

ANALIZA PORÓWNAWCZA WZORÓW NA WSPÓŁCZYNNIK STRAT LINIOWYCH W TRANSPORCIE RUROCIĄGOWYM

Streszczenie

Artykuł zawiera analizę porównawczą, która przedstawia możliwość zastosowania prostszego równania do obliczania współczynnika strat liniowych λ . Uproszczenie to polega na zamianie wzoru niejawnego jakim jest równanie Colebrooka-White'a na równanie mniej skomplikowane w obliczeniach. Artykuł przedstawia sześć równań, które mogą sprostać temu zadaniu.

WSTĘP

W coraz szybciej rozwijającym się świecie następuje ciągły wzrost aglomeracji miejskich. Aglomeracje te poprzez swój rozrost potrzebują ogromnej ilości mediów. Do dwóch najważniejszych i najbardziej i podstawowych należą woda (ciepła i zimna) oraz gaz. Media tego typu rozprowadzane są pomiędzy mieszkańcami za pomocą sieci wodociągowej, w odniesieniu dla wody oraz za pomocą sieci gazociągowej, w odniesieniu do gazu. Rozpatrując niezależnie sieć wodociagową oraz gazową bardzo ważnym elementem występującym w obu tych układach instalacji jest generowanie się strat ciśnienia.

1. STRATY CIŚNIENIA PRZEPLYWAJĄCEGO PŁYNU

Spadek ciśnienia określa równanie Darcy-Weisbacha w postaci rozszerzonej(1)[2].

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho c^2 \left[\sum \xi + \sum \lambda \frac{l}{d} \right] \quad (1)$$

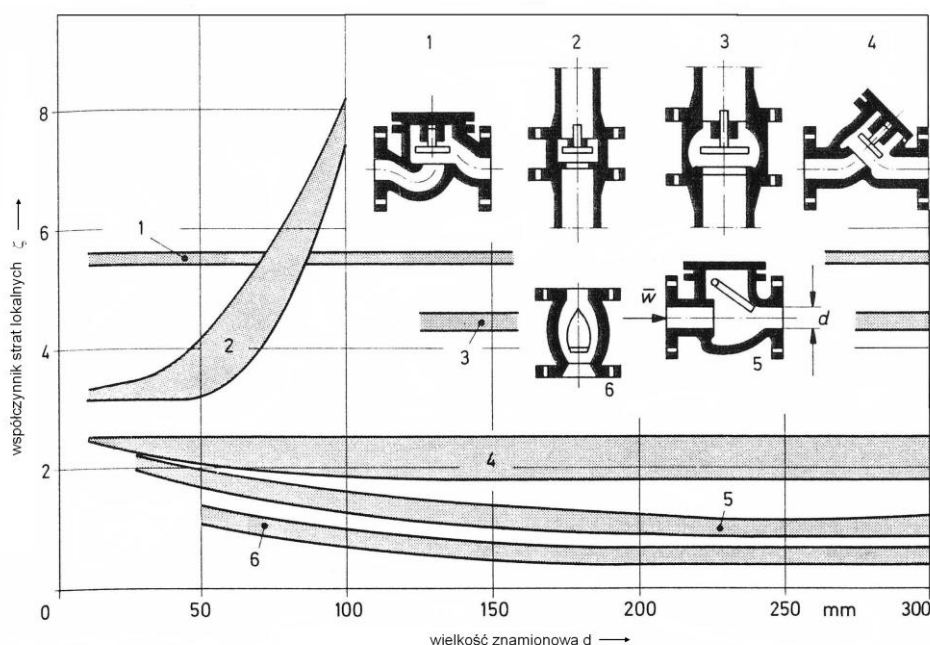
gdzie:

Δp – spadek ciśnienia [Pa];

