

## ANALOGOWE I NUMERYCZNE MODELOWANIE ROZKŁADU NATĘŻENIA POLA ELEKTRYCZNEGO W UKŁADACH IZOLACYJNYCH URZĄDZEŃ ELEKTROENERGETYCZNYCH

Lukasz FUŚNIK, Bartłomiej SZAFRANIAK, Michał BONK, Piotr PYRKOSZ

AGH – Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie, Katedra Elektrotechniki i Elektroenergetyki  
tel.: 12 6173760; e-mail: lfusnik@agh.edu.pl, szafrani@agh.edu.pl, bonkm@agh.edu.pl

**Streszczenie:** Podczas projektowania układów izolacyjnych urządzeń elektroenergetycznych koniecznym jest określenie wartości maksymalnych oraz roboczych natężenia pola elektrycznego. Równocześnie, dąży się zwykle do tego, aby uzyskane rozkłady natężenia pola elektrycznego były zbliżone do równomiernego. Analiza rozkładu natężenia pola w izolacji urządzenia pozwala na ocenę poprawności projektu jego konstrukcji oraz na optymalizację parametrów wpływających na ten rozkład.

Artykuł przedstawia zastosowanie analogowych i numerycznych metod modelowania rozkładu natężenia pola elektrycznego dla analizy układów izolacyjnych wybranych urządzeń elektroenergetycznych: kabla 3-fazowego SN oraz stojana maszyny elektrycznej. Porównano i poddano dyskusji wyniki uzyskane dwiema metodami wyznaczania rozkładów natężenia pola elektrycznego, występującego w warunkach eksploatacji, w wybranych układach izolacyjnych: 1) metodą modelowania analogowego z digitalizacją wyników; 2) symulacji numerycznych opartych na metodzie elementów skończonych (MES). Obie metody mają znaczny potencjał edukacyjny i są stosowane podczas zajęć dydaktycznych dla studentów studiów inżynierskich na kierunku Elektrotechnika.

**Słowa kluczowe:** układy izolacyjne, pole elektryczne, modelowanie analogowe, modelowanie numeryczne.

### 1. WPROWADZENIE

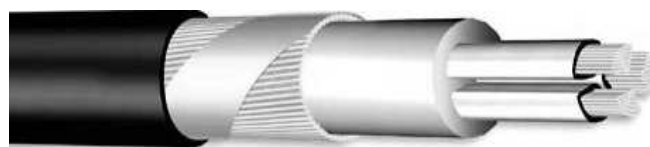
Rozkład natężenia pola elektrycznego jest to obraz przestrzenny natężenia pola elektrycznego  $E = f(x, y, z)$  lub przedstawiony na płaszczyźnie  $E = f(x, y)$ . W przypadku układów charakteryzujących się prostą geometrią, np. płaszczyzna–płaszczyzna, kula–płaszczyzna, koncentryczny kabel jednożyłowy, wyznaczenie rozkładu natężenia pola elektrycznego  $E$  jest możliwe przy użyciu metod analitycznych. Dla skomplikowanych geometrycznie układów elektrod wyznaczenie rozkładu natężenia pola elektrycznego jest zadaniem trudnym. Określenie rozkładów natężenia pola  $E$  jest wówczas możliwe dzięki zastosowaniu metod modelowania analogowego [1, 2] lub modelowania numerycznego, np. przy użyciu metody elementów skończonych [3].

Kable 1-fazowe z polem promieniowym (rys. 1) oraz kable 3-fazowe z żyłami ekranowanymi charakteryzują się stosunkowo prostą konstrukcją układu izolacyjnego. W obu przypadkach okrągła żyła posiada koncentryczną izolację elektryczną, na której znajduje się półprzewodzący ekran. Zapewnia to promieniowy rozkład natężenia pola elektrycznego  $E$  w izolacji, który można wyznaczyć za pomocą wzoru analitycznego [1].



