

# Kształtowanie rozwiązań dwugałęziowych słupów stalowo-betonowych

Dr hab. inż. Elżbieta Szmigiera, mgr inż. Magdalena Szadkowska, mgr inż. Bartosz Grzeszykowski, Wydział Inżynierii Ładowej, Politechnika Warszawska

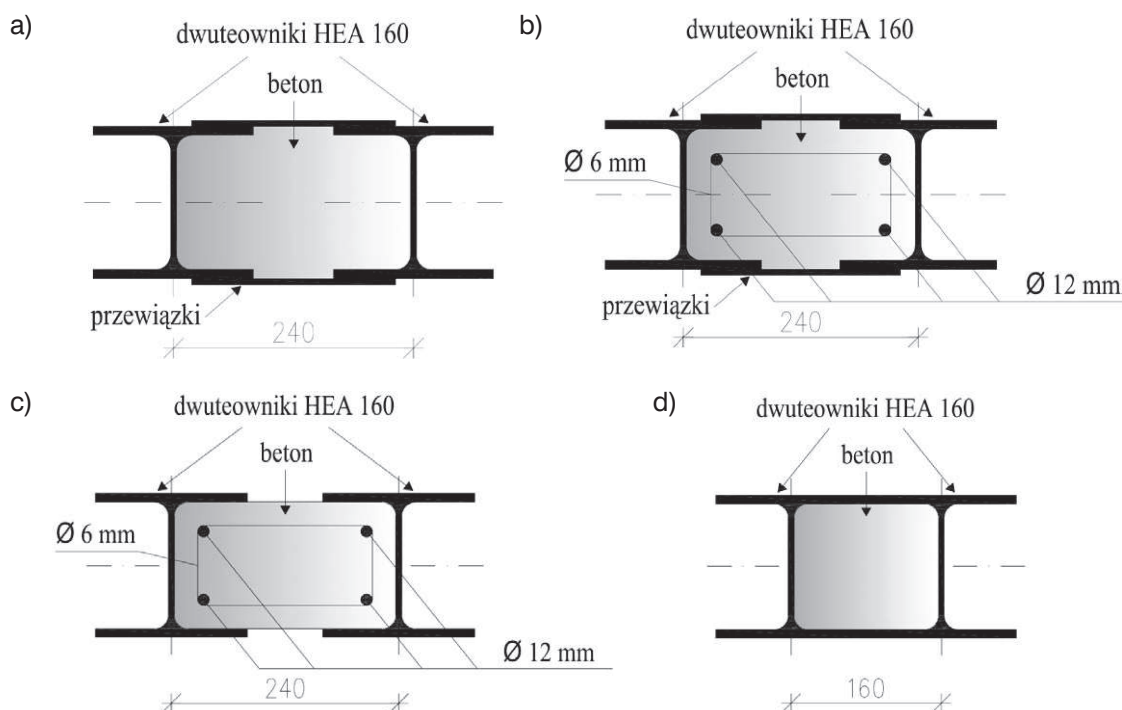
## 1. Wprowadzenie

Projektowanie zespolonych słupów stalowo-betonowych jest procesem złożonym i wymaga uwzględnienia wielu czynników, wpływających na zachowanie tych elementów. Kształtowanie nowych rozwiązań powinno być poprzedzone analizą, umożliwiającą ocenę ich przydatności, nie tylko ze względu na nośność, czy sztywność, ale także inne cechy, niezbędne w określonych warunkach zastosowania tych słupów. Do takich cech można zaliczyć ciągliwość, rozumianą jako zdolność do akumulacji energii, dzięki czemu elementy konstrukcyjne zachowują nośność w sytuacji wystąpienia obciążenia wyjątkowego. Jednym z korzystnych rozwiązań konstrukcyjnych są dwugałęziowe słupy stalowe, złożone z dwuteowników szerokostopowych, w których przestrzeń pomiędzy pasami i środnikami wypełniona jest betonem. Takie elementy mogą mieć szerokie zastosowanie w budownictwie, na przykład w metodzie stropowej lub do wzmocnienia istniejących słupów stalowych, które często wykonywane są właśnie z tego typu kształtowników (HEB, HEA czy HEM).

