

METODA ZWIĘKSZENIA DOKŁADNOŚCI MODELI UZYSKIWANYCH METODĄ PRZEKAŹNIKOWĄ

Krzysztof KULA

Akademia Morska w Gdyni

tel: 58 5586 494 e-mail: k.kula@we.am.gdynia.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiona została metoda zwiększenia dokładności wyznaczania parametrów cyklu granicznego metodą przekaźnikową. Dzięki zmniejszeniu nachylenia zbocza przekaźnika uzyskuje się lepsze wyniki linearyzacji harmonicznej, co pozwala na dokładniejsze wyznaczenie funkcji opisującej oraz wzmocnienia krytycznego. Pozwala to poprawić jakość modeli, które tym samym lepiej odzwierciedlają własności obiektów regulacji.

Słowa kluczowe: algorytmy identyfikacji, przekaźniki, cykle graniczne, układy dynamiczne drugiego rzędu.

1. WPROWADZENIE

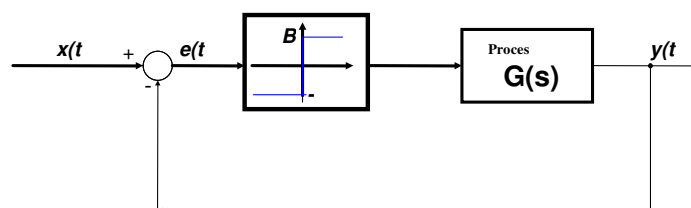
Projektowanie układów regulacji wymaga znajomości własności statycznych i dynamicznych obiektu regulacji. Gdy ich dokładne określenie jest niemożliwe, tworzone są modele uproszczone. Na ich podstawie można dobrać wymagane nastawy regulatora, tak, aby uzyskać żądane zachowanie układu regulacji bądź w reakcji na zmianę wartości zadanej, bądź na oddziaływanie zakłóceń. Obecnie modele odgrywają jeszcze większą rolę, gdyż we współczesnych układach sterowania coraz częściej stosowane są również jako ich integralny element. Klasa przyjętego modelu jest wynikiem kompromisu pomiędzy wymogami dotyczącymi jego dokładności a stopniem złożoności. Z jednej strony oczekuje się, aby były one jak najdokładniejsze a z drugiej uwzględnić trzeba, że stanowią uproszczoną postać własności obiektu i to nie tylko z konieczności ale i z wyboru, gdyż przekłada się to np. na prostszy algorytm sterowania. Jeżeli obiekt jest niestacjonarny, model powinien być modyfikowany w trakcie pracy układu regulacji, co pozwala na wprowadzanie korekty w algorytmie sterowania, stosownie do zmian w dynamice procesu. Możliwość przeprowadzenia takich testów identyfikacyjnych w trakcie prac układu stwarza tzw. metoda przekaźnikowa, która opracowana została przez Åströma - Hägglunda na początku lat 80-tych [1]. Została ona zastosowana przez Luybena do dostrajania regulatorów PID [2], a także regulatorów nieliniowych [3] przez Lee i innych (Lee, Kwon i Park, 1993). Åström i Hägglund nawiązali do klasycznej metody doboru nastaw regulatorów PI/PID Zieglera- Nicholasa, która za punkt odniesienia obierała tzw. punkt krytyczny pracy zamkniętego układu regulacji i zalecała z jakim zapasem stabilności powinien układ pracować, aby osiągnąć odpowiednie tłumienie

zakłóceń. Jej niedogodnością była konieczność wywołania drgań krytycznych, co mogło prowadzić do utraty stabilności. Zastosowanie do wywołania drgań krytycznych idealnego elementu dwupołożeniowego rozwiązywało ten problem, gdyż wprowadzało do układu zamkniętego bardzo duże wzmocnienie, odpowiadające nachyleniu zbocza sygnału wyjścia tego elementu, przy jednoczesnym ograniczeniu jego poziomu, co pozwalało na kontrolowanie amplitudy drgań wielkości regulowanej.

Artykuł podzielony został na 6 rozdziałów. W rozdziale 2 przedstawiono podstawy teoretyczne metody Åströma i Hägglunda oraz wskazano na stosowane uproszczenia, by następnie (rozd.3) wskazać na możliwości poprawy jej dokładności. W rozdziale 4 zaprezentowano koncepcję i algorytm testu przekaźnikowego umożliwiającego osiągnięcie poprawy estymacji drgań krytycznych. Wyniki badań symulacyjnych rozszerzonego testu przekaźnikowego zawarte zostały w rozdziale 5.