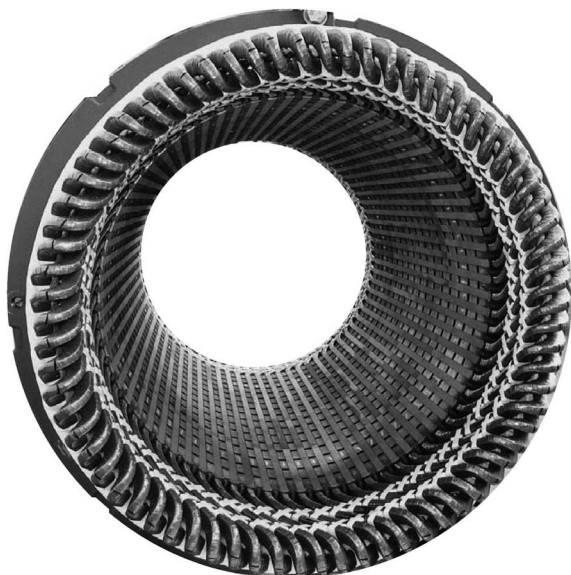
Rys. 1. YHAKXS 1x120/50 mm<sup>2</sup> – kabel (K) elektroenergetyczny z żyłą aluminiową (A) o przekroju 120mm<sup>2</sup>, żyłą powrotną miedzianą o przekroju 50 mm<sup>2</sup> o polu promieniowym (H), o izolacji z polietylenu usieciowanego (XS) i o powłoce z polwinitu (Y);  $U_n=12/20$  kV [4]

Przykładem kabla o bardziej złożonej geometrii jest kabel sektorowy (rys. 2). Wyznaczenie rozkładu natężenia pola elektrycznego  $E$  w izolacji tego typu kabla za pomocą wzorów analitycznych jest zadaniem bardzo skomplikowanym. Spowodowane jest to kształtem żył roboczych (przekrój kołowy zastąpiono wycinkiem koła, powielonym dla każdej z faz) oraz brakiem indywidualnych ekranów dla poszczególnych żył, przy zastosowaniu wspólnego ekranu, obejmującego wszystkie 3 fazy.



Rys. 2. Kabel elektroenergetyczny YKY 3x120 SM/50 mm<sup>2</sup> z żyłami miedzianymi sektorowymi, wielodrutowymi 3x120mm<sup>2</sup>, o izolacji polwinitowej, z żyłą powrotną miedzianą o przekroju 50 mm<sup>2</sup> nałożoną na izolację rdzeniową oraz o powłoce polwinitowej [5]

Podobna, skomplikowana sytuacja obliczeniowa ma miejsce dla układu izolacji żłobkowej stojana maszyny elektrycznej wirującej (rys. 3). Konstrukcja układu izolacyjnego stojana z uzwojeniem wkładanym posiada złożoną geometrię o różnych krzywiznach, która powoduje powstanie nierównomiernego rozkładu pola elektrycznego w izolacji, zwłaszcza w obszarach przy krawędziach pręta uzwojenia. Jako, że analityczne wyznaczenie rozkładu natężenia pola elektrycznego jest w tym przypadku praktycznie niewykonalne, to dla rozwiązania tego problemu można zastosować badania na modelu analogowym lub symulacje numeryczne.



Rys. 3. Stojan maszyny elektrycznej wirującej z klinowanym uzwojeniem wkładanym

## 2. METODA ANALOGOWA

Metoda analogowa jest jednym ze sposobów wyznaczenia rozkładu natężenia pola elektrycznego. Opiera się ona na twierdzeniu, że pole elektrostatyczne opisane równaniami Laplace'a lub Poissona może być przedstawione równoważnie za pomocą pola przepływowego prądu stałego. Model analogowy układu izolacyjnego zbudowano z materiału o odpowiedniej wartości konduktywności elektrycznej oraz z materiału przewodzącego, użytego do budowy elektrod reprezentujących elementy przewodzące konstrukcji. Model może być wykorzystywany do badań układów izolacyjnych zarówno jednorodnych, jak i uwarstwionych. W tym celu buduje się modele płaskie np. przekrój kabla elektroenergetycznego w odpowiedniej skali [6]. Opisanymi w artykule modelowanymi układami izolacyjnymi są układy:

- 3-fazowego kabla o izolacji rdzeniowej, z żyłami sektorowymi, którego dane znamionowe zamieszczono w Tabeli 1;
- uzwojenia wkładanego w żłobek maszyny elektrycznej wirującej o  $U_n = 10,5$  kV.