Dwugałęziowe słupy stalowo-betonowe są najczęściej projektowane (w analogii do stalowych) z zastosowaniem przewiązek. Z przeprowadzonych badań [6] wynika, że ich rozstaw nie ma znaczącego wpływu na nośność krępych elementów, obciążanych osiowo, zwłaszcza w przypadku wypełnienia ich betonem wyższej klasy wytrzymałości. Autorzy przeprowadzili zatem badania dwugałęziowych słupów stalowych, w których nie zastosowano przewiązek. W referacie przedstawiono wyniki analizy wybranych typów badanych elementów. Przedmiotem zainteresowania była ich nośność i ciągliwość, z uwzględnieniem wpływu imperfekcji, wyrażonych wartością mimośrodów niezamierzonego.

## 2. Opis badań doświadczalnych

Badania dwugałęziowych słupów stalowo-betonowych rozpoczęto w 2005 r. Łącznie zbadano 47 elementów w skali technicznej. We wszystkich rozwiązaniach badanych słupów zastosowano kształtowniki stalowe HEA 160, wysokości 2500 mm. Słupy podzielono na serie, różniące się pod względem rozwiązań materiałowych



**Rys. 1.**  
Przekroje  
badanych  
słupów

**Tabela 1.** Charakterystyki badanych elementów

Typ słupa	$f_{cm}$ [MPa]	$f_y$ [MPa]	Rozstaw przewiązek [mm]	Uwagi	Typ przekroju według rys. 1
A1	–	301	780	kształtowniki stalowe	–
A2			240		
B1A1	33,3		780	beton zwykły	a)
C1A2			240		
B2A1	79,5	268	780	beton BWW	a)
C2A2			240		
B4A1	54,4	290	780	rdzeń żelbetowy	b)
SNBP	45,2	283	brak przewiązek	rdzeń żelbetowy	c)
SNSP			brak przewiązek	profile zespawane	d)

lub konstrukcyjnych elementów. Parametrami zmiennymi były: wytrzymałość betonu wypełniającego przestrzeń między kształtownikami, rozstaw przewiązek (rys. 1a) oraz dodatkowe zbrojenie podłużne i poprzeczne trzonu betonowego (rys. 1b). Wykonano także badania dwóch słupów stalowych. W ramach kolejnego etapu badań



**Rys. 2.** Stanowisko badawcze słupów serii: a) SNBP i b) SNSP

analizie poddano słupy złożone z dwóch dwuteowników HEA 160, połączonych jedynie przez przyspawane blachy przy górnej i dolnej krawędzi elementów. W środku przekroju znajdował się zbrojony rdzeń betonowy (rys. 1c). Zbadano także słupy złożone z dwóch dwuteowników, połączonych przez zespawanie pasów. Przestrzeń między profilami stalowymi wypełniono betonem (rys. 1d). Charakterystyki badanych elementów, analizowanych w tym artykule przedstawiono w tabeli 1.

Badania opisywanych słupów przeprowadzono w Laboratorium Instytutu Inżynierii Budowlanej Politechniki Warszawskiej. Elementy poddano osiowemu ścisnieniu w prasie hydraulicznej DB 600 pierwszej klasy dokładności (rys. 2). Na elementach umieszczono tensometry elektrooporowe, w trzech przekrojach pomiarowych: przy górnej krawędzi, w środku wysokości oraz w dolnej części elementu. Tensometry o bazie 20 mm rozmieszczono na półkach i na środku obu kształtowników

oraz na przewiązkach, a tensometry o bazie 75 mm – na dostępnych powierzchniach betonu. Do pomiaru poziomych wychyleń w środku ich wysokości oraz pionowych skróceń, zastosowano czujniki indukcyjne. W przypadku opisywanych słupów, działające obciążenie było przyłożone osiowo do całego przekroju poprzecznego.

Podczas prowadzonych badań rejestrowano wartości sił niszczących, odkształcenia podłużne i poprzeczne stali i betonu oraz pionowe skrócenia słupów i ich poziome wychylenia. Obserwowano także zachowanie elementów podczas wzrastającego obciążenia oraz postać zniszczenia badanych elementów.