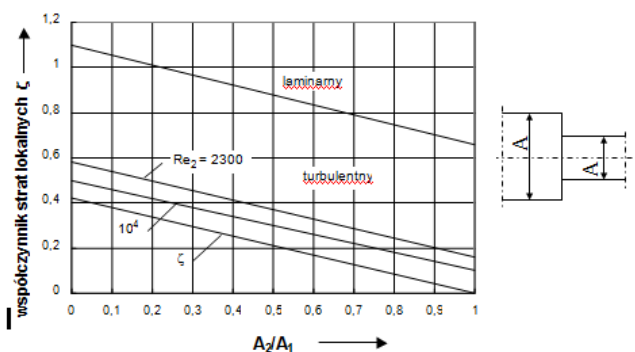
- ρ – gęstość [kg/m³];
- c – prędkość [m/s];
- ξ – współczynnik straty miejscowej [-];
- λ – współczynnik straty liniowej [-];
- l – długość danego odcinka [m];
- d – średnica danego odcinka [m].

Straty wywołane spadkiem ciśnienia wywołane poprzez przepływ płynu możemy podzielić na dwa podstawowe rodzaje, czyli na straty miejscowe (lokalne) oraz na straty liniowe.

Straty miejscowe mogą powstać z bardzo wielu przyczyn. Pierwszą przyczyną wywołującą stratę ciśnienia jest zmiana pola przekroju rury (rys. 1) na instalacji. Kolejną przyczyną jest zmiana kierunku przepływu, gdzie wartość straty powiększa się wraz ze wzrostem zmiany kąta. Istotny wpływ na generowanie ubytków ciśnienia w instalacji podczas transportu mediów różnego rodzaju na armatura zainstalowana na danym odcinku rury. Przez armaturę rozumiemy zawory (rys. 2), zasuw, kłapy, aparatura pomiarowa, itp..



Rys. 2. Współczynnik strat lokalnych dla różnych konstrukcji zaworów grzybkowych [1]



Rys. 1. Współczynnik strat lokalnych w rurociągu ze skokową zmianą przekroju [1]

Straty liniowe natomiast nie są generowane przez miejsce lub element instalacji, a wywołane są w wyniku tarcia przepływającego płynu przez instalację. Istotną rolę odgrywa tutaj lepkość przepływającego płynu oraz chropowatość wewnętrzna rury.

2. WSPÓŁCZYNNIK STRATY LINIOWEJ

Rozwiązanie powyższego wzoru (1) jest uzależnione od dokładnego określenia współczynnika straty liniowej λ . W celu określenia współczynnika λ można zastosować wzór Colebrooka-White'a (2). Wzór ten został opublikowany w 1937 roku i przyjęty na II Międzynarodowym Kongresie Wodociągowców w Paryżu w 1952 [3] jako najbardziej zbliżony do badań doświadczalnych przeprowadzonych przez Nikuradsego. Wyniki te opisane zostały za pomocą wykresy stworzonego przez Moodiego (rys. 3). Został on również wpisany do polskiej normy [4] i zaleca się jego stosowanie.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3,7d} \right) \quad (2)$$

gdzie:

- λ – współczynnik straty liniowej [-];
- Re – liczba Reynoldsa [-];
- k – chropowatość bezwzględna [m];
- d – średnica [m].