2. WYZNACZANIE PARAMETRÓW CYKLU GRANICZNEGO METODĄ PRZEKAŹNIKOWĄ

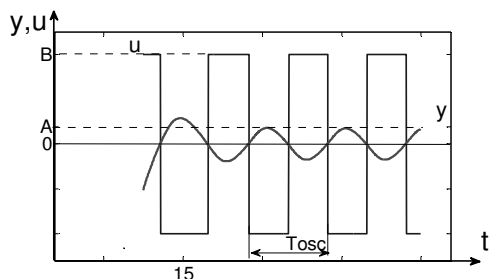
Rozważmy układ zamknięty (rys.1) zawierający część liniową o transmitancji $G(s)$ oraz człon nieliniowy o charakterystyce przekaźnika dwupołożeniowego.



Rys. 1. Schemat układu regulacji z przekaźnikiem

Załóżmy, że uchyb regulacji ma przebieg sinusoidalny $e(t) = A \sin \alpha t$. Gdy będzie podany na wejście idealnego elementu dwupołożeniowego, to na jego wyjściu otrzymamy sygnał prostokątny $u(t)$.

$$u(t) = \begin{cases} +B & \text{dla } e \geq 0 \\ -B & \text{dla } e < 0 \end{cases} \quad (1)$$



Rys.2. Przykładowy przebieg sygnałów w czasie testu przekaźnikowego

Każdą funkcję okresową można rozwinąć w szereg Fouriera. Po uwzględnieniu, że charakterystyka członu nieliniowego jest symetryczna względem początku układu, sygnał sterujący przedstawić można również jako:

$$u(t) = \sum_{r=1}^{\infty} B_r \sin(r\omega t) \quad (2)$$

Podczas najprostszego testu przekaźnikowego mierzone są amplitudy sygnałów wejściowych i wyjściowych z obiektu oraz okres wzbudzonych drgań. Do wyznaczenia parametrów stabilnego cyklu granicznego możemy posłużyć się wykresem Nyquista części liniowej obiektu oraz odwrotności funkcji opisującej części nieliniowej $J(A, \omega)$, jaką jest sam przekaźnik. Dla punktu krytycznego otrzymamy zależność:

$$G(j\omega_{kr}) \cdot J(A, \omega_{kr}) = -1 + 0j \quad (3)$$

gdzie: J oznacza funkcję opisującą

która z uwagi na to, że transmitancja widmowa Fouriera jest liczbą zespoloną, przekłada się na dwa warunki równości części rzeczywistej i urojonej, czyli :

$$|G(j\omega_{kr})| = \left| \frac{1}{J(A)} \right| \quad (4)$$

$$\arg G(j\omega_{kr}) + \arg(J(A)) = -\pi \quad (5)$$

Próba przekaźnikowa pozwala na wyznaczenie parametrów cyklu granicznego, przy czym pulsacja krytyczna jest równa:

$$\omega_{kr} = \frac{2\pi}{T_{osc}} \quad (6)$$

Warunkiem dobrej jakości linearyzacji harmonicznej jest by część liniowa układu regulacji wraz z urządzeniami wykonawczymi i torem pomiarowym miała własności filtru dolnoprzepustowego, dzięki czemu odpowiedzi na wyższe harmoniczne rozwinięcia w szereg Fouriera wymuszenia będą silnie tłumione.

3. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Różnice między reakcją obiektu a modelu na wielkości wejściowe wynikać mogą z nieokreśloności modelowej, związanej z przyjętą klasą modelu, który stanowi uproszczenie opisu obiektu oraz z niedokładności parametrów, gdy różnią się one od tych, które w modelu danej klasy najlepiej oddają zachowanie obiektu.

Najpopularniejsze modele obiektów, które mogą być konstruowane przy zastosowaniu metody przekaźnikowej przedstawił Viteček [4]. Do wyznaczenia większej liczby parametrów bardziej złożonych modeli nieodzowne jest wprowadzenie pewnych modyfikacji testu przekaźnikowego. Pomiar kilku punktów charakterystyki Nyquista wokół pulsacji krytycznej układu otwartego umożliwia metoda wykorzystująca dodatkowy przekaźnik [5]. Wymaga ona zastosowania do obliczeń szybkiej transformaty Fouriera FFT. Aby uzyskać więcej informacji o zachowaniu obiektu można zastosować przekaźnik asymetryczny [6] albo przeprowadzić kilka testów przy zmiennej dynamice układu otwartego [7],[8],[9],[10].

W tym przypadku, w celu zmiany parametrów cyklu granicznego badanego układu wprowadza się dodatkowe elementy o znanej dynamice takie jak idealny człon całkujący lub człon opóźniający, które wywołują dodatkowe opóźnienie fazy nie wpływając przy tym na wzmocnienie układu. Po wprowadzeniu tych elementów do układu zmienia się pulsacja krytyczna, dzięki czemu możliwe jest wyznaczenie kolejnych punktów charakterystyki Nyquista układu otwartego, co pozwala na uzyskanie większej dokładności modelu w szerszym zakresie częstotliwości. Podobne narzędzie wykorzystane zostało przy wyznaczaniu modelu Kupfmüllera [11]. Przedstawiona w tej pracy metoda ujawniła problem wrażliwości na niedokładność odczytu parametrów cyklu granicznego, które wykorzystywane były przy konstruowaniu tego modelu. Odchyłki wartości mierzonych parametrów cyklu granicznego zazwyczaj nie przekraczają 12%. Na ogół jest to błąd, który mieści się w granicach tolerancji. Jednak w pewnych przypadkach, przy wyznaczaniu bardziej złożonych modeli, może prowadzić do dużych niedokładności a tym samym znacząco obniżyć jakość sterowania. Dlatego zwiększenie dokładności estymacji parametrów cyklu granicznego stanowi istotny element na drodze poprawy jakości sterowania układów bazujących na modelach.