### 3. Analiza numeryczna

W celu rozszerzenia analizy przeprowadzono obliczenia numeryczne w programie ABAQUS [1, 2, 3], których celem było wyznaczenie ścieżek równowagi badanych wcześniej słupów w zakresie przed i pokrytycznym. Przeprowadzono studia parametryczne, w których powtarzano obliczenia przy zmienionych wartościach wybranych parametrów i badano ich wpływ na końcowy wynik.

Wszystkie części stalowe słupa zamodelowano czterowęzłowymi elementami powłokowymi o węzłach umiejscowionych na powierzchniach środkowych reprezentowanych blach. Rdzeń betonowy zamodelowano elementami bryłowymi, ośmiowęzłowymi. Wielkość elementów, decydująca o rozstawie węzłów została tak dobrana, aby węzły zewnętrzne w rdzeniu betonowym znajdowały się w tym samym miejscu, co węzły elementów powłokowych reprezentujących części stalowe. Wspólne węzły elementów skończonych betonu i stali scalono ze sobą.

Warunki brzegowe nadano w taki sposób, aby jak najlepiej odwzorować rzeczywistą pracę analizowanych elementów. Obciążenie w postaci wymuszonego przemieszczenia, przyłożono na idealnie sztywnej blachy czołową przez punkt referencyjny. Położenie tego punktu może być dobrane dowolnie, symulując mimośrodowe obciążenie słupa. Współczynnik wybojczy dla tak

zdefiniowanej geometrii wynosi w przybliżeniu 0,7. W modelu MES, stal zamodelowano jako materiał sprężysto-plastyczny ze wzmocnieniem izotropowym. Powierzchnię graniczną w przestrzeni naprężeń zdefiniowano warunkiem Hubera-Misesa-Hencky'ego. Do modelowania betonu użyto model materiału Concrete Damaged Plasticity, w którym powierzchnia graniczna w przestrzeni naprężeń zdefiniowana jest hipotezą Lublinerera, będącą dwupowierzchniową modyfikacją warunku Druckera-Pragera. Model ten uwzględnia również degradację sprężystą betonu w strefie ściskanej oraz rozciąganej. Dane wsadowe do programu oparto na wartościach uzyskanych z przeprowadzonych na próbkach badań materiałowych.

#### 4. Ocena zachowania wybranych typów dwugałęziowych słupów stalowo-betonowych

Wyniki badań doświadczalnych oraz modelowania numerycznego wykorzystano do oceny zachowania dwugałęziowych słupów stalowo-betonowych. Przeprowadzono analizę wielkości mimośrodów niezamierzonych, które obliczono na podstawie proponowanych w literaturze wzorów oraz korzystając z pomierzonych podczas badań odkształceń wybranych typów elementów. Porównano nośność i ciągliwość wybranych słupów dwugałęziowych.

##### 4.1. Niezamierzony mimośród obciążenia

Wartość mimośrodu niezamierzonego może być uznana za miarę wielkości różnego rodzaju imperfekcji (geometrycznych i materiałowych oraz obciążenia), na które narażone są słupy zarówno stalowe, jak i zespolone. Czynniki wpływające na mimośród niezamierzony, wymienione w [5], to: niedokładności w wymiarach elementu, odchylenia od założonego kształtu lub od założonego usytuowania na stanowisku badawczym, skurcz betonu oraz nierównomierności rozkładu mieszanki betonowej i jej wytrzymałości. Do tych czynników można dodać naprężenia resztkowe i spawalnicze w stali konstrukcyjnej. Warto również zaznaczyć, że na pierwsze dwa wymienione w [5] czynniki największy wpływ ma długość elementu, stąd w celu uzyskania miarodajnych wyników doświadczalnych ważne jest, aby badane elementy wykonane były w skali naturalnej lub o odpowiedniej smukłości. Na podstawie analizy zachowania obetonowanych kształtowników stalowych, E. Małek w [5] zastosował w obliczeniach, proponowany przez Eurokod 2 [11] wzór na wartość niezamierzonego mimośrodu siły podłużnej, który po prostych przekształceniach można przedstawić w postaci:

$$e = 0,005 \cdot \mu \cdot L^{5,0} \quad (4.1)$$

gdzie:

$L$  – długość całkowita słupa w metrach,

$\mu$  – współczynnik wybooczeniowy słupa przyjmowany według klasycznego wzoru Eulera,

$e$  – wartość niezamierzonego mimośrodu siły podłużnej w metrach.