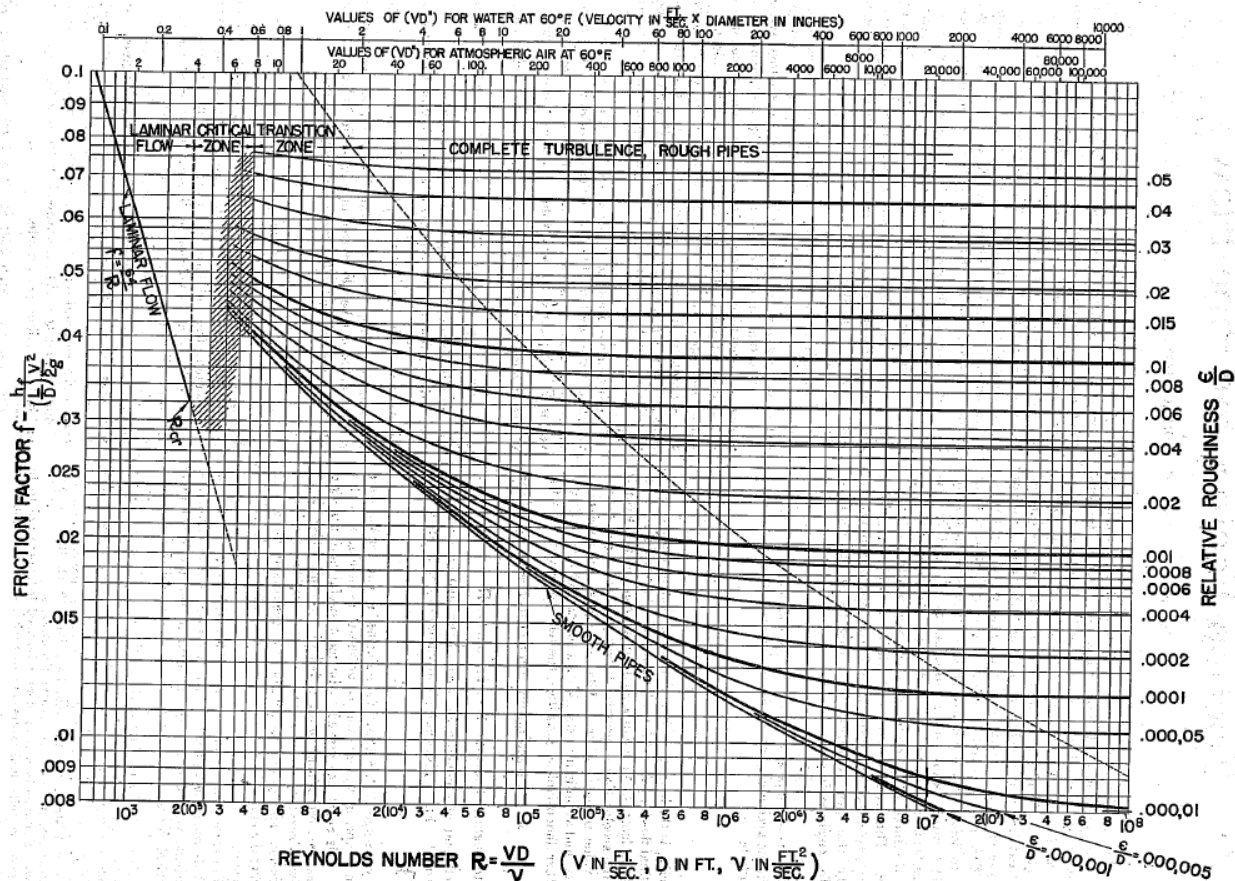
Można zauważyć, że wzór panów Colebrooka i White'a (2) jest wzorem nie jawnym, który należy rozwiązywać iteracyjnie. Jedną z proponowanych metod rozwiązywania tego równania jest zastosowanie metody Newtona – Raphsona [5]. Należy w niej niestety bardzo uważnie dobierać wartość pierwszego przybliżenia. Niewłaściwy dobór pierwszego przybliżenia może spowodować dalekie odejście wartości od poprawnego wyniku. Proces zacznie być rozbieżny, a nie zbieżny. W celu ułatwienia obliczeń można wzór (2) nieliniowy zastąpić wzorem jawnym.

Pierwszym wzorem jawnym, którego możemy wykorzystać to wzór (3) zaproponowany przez Ecka 1973 roku [6].

gdzie:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{\varepsilon}{3,715 \cdot d} + \frac{15}{Re} \right) \quad (3)$$

- λ – współczynnik straty liniowej [-];
- Re – liczba Reynoldsa [-];
- d – średnica [m].



Rys. 2. Wykres Moodiego [11]

Kolejnym jest wzór opublikowany w 1976 roku przez Jaina i Swamee'a [7].

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{\varepsilon}{3,7 \cdot d} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \quad (4)$$

gdzie:

λ – współczynnik strat liniowej [-];

Re – liczba Reynoldsa [-];

d – średnica [m];

ε – chropowość względna [-].