4 POPRAWA DOKŁADNOŚCI WYZNACZENIA PARAMETRÓW CYKLU GRANICZNEGO

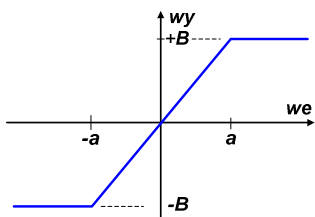
Główną przyczyną niedokładności określenia parametrów punktu krytycznego przy pomocy pojedynczej próby przekaźnikowej jest to, że przy ich wyznaczaniu sięgamy tylko po pierwszą harmoniczną. Jeżeli pomijamy wyższe harmoniczne, a takie jest założenie wykorzystywanej do tego celu metody funkcji opisującej, to dokładność opisu będzie tym wyższa, im sygnał wyjściowy będzie bliższy sinusoidzie o danej pulsacji. Odpowiedzią obiektu liniowego na sygnał sinusoidalny jest również sinusoida o tej samej pulsacji. Ponieważ układy inercyjne działają jak filtry dolnoprzepustowe, to składowe o wyższych harmonicznych, które uzupełniają sygnał prostokątny wyjścia z przekaźnika dwupołożeniowego, w niewielkim stopniu oddziałują na obiekt i jego odpowiedź jest zdominowana reakcją na pierwszą harmoniczną. Tym niemniej wyższe harmoniczne w pewnym stopniu oddziałują na obiekt i są źródłem błędów przy wyznaczaniu stosunku amplitudy wyjściowego sygnału sinusoidalnego o częstotliwości krytycznej do amplitudy sygnału wejściowego obiektu.

Koncepcję zwiększenia dokładności wyznaczenia parametrów cyklu granicznego przedstawili Moieni, Atherton [12] wprowadzając do sprzężenia zwrotnego nieliniowości opisane przy pomocy funkcji wielomianowych. Kim ze współpracownikami zastosowali do identyfikacji zespół przekaźników, które były w odpowiednim czasie dołączane do

układu, kształtując wymuszenie schodkowe o zarysie sinusoidy [13]. Tan i inni [14] wprowadzili równolegle do przekąźnika człon proporcjonalny, aby na jego wyjściu zwiększyć udział podstawowej harmonicznej w relacji do pozostałych. Podobną w swych założeniach możliwość poprawy dokładności wyznaczenia stosunku amplitud oscylacji sygnału wejściowego i wyjściowego układu w punkcie krytycznym stwarza dobór takiego przekąźnika, którego sygnał wyjściowy będzie bliższy sinusoidy a tym samym przy rozwinięciu w szereg Fouriera składowe o wyższych harmonicznych mieć będą relatywnie niewielkie amplitudy.

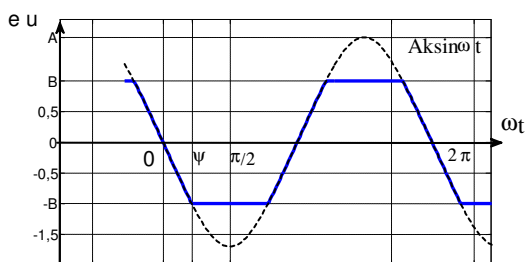
4.1. Przekąźnik o ograniczonym nachyleniu zbocza

Zadaniem przekąźnika włączanego do układu w miejsce regulatora jest wzbudzenie drgań krytycznych o ograniczonej amplitudzie. Funkcję tę realizuje zwykle idealny element dwupołożeniowy o wzmocnieniu $k \rightarrow \infty$, dzięki czemu w układzie powstaną oscylacje, niekiedy znacznie odległe od sinusoidy. Jeżeli jednak zmniejszy się nachylenie zbocza, to zdeformowanie sinusoidalnego sygnału wejściowego będzie mniejsze. Stanie się tak, gdyż podstawowa harmoniczna będzie dominującą składową sygnału wejściowego. Tym samym linearyzacja harmoniczna będzie dokładniejsza a rozwiązanie równań (4),(5) bliższe rzeczywistym wartościom cyklu granicznego badanego układu zamkniętego. Charakterystyka członu nieliniowego o wzmocnieniu k i ograniczeniu poziomym sygnału wyjściowego do B przedstawiona została na rysunku 3.