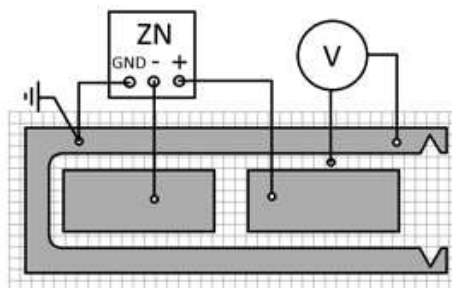
Tabela 1. Wybrane parametry kabla elektroenergetycznego

Parametr	Wartość
Napięcie znamionowe $U_n$ [kV]	3,6/6
Przekrój żyły sektorowej $s$ [mm <sup>2</sup> ]	120
Odległość między sektorami a zewnętrznym ekranem przewodzącym $a$ [mm]	3,7

Modele laboratoryjne układów izolacyjnych do wyznaczenia rozkładu natężenia pola elektrycznego wykonano z zastosowaniem papieru przewodzącego, na którym umieszczono elektrody metalowe odpowiadające kształtem przewodnikom w układzie izolacyjnym (3-fazowy kabel elektroenergetyczny o izolacji rdzeniowej i żłobek maszyny elektrycznej). Elektrody wykonano z blachy stalowej, przytwierdzonej za pomocą kleju przewodzącego do papieru przewodzącego. Rezystywność powierzchniowa zastosowanego papieru wynosi  $\rho \approx 600$  k $\Omega$ . Model kabla sektorowego wykonano w skali geometrycznej równej 10:1, a żłobka maszyny elektrycznej wirującej w skali 3:1.

Modelowane układy izolacyjne są układami jednorodnymi, wykonanymi z jednolitego materiału izolacyjnego, więc modelowane są za pomocą jednorodnego materiału przewodzącego. Poszczególne elementy modelu, papier przewodzący i elektrody, charakteryzują się niewielkimi wartościami współczynników temperatury, niezmiennością właściwości fizycznych w czasie oraz hydrofobowością powierzchni (dotyczy materiału przewodzącego).

Dla wyznaczenia rozkładu pola  $E$  do elektrod modelu przyłożono napięcie stałe w sposób przedstawiony na rysunku 4. Na powierzchni papieru naniesiono siatkę współrzędnych o rastrze 1 cm x 1 cm, dla określenia punktów pomiarowych, w których mierzone są wartości napięcia, za pomocą sondy ostrzowej i woltomierza laboratoryjnego o dużej rezystancji wejściowej.



Rys. 4. Schemat zasilania modelu analogowego żłobka stojana dużej maszyny elektrycznej: ZN – źródło napięcia, V – woltomierz

Wyznaczanie rozkładu natężenia pola elektrycznego  $E$  w kablu, żłobku i każdym innym układzie przy napięciu przemiennym jest możliwe w modelu analogowym przy zasilaniu napięciem stałym. Rozpatruje się chwile czasowe, w których narażenie napięciowe układu izolacyjnego jest największe. Dla kabla sektorowego napięcie na pierwszej żyłce wynosi wówczas  $+ 86,5\% U_m (\sqrt{3}/2 U_m)$ , na drugiej  $- 86,5\% U_m (-\sqrt{3}/2 U_m)$ , a na trzeciej zero. W tym przypadku największa wartość napięcia pomiędzy żyłkami roboczymi wynosi  $1,73 U_m$ . Największego natężenia pola elektrycznego  $E$  należy się spodziewać pomiędzy żyłkami o potencjale  $+ 86,5\% U_m$  i  $- 86,5\% U_m$ . Znaczne natężenie pola elektrycznego wystąpi również pomiędzy żyłkami o potencjale  $+ 86,5\% U_m$  i  $- 86,5\% U_m$  a uziemioną obudową [1].

Podczas wystąpienia zakłóceń przepięciowych różnica potencjałów pomiędzy poszczególnymi żyłkami może osiągać większe wartości.

W celu wyznaczenia wartości natężenia pola w układzie rzeczywistym dla zbudowanego modelu wyznaczyć należy współczynnik podobieństwa (skali) [6]:

$$m_E = \frac{E_{rzecz}}{E_{mod}} = \frac{U_{rzecz}/a_{rzecz}}{U_{mod}/a_{mod}} = \frac{m_n}{m_a} \quad (2)$$

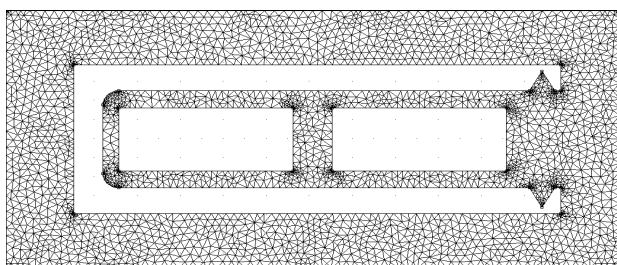
gdzie:  $m_a$  – współczynnik skali dla wymiarów geometrycznych,  $m_n$  – współczynnik skali dla napięcia.