Do dalszych rozważań wzięto również równanie Hallanda z 1983 roku [8].

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1,8 \cdot \log \left(\left(\frac{\varepsilon}{3,7 \cdot d} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{Re} \right) \quad (5)$$

gdzie:

λ – współczynnik strat liniowej [-];

Re – liczba Reynoldsa [-];

d – średnica [m].

Kolejne trzy wzory zostały opublikowane po 2000 roku. Jeden z nowszych wzorów przedstawili Goudar i Sonnad w 2006 roku [9].

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0,8686 \cdot \ln \left(\frac{0,4587 \cdot Re}{(S - 0,31)^{\frac{S}{S+1}}} \right) \quad (6)$$

$$S = 0,124 \cdot Re \frac{\varepsilon}{d} + \ln(0,4587 \cdot Re)$$

gdzie:

λ – współczynnik strat liniowej [-];

Re – liczba Reynoldsa [-];

d – średnica [m];

ε – chropowość względna [-].

Kolejny został przedstawiony w 2008 roku przez panów Vatan-khaha i Kouchakzadeha [6].

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0,8686 \cdot \ln \left(\frac{0,4587 \cdot Re}{(S - 0,31)^{\frac{S}{S+0,9633}}} \right) \quad (7)$$

$$S = 0,124 \cdot Re \frac{\varepsilon}{d} + \ln(0,4587 \cdot Re)$$

gdzie:

λ – współczynnik strat liniowej [-];

Re – liczba Reynoldsa [-];

d – średnica [m];

ε – chropowość względna [-].

Ostatnie równanie zostało przedstawione w 2010 roku przez trzech Greków: Evangleidsa, Papaevangeloua i Tzimopoulou [10].

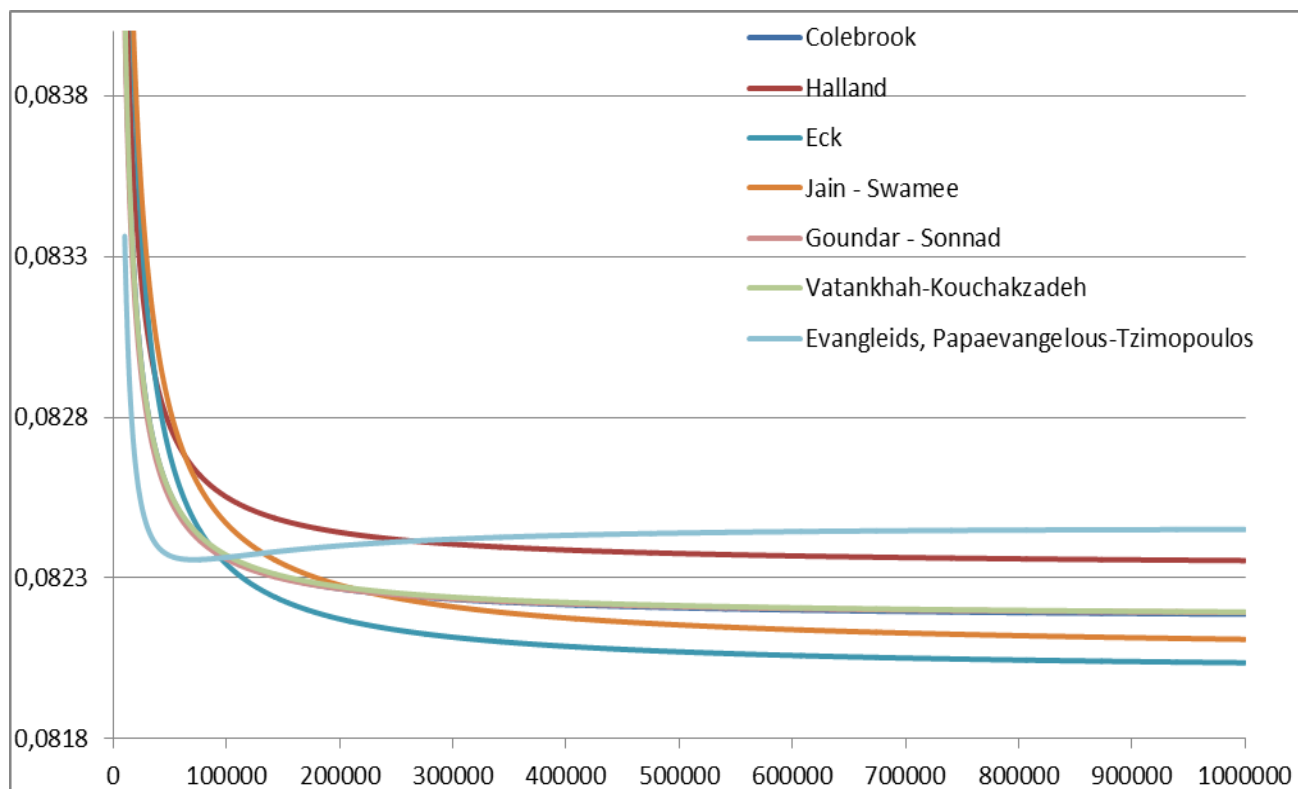
$$\lambda = \frac{0,2479 - 0,0000947 (7 - \ln(Re))^4}{\left(\log \left(\frac{\varepsilon}{3,615 \cdot d} + \frac{7,366}{Re^{0,9142}} \right) \right)^2} \quad (8)$$