Rys. 3. Charakterystyka przekąźnika z nasyceniem

Na wejście przekąźnika podawany jest uchyb $e(t) = Ak \sin \omega t$. Nachylenie zbocza jest równe $k = B/a$. Sygnał wyjściowy z przekąźnika ma przebieg jak na rysunku 4.



Rys. 4. Sygnał wejściowy i wyjściowy przekąźnika

Współczynnik B_1 rozwinięcia w szereg Fouriera

$$B_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F[A, \omega, b_k, a_i] \cdot \sin(r\alpha) d(\alpha) \quad (7)$$

zgodnie z (2) obliczyć można na podstawie poczwórnej wartości całki w granicach $\langle 0, \pi/2 \rangle$. Funkcja F , czyli $u(t)$ jest w tym przedziale równa:

$$u(t) = \begin{cases} kA \sin \omega t & 0 \leq \omega t < \psi \\ B & \pi/2 \geq \omega t \geq \psi \end{cases} \quad (8)$$

zatem

$$B_1 = \frac{4}{\pi} \left\{ \int_0^{\psi} k \cdot A \sin^2(\omega t) d(\omega t) + \int_{\psi}^{\pi/2} B \cdot \sin(\omega t) d(\omega t) \right\} \quad (9)$$

Po scałkowaniu otrzymamy, że:

$$B_1 = \frac{4}{\pi} \left\{ 0.5k \cdot A[\psi - 0.5 \sin 2\psi] + B \cos \psi \right\} \quad (10)$$

gdzie: $\sin \psi = a/A$ czyli $\psi = \arcsin a/A$

podstawiając za $\sin 2\psi = 2 \sin \psi \cos \psi$, otrzymamy po dalszych przekształceniach wyrażenie na funkcję opisującą:

$$J(A) = \frac{2B}{\pi A} \left(\arcsin \frac{a}{A} + \frac{a}{A} \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} \right) \quad (11)$$

Podstawiając za $a = B/k$ otrzymamy:

$$J(A) = \frac{2k}{\pi} \left(\arcsin \frac{B}{kA} + \frac{B}{kA} \sqrt{1 - \frac{B^2}{k^2 A^2}} \right) \quad (12)$$

Ponieważ wzmocnieniem krytycznym nazywamy krotność, o jaką może wzrosnąć wzmocnienie w układzie otwartym bez zmiany przesunięcia fazowego, aby układ zamknięty pozostawał stabilnym, to można wyznaczyć je po przekształceniu (3) z zależności:

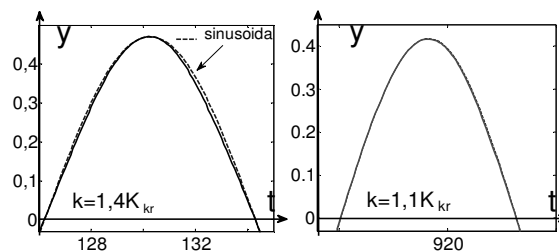
$$K_{kr} = \left| \frac{1}{G(j\omega_{kr})} \right| = |J(A)| \quad (13)$$

4.2. Dobór wzmocnienia układu otwartego

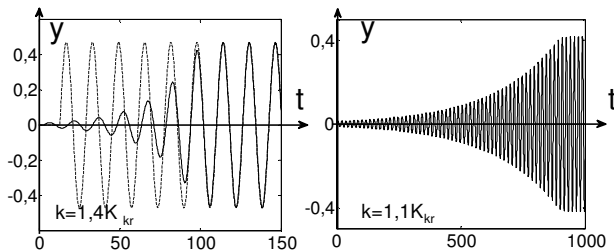
Aby z tym przekąźnikiem w układzie zamkniętym mogły być generowane drgania krytyczne, wzmocnienie k musi być co najmniej równe krytycznemu.

$$k = m \cdot K_{kr}, \quad m \geq 1 \quad (14)$$

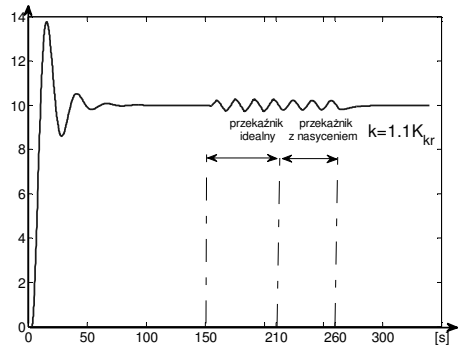
Jednak im większe będzie nachylenie zbocza charakterystyki przekąźnika, tym większe będą odchylenia sygnału od pierwszej harmonicznej a tym samym większy będzie błąd estymacji wzmocnienia krytycznego. Obrazują to rysunki 5a, 5b, na których przedstawiono odpowiedź obiektu o transmitancji z załączonego w rozdziale 5 przykładu, gdy ustawione wzmocnienie przekąźnika jest równe 1,4 oraz 1,1 wzmocnienia krytycznego. Dla mniejszej wartości nachylenia zbocza odpowiedź obiektu niemal pokrywa się z sinusoidą o amplitudzie i okresie pomierzonymi w trakcie trwania testu. Z drugiej strony przy mniejszym wzmocnieniu układu otwartego proces osiągnięcia stałej amplitudy oscylacji trwa dłużej, co ukazują rysunki 6a, 6b.