W przypadku analizowanych słupów dwugałęziowych (każdego typu) o wysokości 2,5 m i współczynniku  $\mu$  równym 0,7, wielkość tego mimośrodu jest stała i wynosi około 5,5 mm. Obliczona wartość zależy zatem tylko od długości i schematu statycznego elementu.

Z dokonanych podczas badań odczytów tensometrów, umieszczonych na stali wynikało, że zarejestrowane wartości odkształceń podłużnych, na przeciwległych powierzchniach słupów, nie były jednakowe. Na podstawie wielkości tych odkształceń w trzech przekrojach badanych elementów (górny, środkowy i dolny) obliczono mimośród niezamierzony obciążenia, który występował wraz ze wzrostem siły ściskającej, przy założeniu sprężystej fazy pracy elementów oraz pełnego zespolenia stali i betonu, według wzoru:

$$e_z = \frac{(E_s \cdot J_{y,s} + E_b \cdot J_{y,b}) \cdot (\varepsilon_{x,\max,y-y} - \varepsilon_{x,\min,y-y})}{h \cdot P} \quad (4.2)$$

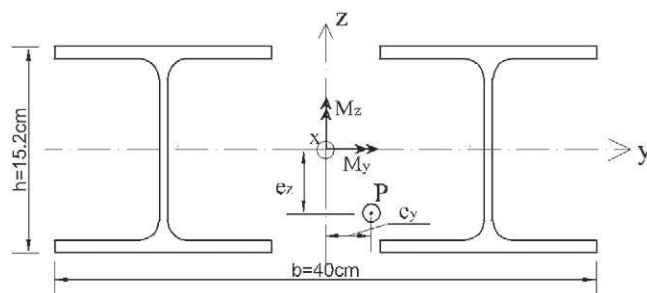
gdzie:

$e_z$  – mimośród niezamierzony obciążenia w kierunku zginania względem osi o mniejszym momencie bezwładności,

$E_b \cdot J_{y,b}$ ,  $E_s \cdot J_{y,s}$  – sztywność na zginanie, kolejno betonowej oraz stalowej części przekroju względem osi o mniejszym momencie bezwładności,

$h$  – wysokość kształtownika HEA160, równa 152 mm,  $(\varepsilon_{x,\max,y-y} - \varepsilon_{x,\min,y-y})$  – różnica odczytów odkształceń tensometrów podłużnych umieszczonych na stali po przeciwnych stronach przekroju.

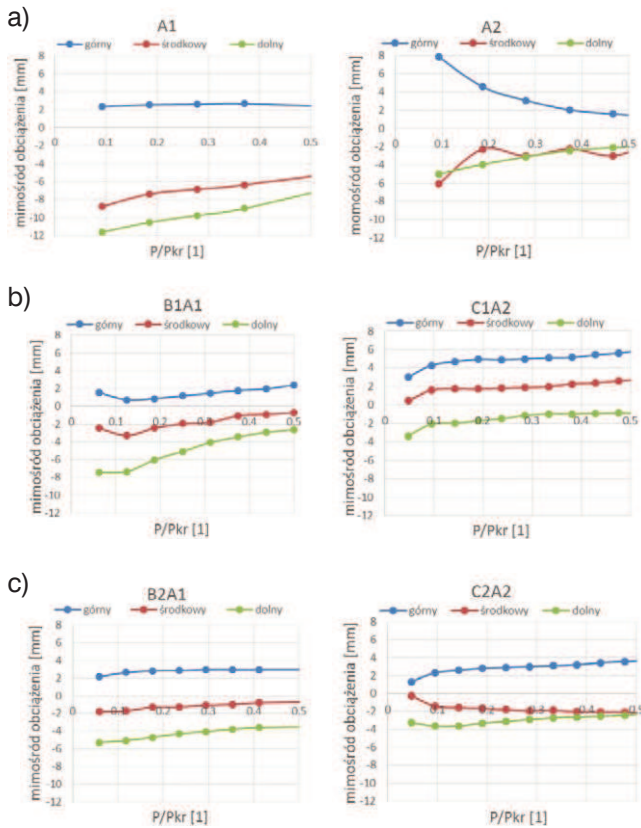
Oznaczenia osi, według których zapisano wzór (4.2), pokazano na rysunku 3. Wyprowadzenie tego wzoru w artykule pominięto.