## 3. SYMULACJE KOMPUTEROWE OBRAZU POLA ELEKTRYCZNEGO

Symulacja komputerowa rozkładu natężenia pola elektrycznego jest nieingerencyjną metodą wyznaczania obrazu pola elektrycznego w wysokonapięciowych układach izolacyjnych. Opisane symulacje wykonano metodą elementów skończonych MES przy pomocy programu FEMM 4.2 [7].

W pierwszym etapie symulacji wykonywana jest digitalizacja analizowanego obszaru, przekształcanego na siatkę trójkątów, w sposób przedstawiony na rysunku 5. Zazwyczaj im gęstsza jest siatka, tym dokładniejszy jest wynik symulacji, jednak wybór jej rozdzielczości wynika z kompromisu pomiędzy dokładnością obliczeń a czasem ich trwania, w tym przypadku zdecydowano się na automatyczny generator siatki [7].

Drugą fazą symulacji jest określenie wielkości fizycznych mających wpływ na rozkład natężenia pola, np. przenikalności elektrycznej modelowanych materiałów  $\epsilon_r$ , w szczególności w przypadku układów warstwowych, oraz wartości potencjałów w danej chwili na elementach przewodzących, tj. żyłach roboczych i ekranie kabla. Symulacje rozkładu natężenia pola elektrycznego zostały przeprowadzone dla tej samej chwili, co dla modelu analogowego.



Rys. 5. Przekrój żłobka stojana maszyny elektrycznej z nałożonymi elementami siatki; obliczenia przeprowadzane są tylko dla izolacji żłobka, z pominięciem uzwojeń i uzziemionego stojana. Siatkę wygenerowano za pomocą programu FEMM 4.2

#### 4. ANALIZA WYNIKÓW POMIARÓW I SYMULACJI

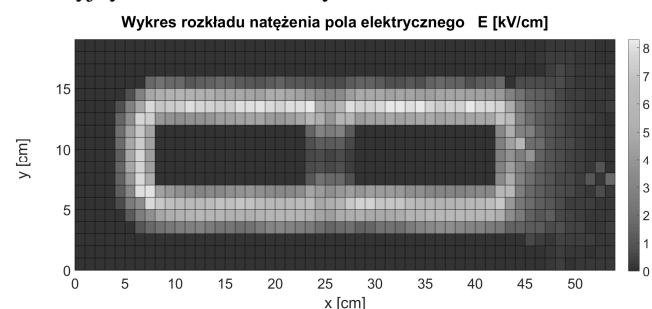
W procedurze pomiarowej realizowanej podczas opisanych badań rejestrowano wartości potencjału w poszczególnych punktach siatki modelu analogowego kabla 3-fazowego o izolacji rdzeniowej jednorodnej oraz żłobka stojana maszyny elektrycznej. W tym celu przygotowano arkusze papieru przewodzącego z naniesionym modelem analogowym wraz z siatką punktów pomiarowych.

Siatka modelu wykorzystana do pomiarów rozkładu potencjału dla żłobka miała wymiary 20 cm x 55 cm, natomiast dla kabla sektorowego 50 cm x 50 cm. Wykorzystując otrzymane wyniki rozkładu potencjału elektrycznego w izolacji modelu analogowego kabla i żłobka wyznaczono rozkład natężenia pola elektrycznego  $E$  z zależności:

