y_{n-1}]$  – вектор расстояний между поездами,  
 $y_i$  – расстояние между  $(i-1)$ -м и  $i$ -м поездами.

Таким образом, получим:

$$C = f(l_1, X_0) \rightarrow \min, \quad (10)$$

Т.е. для заданного участка с длиной  $L$ , целевая функция  $C$  является функцией расстояний между поездами  $X_0$ , которые должны составлять минимум целевой функции  $C \rightarrow \min$ .

Обозначим местоположение первого поезда как  $l_1 = y_0$ , а межпоездные расстояния  $l_{i,i+1} = y_i$ . Тогда целевая функция примет вид:

$$C = f(y_0, y_1, y_2, \dots, y_{n-1}) \rightarrow \min. \quad (11)$$

Теперь определим ограничения, при которых имеет физический смысл данная задача.

### Ограничение 1

С целью соблюдения безопасности движения минимальное расстояние между поездами должно быть больше или равно нормированного значения, определяемого [12]:

$$\min_{1 \leq i \leq n-1} y_i \geq l_{\min}, \quad (12)$$

$l_{\min}$  – минимально допустимое расстояние между поездами с учетом безопасности движения.

## Ограничение 2

При заданном местоположении первого поезда  $y_0$  и расстояниях между поездами, местоположение последнего поезда  $l_N$  должно быть меньше или равно длине рассматриваемого участка:

$$l_V = y_0 + \sum_{i=1}^{n-1} y_i \leq L, \quad (13)$$

Таким образом, получаем следующую оптимизационную задачу. Необходимо найти минимум функции мгновенных потерь:

$$C = f(y_0, y_1, y_2, \dots, y_{n-1}) \rightarrow \min, \quad (14)$$

при ограничениях:

$$\min_{1 \leq i \leq n-1} y_i \geq l_{\min}, \quad (15)$$

$$l_V = y_0 + \sum_{i=1}^{n-1} y_i \leq L. \quad (16)$$

Вид модели определяет метод или методы, используемые для построения оптимального решения. В нашем случае потери мощности в тяговой сети являются функцией, аналитическое представление которой неизвестно, т.е. минимизируемый показатель  $C$  определяется только алгоритмически и более того, он равен максимуму по местоположению первого поезда.

Прямые методы или методы нулевого порядка не требуют знания целевой функции в явном виде [13, 14]. Они не требуют регулярности и непрерывности целевой функции и существования производных. Это является существенным достоинством при решении сложных технических и экономических задач.

При реализации прямых методов существенно сокращается этап подготовки решения задачи, так как нет необходимости в определении первых и вторых производных. К прямым методам относится целый ряд алгоритмов, которые отличаются по своей эффективности. Такие методы носят в основном эвристический характер. Плюсом таких методов является возможность оптимизации функций, аналитическое представление которых неизвестно, т.е. эти функции определены только алгоритмически, что и есть в нашем случае. Прямые методы предназначены для решения безусловных задач оптимизации вида:

$$\min_{\bar{x} \in E^n} f(\bar{x}). \quad (17)$$

К методам нулевого порядка относятся:

- алгоритм покоординатного спуска,
- алгоритм Хука и Дживса,

- метод вращающихся координат;
- симплексный метод Нелдера-Мида или поиск по деформируемому многограннику.

Отметим еще одну ее особенность, оказывающую влияние на выбор метода решения и накладывающую определенные требования к алгоритму поиска минимума  $\Delta P_{\min}$ . Кроме того, что функция недифференцируема, ее область допустимых значений – расстояния между поездами – существенно зависит от местоположения первого поезда  $x_i$ . Учесть эту особенность позволяет метод деформируемого многогранника. Поэтому в основу метода полагаем идею метода деформируемого многогранника с некоторой модернизацией применительно к рассматриваемой задаче.

Прежде всего введем понятие симплекса  $S$  в  $k$  – мерном Эвклидовом пространстве  $E_k$ .