Rys. 3. Oznaczenia osi przyjęte do analizy mimośrodów

Na rysunku 4 przedstawiono mimośrody niezamierzone obciążenia  $e_z$  obliczone za pomocą wzoru (4.2). Mimośród obciążenia  $e_y$  powodujący zginanie względem osi o większym momencie bezwładności pominięto, ze względu na jego małą wartość.

Porównanie charakterystyk mimośrodowych przeprowadzono dla wybranych typów badanych słupów stalowych (A1, A2), zespolonych wypełnionych betonem



**Rys. 4.** Wykresy mimośrodków niezamierzonych  $e_z$  dla słupów typu: a) A1 i A2, b) B1A1 i C1A2, c) B2A1 i C2A2

zwykłym (B1A1, C1A2) oraz betonem BWW (B2A1, C2A2), dodatkowo różniących się rozstawem przewiązek (patrz tabela 1).

Na podstawie analizy wykresów na rysunku 4 można stwierdzić, że wypełnienie przekroju stalowego betonem „uodparnia” słup zespolony na różnego rodzaju imperfekcje, na które narażone są słupy stalowe. Świadczy o tym przybliżanie się do siebie wartości mimośrodków we wszystkich trzech przekrojach (patrz rys. 4b i 4c w stosunku do 4a), w których mierzono odkształcenia

badanych elementów (w przypadku obciążenia idealnie osiowo-symetrycznego odległości tych wykresów od siebie byłyby równe 0). Z rysunku 4 wynika też, że na wielkość mimośrodu niezamierzonego obciążenia ma korzystny wpływ również klasa wytrzymałości zastosowanego betonu wypełniającego przestrzeń pomiędzy kształtownikami.

**4.2. Nośność**

W tabeli 2 zestawiono wielkości sił niszczących wybranych typów słupów, otrzymane drogą doświadczalną oraz numeryczną, przyjmując różne mimośrodky obciążenia. Na czerwono zaznaczono te wartości sił niszczących, obliczonych w programie ABAQUS, które są najbardziej zbliżone do wyników badań.

Analizując otrzymane wartości sił niszczących można stwierdzić, że w przypadku słupów typu SNSP uzyskano znacznie mniejszą nośność, niż w pozostałych elementach. Istotny wpływ na to miało zapewne zmniejszenie przekroju poprzecznego rdzenia betonowego, spowodowane zespawaniem kształtowników pasami. Natomiast pomimo braku przewiązek w słupach typu SNBP, nie odnotowano dużego spadku ich nośności, w stosunku do słupów serii B1A1 i C1A2. Szerszą analizę nośności oraz dystrybucji naprężeń w stali i betonie słupów bez przewiązek, typu SNSP oraz SNBP przedstawiono w [8].

Z danych zamieszczonych w tabeli 2 wynika, że w przypadku słupów wypełnionych betonem, ze względu na ich większą sztywność i mniejszą smukłość, wartości mimośrodków niezamierzonych są mniejsze, niż wielkości uzyskane w słupach stalowych (typu A1 i A2). Jest to zapewne związane z mniejszym wpływem różnego rodzaju imperfekcji na nośność elementów zespolonych, co omówiono w punkcie 4.1. Zmniejszone o 40% pole przekroju betonu w słupach wykonanych z zespawanych kształtowników (typu SNSP) wpłynęło natomiast na zwiększenie mimośrodu niezamierzonego, w stosunku do wielkości uzyskanych z obliczeń słupów z rozsuniętymi dwuteownikami (patrz rys. 1). Analizując dane, zamieszczone

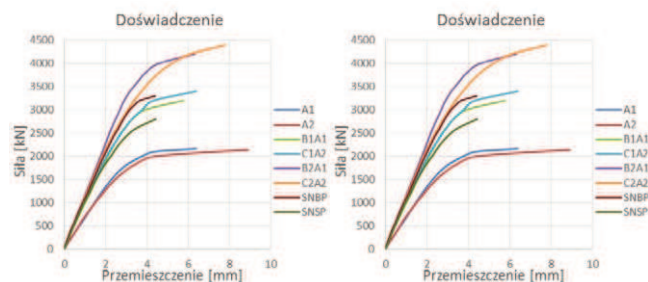
**Tabela 2.** Nośność słupów w zależności od mimośrodków niezamierzonych