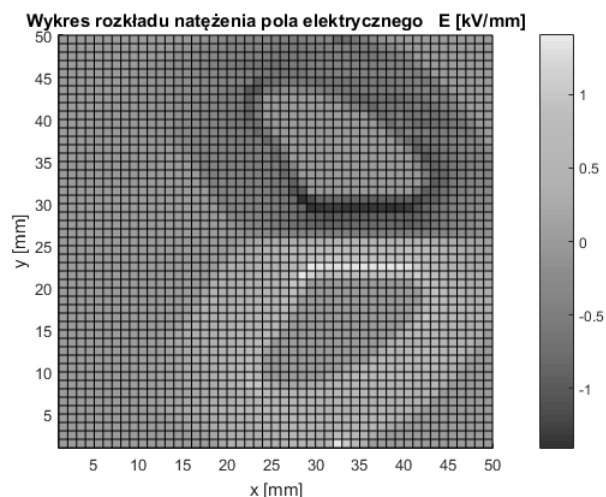
$$E = -\text{grad } V \quad (3)$$

W tym celu wykorzystano środowisko obliczeniowe oferowane przez program Matlab [8]. Wyniki rozkładu potencjału elektrycznego  $V$  przeskalowano uwzględniając wartość współczynnika podobieństwa  $m_E$  (2), wyznaczonego w oparciu o znajomość skali napięciowej i geometrycznej modelu. Otrzymane wyniki obliczeń zaprezentowane są na rysunku 6 dla siatki odpowiednio 1 mm x 1 mm (skala geometryczna 10:1) oraz dla skali napięciowej równej 1:255 (dane dla kabla sektorowego). Na rysunku 7 przedstawiono wyniki obliczeń natężenia pola elektrycznego  $E$  dla kabla o rzeczywistych wymiarach, zasilonego napięciem znamionowym  $U_n = 3,6/6$  kV. Układ izolacyjny żłobka maszyny elektrycznej ma skalę geometryczną 3:1 i skalę napięciową 1:607. Rozkłady natężenia pola w układach izolacyjnych symulowano numerycznie dla ich rzeczywistych rozmiarów, przy określonym napięciu znamionowym. Rozkłady natężenia

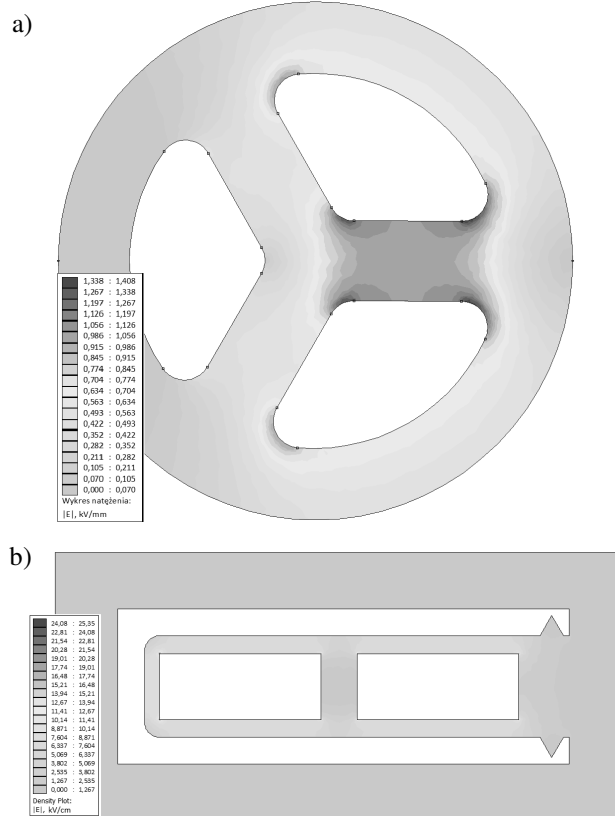
pola elektrycznego  $E$  uzyskane dla analizowanych układów izolacyjnych zestawiono na rysunku 8.



Rys. 6. Rozkład natężenia pola elektrycznego  $E$  w układzie rzeczywistym izolacji żłobka maszyny wirującej  $U_n=10,5$  kV po uwzględnieniu współczynnika skali.



Rys. 7. Rozkład natężenia pola elektrycznego  $E$  w układzie rzeczywistym izolacji kabla elektroenergetycznego  $U_n = 3,6/6$  kV po uwzględnieniu współczynnika skali



Rys. 8. Rozkłady natężenia pola elektrycznego  $E$  w otrzymanym przy pomocy programu FEMM 4.2: a) kabel sektorowy, b) żłobek maszyny wirującej

Maksymalna wartość natężenie pola elektrycznego  $E$  w izolacji kabla wyznaczona metodą analogową wyniosła ok. 1,5 kV/mm. Wyniki uzyskane przy zastosowaniu modelowania numerycznego, metodą elementów skończonych, były zbliżone, bowiem maksymalna wartość natężenia pola  $E$  wyniosła ok. 1,4 kV/mm. Istotny wpływ na wartość niepewności pomiarowej metody analogowej ma stosunkowo duży raster siatki pomiarowej, 1 cm x 1 cm. Drugim czynnikiem mającym wpływ na wyniki jest wykorzystanie do rysowania siatki pomiarowej ołówka grafitowego, który jest dobrym przewodnikiem. Ma to wpływ na rezystywność powierzchniową papieru półprzewodzącego, powodując jej zmniejszenie (szacunkowo o ok. 5%), co zmienia wartości spadków napięć pomiędzy punktami pomiarowymi. Zgodnie z zależnością (3) zmienia się wówczas także wartość wyznaczonego natężenia pola elektrycznego.