Пусть  $A_1, A_2, \dots, A_k, A_{k+1}$ , точки в  $E_k$ , не лежащие в одной гиперплоскости, тогда минимальная выпуклая оболочка, натянутая на эти точки называется симплексом  $S_k$ . Так, например, на плоскости  $E_2$  берем три точки  $A_1, A_2, A_3$  не лежащие на одной прямой, тогда  $S_2$  будет представлять собой треугольник с вершинами в этих точках. В пространстве  $E_3$  симплекс  $S_3$  представляет собой пирамиду и т.д.

Рассмотрим построение правильного симплекса с ребром равным единице и центром масс в начале координат. Для его построения необходимо два радиуса:

- радиус вписанной сферы:

$$r = \sqrt{\frac{1}{2k(k+1)}}, \quad (18)$$

- радиус описанной сферы:

$$R = \sqrt{\frac{k}{2(k+1)}}. \quad (19)$$

Так на плоскости  $E_2$ ,  $r$  – радиус вписанной окружности, а  $R$  – радиус описанной окружности.

Пусть  $x_0$  некоторая начальная точка, тогда строим симплекс с центром в этой точке и длиной ребра равной величине  $a$ . Если этот симплекс обозначить через  $X$ , то координаты вершин его вычисляются по формуле:

$$X[i, j] = x_0[j] + a \cdot A[i, j], \quad i = \overline{1, k+1}, \quad j = \overline{1, k}. \quad (20)$$

Далее вычисляем значения минимизируемой функции в вершинах этого симплекса. Пусть  $y_1, y_2, y_{k+1}$  – значения минимизируемой функции в вершинах симплекса  $X$ .

Среди полученных значений  $y_i$ ,  $i = \overline{1, k+1}$  определяем такую вершину, в которой значение функции максимально, т.е. решаем задачу:

$$y_{j_0} = \max_{1 \leq i \leq k+1} \{y_i\}. \tag{21}$$

И тем самым определяем номер  $j_0$  вершины симплекса  $X$ , от которой необходимо уходить. Пусть, к примеру, в вершине  $X_1$  значение функции  $y_1$  максимальное. Тогда отражаем вершину  $X_2$  относительно  $X_3X_1$  и получаем новую точку  $\bar{X}_1$ . Т.е., двигаемся от вершины с max  $C$  к противоположной грани (рис. 2).

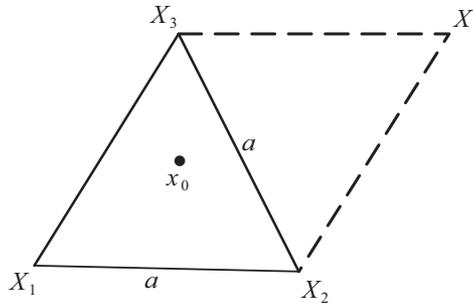


Рис. 2. Общий вид симплекса на плоскости

Эту точку вносим в симплекс  $X$  вместо вершины  $X_1$  вычисляем значение  $\bar{y}_1$  в новой вершине и заменяем  $y_1$  на  $\bar{y}_1$  и данный процесс продолжаем  $n$  раз. После чего определяем центр масс последнего симплекса и строим новый симплекс с центром в этой точке, но размера меньшего, положив:

$$a := \lambda \cdot a, \tag{22}$$

при  $0 < \lambda < 1$ .

И данный процесс оканчиваем, когда размер симплекса  $a$  становится меньше заданной величины  $\epsilon$ .

Описанный процесс применяется в том случае, когда на возможные значения  $(x_1, x_2)$  не накладываются никакие ограничения. В рассматриваемой задаче имеют место ограничения (15, 16), поэтому описанную процедуру необходимо пополнить процедурой проектирования. Обозначим  $D : \underline{CE}_2$  – область допустимых значений  $(x_1, x_2)$ , тогда в случае получения точки  $\bar{X}$  не принадлежащей области  $D$ , необходимо выполнить проектирование точки  $\bar{X}$  на область  $D$ .