gdzie:

λ – współczynnik strat liniowej [-];

Re – liczba Reynoldsa [-];

d – średnica [m].



Rys. 4. Wartości współczynnika strat liniowych w funkcji liczby Reynoldsa, chropowości oraz średnicy rury $\lambda = f(Re, s, d)$

3. ANALIZA PORÓWNAWCZA

W celu porównania wzorów (3) – (8) z wzorem nieliniowym (2) założono zakres liczby Reynoldsa w przedziale od 10 000 do 1 000 000. Zakres ten został wybrany ponieważ wszystkie wzory można stosować w przepływie turbulentnym. Założono również średnicę rurociągu $d = 0,15$ [m], chropowatość bezwzględna $k = 1$ [mm], chropowatość względna (wynikająca z ilorazu średnicy i chropowatości bezwzględnej) wynosi $\epsilon = 0,0667$.

Na rysunku 4 przedstawiono zestawienie wszystkich wyników obliczonych na podstawie wzorów (2) – (8) w oparciu o powyższe założenia. Możemy na rysunku 4 zaobserwować, że wszystkie krzywe po przekroczeniu liczby Reynoldsa o wartości 600 000 zaczynają mieć wartości o bardzo małych odchyłkach, stają się wartościami prawie stałymi. Co ciekawe jedynie wzór (8) Evangelidisa, Papaevangelousa i Tzimopoulosa w przedziale liczby Reynoldsa od 10 000 do 200 000 przedstawia większe odchylenie w początkowych strefach przepływu turbulentnego w stosunku do innych wzorów.

W celu dokładniejszego porównania wzorów liniowych (3) – (8) w tabeli 1 przedstawiono odchylenie standardowe tych wzorów w stosunku do wzoru Colebrooka-White'a (2). Odchylenie to pokazuje, który wzór jest najbardziej zbliżony do wzoru Colebrooka-White'a. Można stwierdzić, że wszystkie analizowane wzory są bardzo mocno zbliżone do wzoru referencyjnego jak i pomiędzy sobą. Najbardziej zbliżone wartości wykazuje wzór Goundara i Sonnada.