Rys. 5. Przebieg oscylacji w układzie a) $k = 1,4 K_{kr}$ b) $k = 1,1 K_{kr}$



Rys. 6. Przebiegi drgań przy a) $k=1,4 K_{kr}$ b) $k=1,1 K_{kr}$



Rys. 8. Przebieg wielkości regulowanej w trakcie dwuetapowej próby przekaźnikowej

4.3. Test identyfikacyjny

Do ustalenia nachylenia zbocza przekaźnika nieodzowne jest przeprowadzenie wstępnego oszacowania wartości wzmocnienia krytycznego. Można wykorzystać do tego celu idealny element dwupołożeniowy. Należy przy tym uwzględnić, że wyznaczona w ten sposób wartość wzmocnienia krytycznego K'_{kr} na ogół jest niedoszacowana i w związku z tym należy przyjąć, że współczynnik $m \geq 1.15$. Przy wykonywaniu pierwszego etapu testu nachylenie zbocza idealnego elementu dwupołożeniowego jest bardzo duże ($k \rightarrow \infty$), co pozwala na szybkie rozwinięcie drgań krytycznych. Dzięki temu czas trwania procesu identyfikacji tą metodą nie wydłuża się znacznie. Jej algorytm przedstawiony został na rysunku 7.

5. WYNIKI SYMULACJI

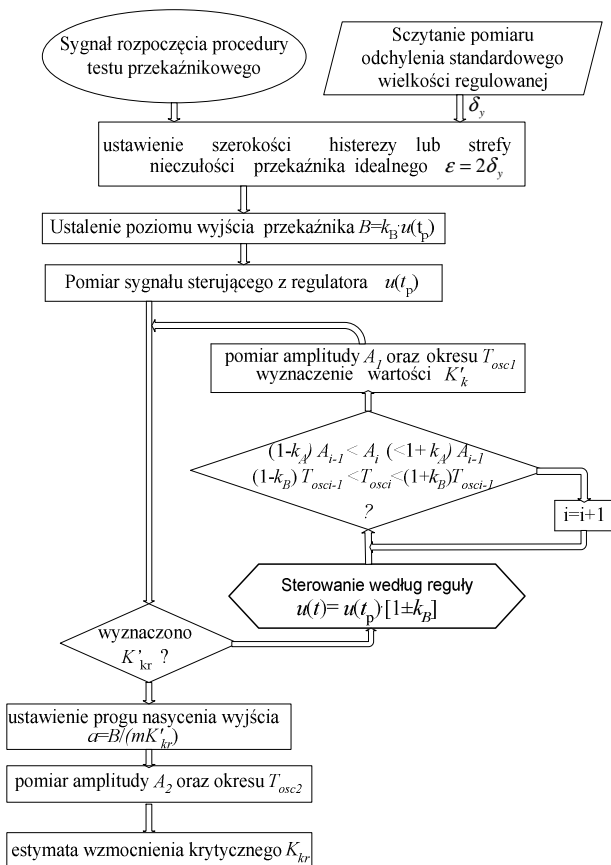
Symulacja pracy układu pomiaru parametrów cyklu granicznego przeprowadzona została w środowisku Matlab/Simulink.

5.1. Pomiary parametrów cyklu granicznego

Badany był układ zawierający obiekt, którego model Kupfmüllera wyznaczony był w [11]. Transmitancja tego obiektu jest równa:

$$G_{obl}(s) = \frac{2e^{-3s}}{(10s+1)(2s+1)} \quad (15)$$

Parametry stabilnego cyklu granicznego w układzie z tym obiektem są równe $\omega_{kr}=0,387815$, czyli $T_{osc}=16,2015$ oraz $K_{kr}=2,5341$. Eksperyment identyfikacyjny przeprowadzony z idealnym elementem dwupołożeniowym przy $B=1$ pozwolił na pomiar amplitudy wielkości regulowanej $A=0,5196$. Oznaczałoby to, że wzmocnienie krytyczne jest równe $K_{kr}=2,369$, co oznaczałoby błąd 6,39%. Przy zastosowaniu przekaźnika ze strefą nieczułości $\varepsilon=0,02$ pomierzono amplitudę drgań $A=0,5544$ oraz okres $T_{osc}=16,6$. Wówczas za przybliżoną wartość wzmocnienia krytycznego przyjęto $K'_{kr}=2,30$. Do drugiej części pomiarów ustalono współczynnik $m=1,15$, co pozwoliło w układzie podtrzymać oscylacje, z tym że ich amplituda zmniejszała się do wartości 0,424 a okres do 16,2 s. Na podstawie zależności (12) otrzymano nową estymatę wartości wzmocnienia krytycznego równą 2,5337, czyli obarczoną błędem równym 0,0158 %.