Пусть  $X$  является проекцией  $\bar{X}$  на  $D$ , т.е. удовлетворяет условию,

$$\rho(X, \bar{X}) = \min_{X \in D} \rho(X, \bar{X}), \tag{23}$$

где  $\rho(X, \bar{X})$  – расстояние между точками  $X$  и  $\bar{X}$ .

Рассмотрим реализацию описанного метода в случае расстановки двух поездов между ТП с учетом ограничений (15, 16). Тогда:

$y_0 = l_1$  – расстояние между началом участка и 1 поездом,

$y_1 = l_2 - l_1$  – расстояние между 1 и 2 поездом (рис. 3).

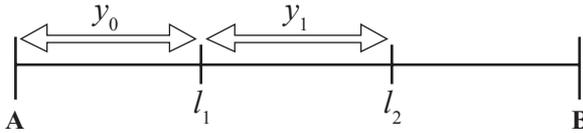


Рис. 3. Дислокация двух поездов между ТП

Построим область допустимых значений межпоездных расстояний с учетом ограничений. Полагаем местоположение первого поезда  $y_0 = l_1$  заданным. Оптимизацию проводим по одному показателю – расстоянию между первым и вторым поездами. Исследуемая область – прямая  $y_1$ . Область допустимых значений  $D$  – множество значений  $y_1 \in [l_{\min}; L - y_0]$ . В данном одномерном Эвклидовом пространстве симплекс состоит из двух вершин и представляет собой отрезок. Графически исследуемая область допустимых значений  $D$  и симплекс  $Y$  показаны на рисунке 4.

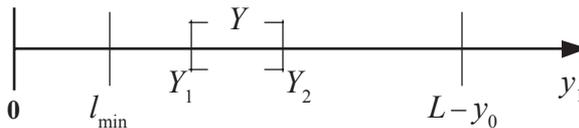


Рис. 4. Область допустимых значений в одномерном Эвклидовом пространстве

На заданной области необходимо найти минимум функции:

$$\Delta P = f(y_1) \rightarrow \min.$$

Процедура построения одномерного симплекса на заданной области следующая.

**1 Шаг** – Строим правильный симплекс с ребром равным единице и центром в начале координат. На прямой получаем единичный отрезок  $A_1A_2$  с вершинами:  $A_1 \left( -\frac{1}{2} \right)$  и  $A_2 \left( \frac{1}{2} \right)$ .

**2 Шаг** – Определяем начальную точку  $x_0$  и длину ребра симплекса  $a$ .

При расстановке на участке двух поездов расстояние между ними, как правило, колеблется около 3 км. Поэтому в качестве центра исходного симплекса возьмем точку  $x_0(y_1^0)$  с координатой  $y_1^0 = 3$ . Начальную длину ребра симплекса необходимо выбрать равной или приближенной к минимально возможному расстоянию между двумя поездами. В данном примере примем значение  $a = 0,7$ .

**3 Шаг** – Строим симплекс на заданной области  $D$  с помощью данных, полученных ранее (на 1 шаге и 2 шаге). Обозначим симплекс на ограниченной области через  $Y$ . Координаты его вершин в данном случае вычисляются по формуле:

$$Y[i] = y_1^0 + a \cdot A[i], \quad i = \overline{1,2}. \quad (24)$$

где  $y_1^0$  – центр симплекса.

Получаем отрезок  $Y_1Y_2$  (рис. 5), в котором:

$$Y_1 = 3 + 0,7 \cdot (-0,5) = 2,65,$$

$$Y_2 = 3 + 0,7 \cdot 0,5 = 3,35.$$

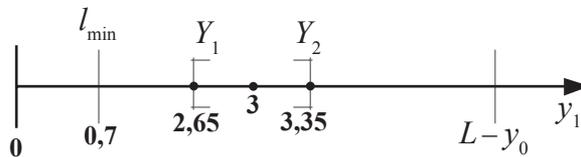


Рис. 5. Определение оптимальных расстояний для двух поездов между ТП

**4 Шаг** – Проверяем построенный симплекс на принадлежность области допустимых значений. Исходный симплекс полностью принадлежит области  $D$  и в проектировке не нуждается. Если какая-либо из вершин симплекса окажется вне области  $D$ , необходимо произвести деформацию симплекса – выполнить проектирование этой вершины на интервал допустимых значений переменной.