Wartości roboczego natężenia pola elektrycznego  $E_r$  w układach izolacyjnych kabli elektroenergetycznych wysokiego napięcia wynoszą obecnie do 15 kV/mm, dla projektowanych kabli najwyższych napięć. Dla kabli SN natężenie osiąga wartości kilku kV/mm, np. wartości roboczego natężenia pola elektrycznego w izolacji kabli o napięciu znamionowym  $U_n$  do 30 kV wynoszą do ok. 3,5 kV/mm. W układach izolacyjnych maszyn elektrycznych wirujących natężenie roboczego pola elektrycznego wynosi od ok. 3 kV/mm (w części płaskiej żłobka) do ok. 9 kV/mm (w obszarach zakrzywionych powierzchni) [9].

#### 4. PODSUMOWANIE

Metody wyznaczania rozkładu natężenia roboczego pola elektrycznego  $E$  w układach izolacyjnych urządzeń elektroenergetycznych są ważne podczas projektowania izolacji, jej optymalizacji oraz poprawy niezawodności działania urządzeń. Dla układów o skomplikowanej geometrii analityczne wyznaczenie rozkładu natężenia pola elektrycznego  $E$  jest bardzo trudne i stosowanym powszechnie sposobem realizacji takiego zadania jest przeprowadzenie symulacji numerycznych, z zastosowaniem specjalistycznego oprogramowania.

Zgodnie z przewidywaniami w analizowanych układach najwyższe natężenie pola elektrycznego  $E$  występuje w obszarach przebiegających o największej krzywiznie. Przeprowadzone symulacje i pomiary uwidaczniają nierównomierność rozkładu natężenia pola elektrycznego w izolacji kabla elektroenergetycznego, co nie pozwala w pełni wykorzystać właściwości elektrycznych materiałów izolacyjnych w przestrzeni międzyelektrodowej [10].

Przedstawione dwie metody wyznaczania rozkładów natężenia pola  $E$  stosowane wspólnie mają duży potencjał edukacyjny, który może być wykorzystany w procesie kształcenia inżynierów elektryków. Badania takie, w formie zintegrowanych ćwiczeń laboratoryjno-komputerowych, są elementem programu dydaktycznego realizowanego na studiach inżynierskich kierunku Elektrotechnika na Wydziale EAliiB AGH w Krakowie.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

1. Florkowska B.: Podstawy metod badań układów izolacyjnych wysokiego napięcia, Materiały do wykładów i laboratorium, Wydawnictwo AGH, Kraków, 1991.
2. Marshall S.V., Skitek G.G., Electromagnetic concepts and applications, 3 ed., Prentice-Hall Inc., 1990.
3. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z.: The finite element method: its basis and fundamentals, Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.
4. [www.elektryknet.pl](http://www.elektryknet.pl)
5. Katalog wyrobów firmy TELE-FONIKA Kable S.A.: Kable i przewody elektroenergetyczne, Wydanie III.
6. Florkowska B.: Badania układów elektroizolacyjnych, Wydawnictwo AGH, Kraków, 1974.
7. Finite Element Method Magnetics Version 4.2 User's Manual October 25, 2015.
8. MATLAB® Primer R017b © 1984–2017 by The MathWorks, Inc.
9. Florkowska B.: Diagnostyka wysokonapięciowych układów izolacyjnych urządzeń elektroenergetycznych, Wydawnictwa AGH, Kraków, 2016.
10. Furgał J.: Układy izolacyjne urządzeń stacji wysokiego napięcia, Wydawnictwa AGH, Kraków, 1995.

### ANALOG AND NUMERICAL MODELING OF THE ELECTRIC FIELD STRENGTH DISTRIBUTION IN INSULATING SYSTEMS OF ELECTRICAL POWER EQUIPMENT

The permissible value of the operating field strength is a fundamental requirement for the selection of high voltage equipment. It determines the electrical strength of insulating materials used in insulating systems and the effects of various operating stresses. By determining the distribution of the electric field intensity in the tested insulation system, the maximum value of the electric field strength is obtained. The knowledge of the electrical field strength distribution  $E$  is also necessary during laboratory tests on new insulating systems.

The article presents a description of a laboratory stand used to determine the distribution of electric field strength in several typical insulation systems, the results of measurements during the exercise, and the description and results of the computer simulation of electrical field strength  $E$  in the model insulation.

**Keywords:** insulating systems, electric field, analog modeling, numerical modeling.