Tab. 1. Wartość odchylenia standardowego w stosunku do wzoru Colebrooka-White'a

Wzór na współczynnik strat liniowych λ	Wartość odchylenia standardowego
Halland	0,000117875438
Eck	0,000106828467
Jain, Swamee	0,000055356343
Goundar, Sonnad	0,000003761751
Vatankhah, Kouchakzadeh	0,000004918984
Evangleids, Papaevangelous, Tzimopoulos	0,000186351424

PODSUMOWANIE

Analiza porównawcza pokazała, że nie ma potrzeby obliczania współczynnika strat za pomocą wzoru nie liniowego, który wymaga większego wysiłku. Z przedstawionych 6 wzorów jawnych można zastosować każdy z nich w celu uzyskania poprawnych wyników samego współczynnika jak również strat ciśnienia podczas transportowania mediów w sieci. Najmniejsze odchylenie w stosunku do wzoru referencyjnego posiada równanie przedstawione przez Goundara i Sonnada, ale niewiele odbiega również wzór Vatankhaha i Kouchakzadeha. Można stwierdzić, że są one wartościowe tak jak wzór Colebrooka-White'a i w celu uproszczenia obliczeń są dobrą propozycją do zastąpienia wzoru nieliniowego

BIBLIOGRAFIA

- Ciałkowski M., Mechanika płynów, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2000;
- Brown G., The history of the Darcy-Weisbach Equation, Oklahoma State University, 07.06.2000 poprawione 21.02.2002 (dostęp 20.09.2015);
- Kurnatowski J., Zastosowanie wzoru Colebrooka-White'a do obliczeń przepływów w sieci dolnej odry, Regionalne problemy gospodarki wodnej i hydrotechniki, Świnoujście 2005;
- PN-76-M-34034 „Zasady obliczeń strat ciśnienia”;
- Semkło Ł., Ciałkowski M., Krzyślak P.: Analiza rozkładu prędkości i ciśnienia w sieci wodociągowej, Ciepłownictwo, ogrzewnictwo, odnawialne źródła energii pod redakcją Wiesława Zimy i Dawida Talera; Kraków 2013; ISBN 978-83-7242-721-2;
- Mohsenabadi S. K., Biglari M. R., Moharrampour M., Comparison of Explicit Relations of Darcy Friction Measurement with Colebrook-White Equation, Applied mathematics in Engineering, Management and Technology 2 (4) 2014:570-578, ISSN 2322-5572;
- Swamee P.K., Jain A.K. (1976) “Explicit equations for pipe-flow problems” Journal of the Hydraulics Division (ASCE), Vol 102 (5), s. 657–664;
- Massey B., Mechanics of Fluids 6th Ed, Chapman and Hall, ISBN 0-412-34280-4;
- Sonnad J. R., Goundar C. T. (2006) “Turbulent Flow Friction Factor Calculation Using a Mathematically Exact Alternative to the Colebrook-White Equation” Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 132(8), s. 863-867, ISSN 0733-9429;
- Papaevangelou G., Evangelides C., Tzimopoulos C., A new explicit relation for friction coefficient f in the Darcy - Weisbach equation, Protection and Restoration of the Environment, Korfu 05-09 czerwiec 2010;
- Moody L. F., Friction Factor for Pipe Flow, Princeton, N. J., 1944

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE PATTERNS ON THE FRICTION FACTOR IN PIPELINE TRANSPORT

Abstract

The article contains a comparative analysis which shows the possibility of using simple equation to calculate the coefficient of linear losses λ . This simplification consisting of the replacement the discreet pattern, which is the Colebrook-White equation to equation less complicated calculations. The article presents six equations that can cope with this task.

Autorzy:

mgr inż. **Łukasz SEMKŁO** – Politechnika Poznańska, Wydział maszyn Roboczych i Transportu, Katedra Techniki Ciepłej, tel. 616652313, lukasz.semklo@put.poznan.pl

dr inż. **Rafał URBANIAK** – Politechnika Poznańska, Wydział maszyn Roboczych i Transportu, Katedra Techniki Ciepłej, tel. 616652331, rafal.urbaniak@put.poznan.pl

mgr inż. **Adam NYGARD** – Politechnika Poznańska, Wydział maszyn Roboczych i Transportu, Katedra Techniki Ciepłej, tel. 616652314, adam.nygard@doctorate.put.poznan.pl