Процедура проектирования в одномерном Эвклидовом пространстве заключается в следующем (рис. 6):

1. Если значение точки  $Y_1$  окажется меньше минимального допустимого расстояния между поездами  $l_{\min}$ , тогда ее проекция будет  $\bar{Y}_1(l_{\min})$ ,
2. Если значение точки  $Y_2$  окажется больше максимально возможного межпоездного расстояния с учетом длины участка и местоположения первого поезда  $y_0$ , то ее проекция будет  $\bar{Y}_2(L - y_0)$ .



Рис. 6. Процедура проектирования в одномерном Эвклидовом пространстве

После построения симплекса, вычисляем значение функции в каждой вершине. Для иллюстрации вышеприведенных теоретических положений рассмотрим пример определения оптимальной дислокации поездов между ТП по критерию минимума потерь мощности в тяговой сети со следующими исходными данными:

- Расстояние между ТП  $L = 18$  м.
- Количество поездов  $n = 2$ .
- Сопротивление тяговой сети  $r = 0,07$  Ом/км.
- Дислокация первого поезда  $y_0 = 0,1$  км.
- Дислокация второго поезда  $y_0 + y_1 = 2,75$ .
- Ток первого поезда 964 А.
- Ток второго поезда 1823 А.

В результате расчетов получены следующие данные:

- Токи фидеров  $I_A = 2503$  А,  $I_B = 284$  А.
- Падения напряжения  $\Delta U_1 = 17,52$  В,  $\Delta U_2 = 303$  В.
- Потери мощности в тяговой сети  $\Delta P(Y_1) = 569,3$  кВт,  $\Delta P(Y_2) = 615$  кВт, при векторе расстояний между поездами  $[0,1; 2,65]$ .

Далее определяем вершину, в которой значение функции потерь мощности будет максимально. Т.е. решаем задачу:

$$C_j = \max_{1 \leq i \leq 2} \{\Delta P(Y_i)\},$$

$$C_j = \max \{\Delta P(Y_1), \Delta P(Y_2)\}.$$

В данном случае нужно уходить от вершины  $Y_2$ . Отражаем ее относительно  $Y_1$  и получаем новую точку  $\bar{Y}_2(1,95)$ .

Формируем новый симплекс  $Y_1\bar{Y}_2$  и проверяем принадлежность новой точки области  $D$ . В данном примере  $\bar{Y}_2(1,95) \in D$  и деформировать симплекс нет необходимости.

Определяем значение  $\Delta P(\bar{Y}_2)$  в новой вершине:

$$\Delta P(\bar{Y}_2) = 295 \text{ кВт.}$$

Далее снова решаем задачу  $C_j = \max_{1 \leq i \leq 3} \{\Delta P(Y_i)\}$  и уходим от новой вершины с  $\max \Delta P$ .

Этот процесс продолжаем  $n$  раз. В данном примере мы взяли число отражений  $n = 3$ .

Затем определяем центр масс последнего симплекса и строим новый симплекс с центром в этой точке, но размера меньшего, положив:

$$a = \lambda \cdot a, \text{ где } 0 < \lambda < 1.$$

В данном примере мы взяли параметр уменьшения симплекса  $\lambda = 0,9$ . Процесс оптимизации оканчиваем, когда размер симплекса  $a$  становится меньше заданной величины  $\varepsilon$ . В нашем случае она принята равной 1.