Typ słupa	Analiza doświadczalna Średnia wartość siły niszczącej [kN]	Analiza MES Siła niszcząca [kN]						
		Wartość mimośrodu obciążenia [mm]:						
		0,1	1	3	5	7	9	11
A1	2160	2351	2328	2278	2228	2180	<b>2134</b>	2088
A2	2140	2350	2326	2278	2230	2185	<b>2142</b>	2098
B1A1	3200	3394	3352	3284	<b>3218</b>	3155	3094	3034
C1A2	3333	3501	3460	3401	<b>3344</b>	3287	3232	3177
B2A1	4333	<b>4208</b>	4046	3951	3907	3790	3724	3657
C2A2	4377	<b>4407</b>	4193	4091	4004	3929	3869	3808
B4A1	3573	3751	3704	3634	<b>3564</b>	3500	3435	3370
SNBP	3300	3475	3431	3371	<b>3313</b>	3257	3203	3147
SNSP	2800	3071	3035	2987	2939	2892	2845	<b>2797</b>

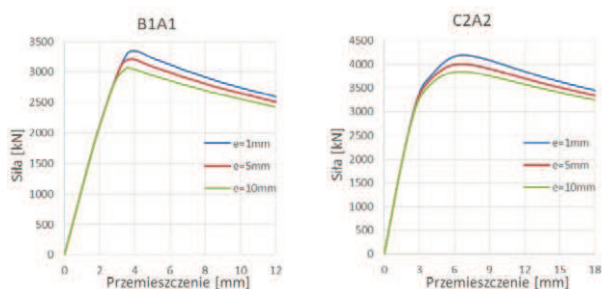
w tabeli 2 można także stwierdzić, że zgodność obliczonych metodą elementów skończonych sił niszczących słupy wypełnione betonem BWW z wynikami doświadczeń uzyskano przy niewielkich wartościach mimośrodów niezamierzonego. Może to świadczyć o większej jednorodności tego betonu i mniejszym wpływie imperfekcji materiałowych na nośność słupów wypełnionych betonem wysokiej klasy wytrzymałości. Z powyższych rozważań wynika, że wartość niezamierzonego mimośrodu obciążenia nie zależy tylko od długości i schematu statycznego elementu (patrz wzór 4.1), ale również od jego smukłości i cech materiałowych.

### 4.3. Ciągliwość

Na rysunku 5 przedstawiono ścieżki równowagi wybranych typów słupów otrzymane na podstawie wyników doświadczeń oraz obliczeń w programie ABAQUS. Wykresy posłużyły do przeprowadzenia analizy ciągliwości badanych elementów.



**Rys. 5.** Zestawienie ścieżek równowagi wybranych słupów, otrzymanych drogą doświadczalną oraz numeryczną, przy mimośrodku obciążenia odpowiadającym ich nośności



**Rys. 6.** Zestawienie ścieżek równowagi słupów B1A1 oraz C2A2 przy różnych wartościach mimośrodu niezamierzonego

W pierwszym etapie analizy za miarę ciągliwości konstrukcji przyjęto skalarny parametr, równy całkowitej energii zmagazynowanej w słupie (suma energii zniszczenia i energii sprężystej). Zagadnienie to było analizowane przez K. Flagę i L. Szopę w [4], na przykładzie słupów typu CFST.

Poszukiwana wartość energii E, może być obliczona ze wzoru:

$$E = \int_0^{\Delta_{kr}} P(\Delta) d\Delta \quad (4.3)$$

gdzie:

$P(\Delta)$  – zależność opisująca ścieżkę równowagi konstrukcji,

$\Delta_{kr}$  – przemieszczenie pionowe końca słupa przy obciążeniu granicznym.