Rys.7. Algorytm metody umożliwiającej zwiększenie dokładności estymacji wzmocnienia krytycznego

Przebieg wielkości regulowanej podczas trwania próby przekaźnikowej pokazany został na rysunku 8.

Tab.1. Wpływ nachylenia zbocza na dokładność estymacji

lp	m	A	K_{kr}	uchyb [%]
1	1,11	0,4217	2,5339	0,0078
2	1,14	0,4310	2,5329	0,0473
3	1,16	0,4359	2,5321	0,0780
4	1,30	0,4592	2,5202	0,5485
5	1,50	0,4789	2,4966	1,4798

Im większy współczynnik m , tym mniejsza jest wartość progu nasycenia czyli parametru a . Przekaźnik będzie wówczas dłużej pracował w nasyceniu a błąd pomiaru zwiększy się. Dokładność tej metody porównano z metodą Tana [14] badając ten sam obiekt, który testowany był przez jej autorów. Wzmocnienie części proporcjonalnej przyjęto $k_p=0,3$. Transmitancja badanego obiektu była równa:

$$G_{ob2}(s) = \frac{(s+0,2)e^{-0,5s}}{(s+1)^2}$$

Tab. 2. Porównanie dokładności estymowanych parametrów cyklu granicznego przy użyciu różnych typów przekaźnika $\omega_{kr}=4,01785$ s, $K_{kr}=4,26$

przekaźnik	współ k, m	ω_{osc}	$\Delta \omega_{kr}$ [%]	A	K_{kr}	ΔK_{kr} [%]
idealny	-	4.16	3.54	0.3343	3.81	10.6
idealny+P	0.30	4.07	3.04	0.3494	4.07	4.46
nasycenie	1.15	4.02	0.05	0.2619	4.31	1.18

5.2. Wpływ dokładności pomiarów na jakość modeli

Wpływ dokładności estymacji parametrów cyklu granicznego na odwzorowanie właściwości obiektu przez model badany był na przykładzie modeli, które odwzorowują obiekty o tej samej transmitancji. Otrzymane wyniki dla $G_{ob1}(s)=3e^{-T_o s}/(10s+1)$ zawarte zostały w tabeli 3. Wyjście z przekaźników $B=1$, szerokość histerezy $\varepsilon=0,05$, współczynnik $m=1,4$. Pulsacja krytyczna wynosi $\omega_{kr}=0,8443414$, natomiast wzmocnienie krytyczne $K_{kr}=2,834142$. Parametry modelu $G_m(s)=k_m e^{-T_o s}/(T_m s+1)$ wyznaczono na podstawie następujących zależności:

$$k_m = \Delta y_{ust} / \Delta u \quad (16)$$

$$T_{m1} = \frac{T_{osc}}{2\pi} \cdot \sqrt{K_{kr}^2 \cdot K^2 - 1} \quad (17)$$

$$T_o = \frac{T_{osc}}{2\pi} \cdot (\pi - \arctg \frac{2\pi \cdot T}{T_{osc}}) \quad (18)$$

Tab. 3. Parametry modelu I-ego rzędu uzyskane na podstawie testów z zastosowaniem różnego typu przekaźników

Typ przek.	A	T_{osc}	K_{kr}	k_m	T_{m2}	T_o
ideal	0.5435	7.326	2.3427	2.99	8.09	2.00
z hist	0.5843	7.894	2.1871	2.99	8.12	2.17
nasyc	0.3887	7.423	2.8328	2.99	9.94	2.00

Dla obiektu II-ego rzędu o transmitancji $G_{ob2}(s) = 1e^{-s}/(8s+1)^2$ otrzymano wyniki pomiarów, które zawarte zostały w tabeli 4. Pulsacja krytyczna wynosi $\omega_{kr}=0,49485$ rad/s, natomiast wzmocnienie krytyczne $K_{kr}=16,671$. Własności takiego obiektu najlepiej oddaje model o transmitancji $G_{m2}(s)=k_m e^{-T_o s}/(T_{m2}s+1)^2$. Jego parametry wyznaczono na podstawie następujących wzorów:

$$T_2 = \frac{T_{osc}}{2\pi} \sqrt{K \cdot K_{kr} - 1} \quad T_{o2} = \frac{1}{\omega} (\pi - 2 \arctg \omega T_2) \quad (19)$$

Tab. 4. Parametry modelu II-ego rzędu uzyskane na podstawie testów z zastosowaniem różnego typu przekaźników

Typ przek	A	T_{osc}	K_{kr}	k_m	T_{m2}	T_o
ideal	0.08223	13.27	15.48	0.99	7.99	1.05
z hist	0.11630	15.93	12.138	0.99	8.42	1.20
nasyc	0.06498	12.76	16.638	0.99	7.99	1.01

Obiekt астатyczny z inercją II-ego rzędu ma transmitancję $G_{ob}(s)=e^{-s}/s(4s+1)^2$. Do wyznaczenia jego modelu o transmitancji $G_m(s)=k_m e^{-T_o s}/s(Ts+1)^2$ wykorzystano następujące zależności [4]:

$$T_i = \frac{T_{osc}}{2\pi} \sqrt{\frac{K \cdot K_{kr} T_{osc}}{2\pi} - 1} \quad (20)$$

$$T_{oi} = \frac{T_{osc}}{2\pi} [\pi/2 - \arctg \frac{2\pi T_2}{T_{osc}} - \arctg \frac{\varepsilon}{\sqrt{A^2 - \varepsilon^2}}] \quad (21)$$

Po przeprowadzeniu pomiarów podczas testu identyfikacyjnego i rozwiązaniu tego układu równań otrzymano wyniki, które zawarte zostały w tabeli 5. Pomiar pozwolił ustalić, że $k_m=1,0$

Tab. 5. Parametry modelu астатycznego uzyskane na podstawie testu z zastosowaniem różnego typu przekaźników

Typ przekaźnika	T_{osc1}	A	T	T_o
idealny	31.64	3.9225	4.01	0.90
z histerezą	32.04	4.0154	4.01	0.89
nasycenie	30.91	3.3626	4.00	1.01

Do wyznaczenia modelu obiektu II-ego rzędu o transmitancji (15) posłużono się metodą opisaną w [11] przy zastosowaniu zależności:

$$T_1 + T_2 = \frac{tg(\varphi_1) \cdot tg(\varphi_2 - 0.5\pi) \cdot (\omega_1^2 - \omega_2^2)}{\omega_1 \omega_2 \cdot [tg(\varphi_2 - 0.5\pi)\omega_2 - tg(\varphi_1)\omega_1]} \quad (22)$$

$$T_1 T_2 = \frac{tg(\varphi_2 - 0.5\pi) \cdot \omega_1 - tg(\varphi_1) \cdot \omega_2}{\omega_1 \omega_2 \cdot [tg(\varphi_2 - 0.5\pi)\omega_2 - tg(\varphi_1)\omega_1]} \quad (24)$$

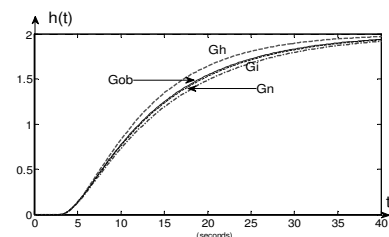
$$T_{1,2} = 0.5 \cdot [T_1 + T_2 \pm \sqrt{(T_1 + T_2)^2 - 4T_1 T_2}] \quad (25)$$

w których φ_1, φ_2 oznaczają opóźnienia fazowe, jakie przy uzyskanej pulsacji krytycznej $\omega_{kr1}, \omega_{kr2}$ wprowadza do układu otwartego człon opóźniający o stałej czasowej T_o . Po przeprowadzeniu pomiarów podczas testu identyfikacyjnego i rozwiązaniu tego układu równań otrzymano wyniki, które zawarte zostały w tabeli 6. Pomiar pozwolił ustalić, że $k_m=2,0$, $T_o=3,01$ s.

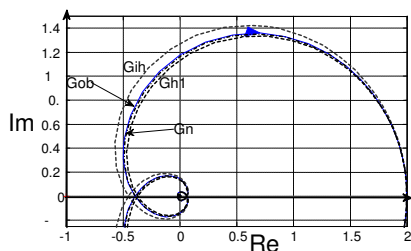
Tab. 6. Parametry modelu Kupfmüllera uzyskane na podstawie testów z zastosowaniem różnego typu przekaźników

Typ przekaźnika	T_{osc1}	T_{osc2}	T_1	T_2	ΔT_1 [%]	ΔT_2 [%]
idealny	16.22	49.44	1.91	10.95	4.7	9.5
z histerezą	17.20	49.90	2.53	8.12	26.5	18.8
nasycenie	16.20	48.20	1.96	9.94	2	0.6

Dla porównania otrzymanych modeli, które wyznaczone zostały na podstawie danych uzyskanych przy wykorzystaniu różnych przekaźników oznaczonych odpowiednio jako G_i, G_h i G_n , sporządzone zostały charakterystyki skokowe, które przedstawia rysunek 9. W jakim stopniu modele te oddają własności obiektu w całym obszarze zmian pulsacji, ukazują charakterystyki Nyquista zamieszczone na rysunku 9.