В результате для примера с 2-мя поездами на участке и дислокацией первого поезда равным 0,1 км от подстанции А, с помощью симплекс-метода поиска минимума функции потерь мощности были получены следующие результаты: минимальные потери мощности в тяговой сети  $\Delta P_{\min} = 84$  кВт. Они достигаются при расстоянии между поездами  $y_1 = 1,1$  км и векторе расстояний между поездами  $Y = [0,1; 1,1]$ .

Аналогично, изменяя местоположение первого поезда и используя симплекс-метод, определяется оптимальная дислокация поездов между тяговыми подстанциями по критерию минимума потерь мощности в тяговой сети.

## 4. Выводы

1. Проведен анализ методов оптимизации функций многих переменных для решения задачи определения оптимальной дислокации поездов между тяговыми подстанциями, наиболее эффективным является метод деформируемого многогранника.
2. Получил дальнейшее развитие метод деформируемого многогранника, который отличается от существующего процедурой проектирования области допустимых значений с учетом расстояний между поездами. Использование данного метода дает возможность сократить количество вычислений в процессе определения потерь мощности в тяговой сети.
3. Разработана математическая модель задачи оптимальной дислокации поездов между тяговыми подстанциями по критерию минимума потерь мощности в тяговой сети.
4. Для двух поездов между тяговыми подстанциями и дислокацией первого поезда равным 0,1 км от подстанции А, минимальные потери мощности в тяговой сети составляют  $\Delta P_{\min} = 84$  кВт, при оптимальном расстоянии между поездами  $y_1 = 1,1$  км и векторе расстояний между поездами  $Y = [0,1; 1,1]$ .

## Литература

1. Мямлін С.В.: *Аспекти політики енергозбереження в тягових системах залізничного транспорту* / С. В. Мямлін, В. Г. Кузнецов, В. Г. Сиченко // Матеріали 1-й Міжнародної науково-практ. конф. «Енергозбереження на залізничному транспорті», 2010, Мисхор. – Д. : ДНУЗТ, 2010. – С. 13-18.
2. Кузнецов В.Г.: *Розвиток теоретичних основ енергозбереження в системах електропостачання тяги поїздів постійного струму*: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.22.09 / Кузнецов Валерій Геннадійович; [ДНУЗТ]. – Д.:, 2012. – 35 с.
3. Марквардт К.Г.: *Электроснабжение электрифицированных железных дорог* [Текст] / К.Г.Марквардт. – М:Транспорт, 1982.–528 с.
4. Мирошниченко Р.И.: *Режимы работы электрифицированных участков* / Р. И. Мирошниченко. – М. : Транспорт, 1982. – 207с.
5. Левин Д.Ю.: *Оптимизация потоков поездов* / Д. Ю. Левин. – М. : Транспорт, 1988. – 175 с.
6. Марквардт Г.Г.: *Применение теории вероятностей и вычислительной техники в системе энергоснабжения* [Текст] / Г.Г.Марквардт. – М:Транспорт, 1972.–224 с.
7. Козлов И.Т.: *Пропускная способность транспортных систем* [Текст]/ И.Т. Козлов. – М:Транспорт, 1985.–214 с.
8. Кузнецов В.Г.: *Уменьшение потерь электроэнергии в контактной сети за счет регулирования графика движения поездов* [Текст] / В.Г. Кузнецов, К.А. Калашников, Д.А. Босый // Техническая электродинамика. Тематическое издание.–2012.–С.107-110.
9. Гаранин М.А.: *Совершенствование расчета наличной пропускной способности железных дорог постоянного тока по условиям электроснабжения* [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук 05.22.07 / М. А.Гаранин. – Самара: 2004. – 25 с.
10. Митрофанов А.Н.: *Моделирование процессов прогнозирования и управления электропотреблением тяги поездов* [Текст]/ А. Н. Митрофанов. – Самара: СамГАПС, 2005. – 168 с.
11. Доманская Г.А.: *Энергосберегающие технологии тягового электроснабжения железных дорог с учетом режимов работы питающих их энергосистем* [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук 05.22.09 / Г.А. Доманская. – Д.:, 2007. – 25 с.
12. *Правила технічної експлуатації залізниць України* / Київ: 2002 р.
13. Дегтярев Ю.И.: *Методы оптимизации* [Текст] / Ю.И. Дегтярев. – М.: Сов. радио: 1980. – 272 с.
14. Пантелеев А.В.: *Методы оптимизации в примерах и задачах* [Текст]/ А.В.Пантелеев, Т.А. Летова. – М.: Высшая школа, 2005. – 544 с.