W tabeli 3 umieszczono wartości energii E obliczone dla typów słupów, których ścieżki równowagi przedstawiono na rysunku 5. Analizując otrzymane wyniki można dojść do wniosku, że wypełnienie betonem zwiększa ciągliwość słupa według miary energetycznej, a wpływ ten rośnie wraz ze wzrostem klasy wytrzymałości zastosowanego betonu. Jednocześnie można zauważyć, że rozstaw przewiązek ma duży wpływ na ciągliwość według miary E analizowanych słupów. Ilość energii, którą może zmagazynować słup, wzrasta wraz z zagęszczeniem rozstawu przewiązek. Zwiększenie mimośrodu niezamierzonego obciążenia powoduje zmniejszenie ciągliwości elementów, obliczonej według miary energetycznej. Wpływ ten zależy od rozwiązania konstrukcyjnego analizowanego słupa.

Analizując ciągliwość słupów bez przewiązek (SNBP, SNSP) można zauważyć, że wartość energii, otrzymana na podstawie wyników badań, jest równa energii zgromadzonej przez słup stalowy o rzadkich przewiązkach (A1). Natomiast ciągliwość tych słupów, uzyskana analizą MES odpowiada wartościom, obliczonym w przypadku słupów zespolonych o rzadkich przewiązkach, typu B1A1. Można też zauważyć, że słupy zespolone pasami są mniej wrażliwe na zwiększenie mimośrodu niezamierzonego (ich energia spada wolniej niż słupów typu SNBP).

Za drugą miarę ciągliwości przyjęto zdefiniowany w Eurokodzie 8 [13] współczynnik DDF (Displacement Ductility Factor). Oznacza on iloraz skrócenia słupa przy wartości obciążenia równej 85% siły niszczącej (w zakresie pokrytycznym), do jego skrócenia w punkcie granicznym ścieżki równowagi:

$$\mu_{\delta} = \frac{\Delta_{85\%}}{\Delta_{kr}} \quad (4.4)$$

Współczynnik ten można spotkać w literaturze [9,10] pod nazwą DI (Ductility Index), która to będzie używana w artykule.

W tabeli 3 umieszczono otrzymane rezultaty obliczeń. Analizując te dane można dojść do wniosku, że wypełnienie przekroju betonem zmniejsza ciągliwość słupów według indeksu DI. Wpływ ten jest tym większy, im wyższa jest klasa wytrzymałości zastosowanego betonu. Podobnie, jak w przypadku kryterium energetycznego, zagęszczenie rozstawu przewiązek powoduje wzrost ciągliwości analizowanych słupów, natomiast zwiększenie mimośrodu obciążenia powoduje wzrost ciągliwości według miary DI, która silnie zależy od przebiegu ścieżki równowagi w zakresie pokrytycznym (rys. 6).

Szersze rozważania na temat ciągliwości konstrukcji na przykładzie stalowo-betonowych słupów dwugąteźniowych z przewiązkami można znaleźć w monografii [7].

**Tabela 3.** Energia E oraz indeksy DI wybranych słupów, w zależności od mimośrodków niezamierzonych obciążenia

Typ słupa	Analiza dośw.	Analiza MES							
	E [kJ]	Energia E [kJ]				Współczynnik DI [1]			
		Wartość mimośrodu obc. [mm]:				Wartość mimośrodu obc. [mm]:			
		0,1	5	9	11	0,1	5	9	11
A1	9,93	4,81	4,09	4,01	4,00	2,46	2,82	2,97	3,02
A2	14,77	4,99	4,45	4,39	4,43	2,61	3,02	3,27	3,36
B1A1	12,66	8,39	7,03	6,56	6,35	2,15	2,38	2,55	2,63
C1A2	15,10	12,19	10,15	9,37	9,05	2,71	3,16	3,46	3,6
B2A1	18,01	19,61	15,57	14,30	13,74	1,71	1,98	2,09	2,15
C2A2	23,48	21,79	19,34	18,78	18,57	2,21	2,55	2,66	2,71
SNBP	9,09	11,65	10,27	9,48	9,08	1,88	2,01	2,11	2,17
SNSP	7,90	11,25	10,25	9,55	9,17	2,26	2,47	2,67	2,73

### 5. Podsumowanie

W artykule przedstawiono analizę wpływu różnych rozwiązań konstrukcyjnych i materiałowych na zachowanie krępych dwugałęziowych słupów stalowo-betonowych, obciążonych siłą osiową. Wykazano, że rozstaw przewiązek nie wpływa na nośność badanych elementów, jednakże ich zagęszczenie znacząco zwiększa ciągłość dwugałęziowych słupów. Jednocześnie ocena tego zjawiska w dużym stopniu zależy od przyjętej miary. W zależności od zastosowanego kryterium analiza ciągłości elementu konstrukcji może uwzględniać jego nośność (np. kryterium energetyczne) lub być niezależna od niej (indeks DI).