Rys. 9. Charakterystyki skokowe obiektu G_{ob} i modeli G_i, G_h i G_n o parametrach z tabeli 6



Rys. 10. Charakterystyki Nyquista obiektu G_{ob} oraz modeli G_i , G_h i G_n o parametrach z tabeli 6

6. PODSUMOWANIE

Dzięki zmodyfikowaniu metody bazującej na przekaźniku idealnym polegającym na kontrolowanym zmniejszeniu nachylenia zbocza przekaźnika można uzyskać dość dokładne wyznaczenie parametrów cyklu granicznego. Poprawa dokładności liczona względem przekaźnika idealnego wynosi kilka procent. Na ogół jest jednak większa, gdyż przekaźnik ten, aby móc pomierzyć stały okres oscylacji musi zawierać histerezę lub strefę nieczułości. W przypadku identyfikacji modelu tej samej klasy co obiekt możliwe jest dokładne odzwierciedlenie jego własności. Dokładniejsza metoda identyfikacji parametrów cyklu granicznego prowadzi do poprawy jakości modelu, co ujawnia się szczególnie tam, gdzie błędy estymacji wzmacnienia krytycznego i pulsacji drgań krytycznych nie kompensują się wzajemnie, jak ma to na przykład miejsce przy określaniu modelu inercji II-ego rzędu z biegunem podwójnym. Wyniki badań pokazały, jakie możliwości stwarza poszerzenie próby przekaźnikowej o dodatkowy etap pomiarów. Jednak rzeczywista poprawa jakości uzyskiwanych modeli zależeć będzie od dokładności pomiarów i sposobu ich wyznaczania. Zastosowanie tej metody może być uzasadnione szczególnie w tych układach regulacji, które w swej strukturze wykorzystują modele obiektu, wrażliwe na błędy pomiarowe, jak np. model Kupfmüllera.

7. BIBLIOGRAFIA

1. Åström K. J., Hägglund T.: Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins. *Automatica* 20, s. 645

2. Luyben W. J.: PID autotuning algorithm based on relay feedback, 1987
3. Lee J., Lee S. D., Kwon Y. S., Park S.: Relay Feedback method for tuning of nonlinear pH control systems. *A.J.Ch.E. Journal* 39
4. Vitečková M., Viteček A.: Plant identification by relay method, *Engineering the Future*, 2010, s. 241-255, 2010
5. Bi, Wang, Hang Process frequency response estimation from relay feedback, *Control Eng. Practice*, Vol.5 No.9, 1997, s. 1293-1302
6. Ramakrishnan V., Chidambaram M.: Estimation of a SOPTD transfer function model using a single asymmetrical relay feedback test, *Computers & Chemical Engineering* 27, 2003, s. 1779-1784
7. Kim Y. H.: PI controller tuning using modified relay feedback method. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 28 1995, s.118
8. Li W., Eskinat E., Luyben W. L.: An improved autotune identification method, *Ind. Engineering Chemistry Research* 32, 1991, s. 90-94
9. Tan K. K., Lee T. H., Wang Q. G.: Enhanced automatic tuning procedure for process control of PI/PID controllers. *A.J.Ch.E Journal* 42 1996, s. 2555
10. Sung S. W., Park J., Lee I.: Modified relay feedback method, *Industrial and Engineering Chemistry Research* 34, 1995, s. 4133
11. Kula K. S.: Wykorzystanie metody przekaźnikowej do sformułowania modelu Kupfmüllera. Aktualne problemy automatyki i robotyki, 2014, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, s. 168-175
12. Moeini A., Atherton D. P.: Exact determination of the limit cycles in relay control systems with additional nonlinearities in the feedback loops
13. Kim J. S., Byeon J., Sung S. W., Lee J., Ryoo W., Edgar T. F.: Multiply switching relays for the estimation of ultimate data, *International Journal of Control, Automation and Systems* 9 (2), 2011, s. 294-300
14. Tan K. K., Lee T. H., Huang S. K.Y., Ferdous R.: Improved critical point estimation using a preload relay. *Journal of Process Control* 16, 2006, s. 445-455
15. Majhi S., Atherton D. P.: A new Smith predictor and controller for unstable and integrating processes with time delay. *Proceedings of the IEEE conference on control and decision*, Tampa, 1998, s. 1341-1345
16. Sung S. W., Lee I.: An improved algorithm for automatic tuning of PID controllers, *Chemical Engineering Science* 55 2000, s. 1883-1891

IMPROVEMENT OF MODEL ACCURACY CONSTRUCTED USING RELAY METHOD

The paper presents a simple and useful method that shows how to determine parameters of the ultimate cycle. The method allows to improve estimation of the parameters of the ultimate cycle by a dozen or so percent. It is achieved by reducing a slope of relay characteristic to ca. 1,15-1,45 of the ultimate gain. As a result the main harmonic is more dominant than the remaining harmonics of the Fourier series and allows the estimation of the parameters of the ultimate cycle to be improved as well. Thanks them the models of control processes that are created using the relay method can be more accurate what is particularly important in model-based control systems. The supervisory system for carrying out an identification experiment was developed using Matlab / Simulink software. The results of simulations show that better estimations of ultimate point are particularly important in models sensitive to their deviations, such as the SOPDT model.

Key-words: Identification algorithms, Limit cycles, Relays, Second-Order Systems.