## **Matematyczny model zagadnienia optymalnego przemieszczenia pociągów pomiędzy podstacjami trakcyjnymi według kryterium minimalnych strat mocy w sieci trakcyjnej**

### **Strzeszczenie**

Ograniczenie strat energii w systemach zasilania trakcji elektrycznej, jest integralną częścią problemu oszczędności energii w przedsiębiorstwach transportu kolejowego. Na wielkość strat mocy w sieci trakcyjnej wpływa wiele czynników: wahania masy pociągów, a zatem i energii zużywanej przez elektryczny tabor trakcyjny, wahania napięć na odbierakach prądu elektrycznych pojazdów trakcyjnych, zmiana warunków pogodowych, sposób prowadzenia pociągów przez maszynistów, właściwości organizacji ruchu i w rezultacie zmiany w liczbie pociągów znajdujących się w tym samym czasie w obszarze zasilania podstacji trakcyjnych, odległości między nimi oraz inne. Kierowanie procesem przewozowym można przedstawić jako zadanie optymalizacji prowadzącej do osiągnięcia tego lub innego celu. W niniejszej pracy kryterium optymalizacji są straty mocy w sieci trakcyjnej, które mogą mieć różne wartości w zależności od przemieszczenia pociągów między podstacjami trakcyjnymi. W artykule przeprowadzono analizę metod optymalizacji funkcji wielu zmiennych w celu rozwiązania zadania określenia optymalnego przemieszczenia pociągów między podstacjami trakcyjnymi. Nastąpił dalszy rozwój metody wielościanu podatnego na odkształcenie, która daje możliwość zmniejszenia ilości obliczeń w procesie określenia strat mocy w sieci trakcyjnej. Opracowano model matematyczny zagadnienia optymalnego przemieszczenia pociągów między podstacjami trakcyjnymi według kryterium minimalnych strat mocy w sieci trakcyjnej z uwzględnieniem ograniczeń w zakresie bezpieczeństwa ruchu.

**Słowa kluczowe:** straty mocy w sieci trakcyjnej, optymalne przemieszczenie pociągów, system zasilania trakcji elektrycznej.

## **A mathematical model of optimal dislocation trains between the railway power stations on the criterion of minimum losses of electric power in the contact line**

### **Summary**

The problem of reduction of electricity losses in the systems of traction electric supply is an integral part of the problem of energy saving at enterprises of railway transport. On the amount of power losses in overhead contact system influence on many factors: the fluctuation of weight of trains, and consequently, the electric traction vehicle supply energy, voltage fluctuation on pantographs electric locomotives, changing meteorological conditions, the peculiarities of the trains engineers, the features of the movement and, as a consequence, a change in the number of trains, at the same time located in the zone of power supply of traction substations, the distance between them and others. Management of transportation process can be represented as a task of optimization in order to achieve a goal. In this paper the criterion of optimization are the power loss in the power train, which can take different values depending on the deployment of trains between traction substations. In this paper the author analyzes the methods of optimization of functions of several variables to the task of determining the optimal dislocation trains between the railway power stations. Was further developed the Flexible Polyhedron Method, which allows you to reduce the number of calculations in determining the losses of electric power in the contact line. The authors developed a mathematical model of optimal dislocation trains between the railway power stations on the criterion of minimum losses of electric power in the contact line in view of the restrictions on traffic safety.

**Keywords:** losses of electric power in the contact line, the optimal dislocation of trains, railway power stations