W przypadku elementów krępych możliwe jest projektowanie dwugałęziowych słupów stalowo-betonowych bez przewiązek, o ile nie ma potrzeby zapewnienia dużej ciągłości (na przykład konstrukcje, w których nie przewiduje się wystąpienia obciążenia wyjątkowego). Z przeprowadzonych badań wynika, że zastosowanie dodatkowego zbrojenia w postaci prętów podłużnych i strzemion zapewnia ograniczenie odkształceń poprzecznych i nie dopuszcza do „rozchodzenia się” kształtowników, nawet pod działaniem siły niszczącej.

Przeprowadzona analiza wyników doświadczeń oraz MES potwierdziła znaczenie uwzględniania różnego rodzaju imperfekcji przy projektowaniu słupów ściskanych osiowo. W przypadku badanych elementów wykazano dużą wrażliwość zarówno sił niszczących, przebiegu ścieżek równowagi, jak i ciągłości na wartość niezamierzonego mimośrodu obciążenia. Na podstawie analizy zarejestrowanych podczas badań pionowych odkształceń słupów stwierdzono, że na wielkość imperfekcji w dwugałęziowych słupach stalowo-betonowych wpływa, poza smukłością, czy sposobem zamocowania, również klasa wytrzymałości betonu i rozstaw przewiązek.

Zdaniem autorów modelowanie numeryczne zachowania badanych słupów dwugałęziowych za pomocą zmiany wartości niezamierzonego mimośrodu umożliwia uwzględnienie wpływu imperfekcji geometrycznych, materiałowych, a także przyłożenia obciążenia.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] ABAQUS. Analysis Theory Manual. ABAQUS, Inc., Version 6.12, USA, 2012
- [2] ABAQUS. Analysis User's Manual. ABAQUS, Inc., Version 6.12, USA, 2012
- [3] ABAQUS. Example Problems Manual. ABAQUS, Inc., Version 6.12, USA, 2012
- [4] Flaga K., Szopa L., O możliwości zastosowania zespolonych elementów ruro-betonowych CFST w mostownictwie, *Konf. Nauk.-Techn. Zespolone konstrukcje mostowe*, Kraków, 117-132, 2009
- [5] Małek E., Metoda nieliniowej analizy prętowych elementów stalowo-żelbetonowych obciążonych statycznie, *Wydawnictwa Politechniki Częstochowskiej, seria Monografie, nr 97*, Częstochowa, 2004
- [6] Szmigiera E., Dwugałęziowe słupy stalowo-betonowe, *Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej*, Warszawa 2012
- [7] Szmigiera E., Grzeszykowski B., Metody oceny ciągłości konstrukcji na przykładzie dwugałęziowych słupów stalowo-betonowych, *rozd. X, Monografia: „Aktualne problemy budownictwa metalowego”*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2014
- [8] Szmigiera E., Szadkowska M., Wpływ wybranych rozwiązań konstrukcyjnych na nośność dwugałęziowych słupów stalowo-betonowych, *Inżynieria i Budownictwo*, 3/2014, 152-155
- [9] Usami T., Gao S., Ge H., Stiffened steel box columns. Part 2: Ductility evaluation, *Earthquake engineering and structural dynamics*, 29:1707-1722, 2000
- [10] Yang H., Lam D., Gardner L., Testing and analysis of concrete – filled elliptical hollow sections, *Engineering Structures*, 30:3771-3781, 2008
- [11] PN-EN 1992-1-1: 2008 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu, Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [12] PN-EN 1994-1-1: 2008 Eurokod 4: Projektowanie zespolonych konstrukcji stalowo-betonowych, Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków
- [13] EN 1998-1 (2004): Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings