

канд. техн. наук **В.Г. АГЕЕВ/ V.G. AGEYEV**<sup>1</sup>

канд. техн. наук **И.Ф. МАРИЙЧУК /I. Ph. MARIYCHUK**<sup>2</sup>

Принята/Accepted: 19.07.2013; Рецензирована/Reviewed: 09.09.2013; Опубликована/Published: 30.09.2013

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ШАХТНОЙ ВЗРЫВОУСТОЙЧИВОЙ ПЕРЕМЫЧКИ<sup>3</sup>**

### **The Mathematical Modelling of the Stress State of the Explosion-stable Mine Stopping**

#### **Содержание**

**Цель:** Определение основной технической характеристики шахтной взрывоустойчивой перемычки с проемными трубами - толщины в зависимости от механических характеристик материала, площади сечения и глубины расположения выработки и внешних нагрузок.

**Методы:** Теоретический метод исследований напряженно-деформированного состояния шахтной взрывоустойчивой перемычки, возводимой горноспасателями из гипса, с использованием одного из основных численных методов решения краевых задач теории упругости – вариационного.

**Результаты:** Разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния шахтной взрывоустойчивой перемычки с проемными трубами, представленной в виде толстой пластины с радиусом кривизны, меняющимся по параболической зависимости, под действием нормальной и сжимающей нагрузок, а три ее края жестко закреплены, четвертый – свободный; получены распределения напряжений в перемычке по относительным координатам в зависимости от ее толщины, механических характеристик гипса, действующих нагрузок, площади сечения и глубины расположения выработки; прочность перемычки с одной проемной трубой радиусом 0,8 м обеспечена в выработке с площадью сечения 4...30 м<sup>2</sup>, а с двумя такими трубами – с площадью 8 м<sup>2</sup>; значения толщин перемычек, полученные при использовании разработанной математической модели, в среднем на 14% меньше, чем приведенные в нормативных документах.

**Выводы:** Разработанная математическая модель напряженно-деформированного состояния шахтной взрывоустойчивой перемычки позволила научно обосновать ее основную техническую характеристику – толщину в зависимости от механических характеристик материала, условий нагружения, площади сечения и глубины расположения выработки, что обеспечит безопасную работу горноспасателей и снижение затрат при возведении перемычек в результате ликвидации аварий при взрывах в угольных шахтах.

#### **Summary**

**Objective:** Determination of the principal technical characteristic of the explosion-stable mine stopping with embrasure pipes, i.e. thickness, depending on mechanical characteristics of the material, cross-sectional area and disposition depth of a mine working and external loads.

**Methods:** The theoretical method of investigation of the stress state of the explosion-stable mine stopping being erected by the mine rescuers from gypsum with the use of one of the basic numerical methods of the solution of the boundary problems of the elasticity theory, i.e. the variation method, is applied.

**Results:** The mathematical model of the deflected mode of the explosion-stable mine stopping with embrasure pipes represented in the form of a thick plate with a radius of curvature changing according to the parabolic dependence under

<sup>1</sup> Научно-исследовательский институт горноспасательного дела и пожарной безопасности „Респиратор”; Адрес: Украина, Донецк, ул. Артема, 157; электронная почта: niigd@ukrpost.ua / The “Respirator” Scientific Research Institute of Mine-Rescue Work and Fire Safety; address: Ukraine, Donetsk, Artem, 157; e-mail address: niigd@ukrpost.ua;

<sup>2</sup> Донецкий государственный технический университет; Адрес: Украина, 83001, Донецк, Артема, 58; электронная почта: info@donntu.edu.ua / Donetsk National Technical University; address: Ukraine, 83001, Donetsk, Artema, 58; e-mail address: info@donntu.edu.ua;

<sup>3</sup> Авторы внесли одинаковый вклад в статью / The authors contributed equally to this work;

the influence of the normal and pressure load, and its three edges are fixed and the fourth one is free, is worked out; the distributions of the tensions in the stopping according to the relative coordinates depending on its thickness, mechanical characteristics of gypsum, acting loads, cross-section area and disposition depth of the mine working are received; the strength of the stopping with one embrasure pipe of 0.8 m radius is ensured in the mine working with the cross-section area from 4...30 m<sup>2</sup> and with such two tubes - in the mine working with the cross-section area of 8 m<sup>2</sup>; the values of the stopping thicknesses received by the use of the mathematical model worked out are by 14 per cent lower on average than the values adduced in normative documents.

**Conclusions:** The mathematical model of the deflected mode of the explosion-stable mine stopping worked out allowed the scientific substantiation of its principal technical characteristic, i.e. thickness, depending on mechanical characteristics of the material, loading conditions, cross-section area and disposition depth of the mine working, what will guarantee the safe operation of the mine rescuers and cost reduction by erection of the stoppings as a result of accident elimination by the explosions in the coal mines.

**Ключевые слова:** горная выработка, взрыв, перемычка, толщина, проемные трубы, гипс, механические характеристики, вариационный метод, напряжения, математическая модель;

**Key words:** mine working, explosion, stopping, thickness, embrasure pipes, gypsum, mechanical characteristics, variation method, tensions, mathematical model;

**Вид статьи:** оригинальная научная работа;

**Type of article:** original scientific article;

## 1. Введение

За последние 10 лет в Украине горноспасатели возвели в среднем в год 26 перемычек, наиболее сложными из которых являются взрывоустойчивые перемычки с проемными трубами, предназначенные для вентиляции пожарного участка горной выработки. В практике при сооружении или закрытия изоляционных перемычек были случаи разрушительных взрывов метана и других горных газов, в результате чего пострадали горноспасатели.

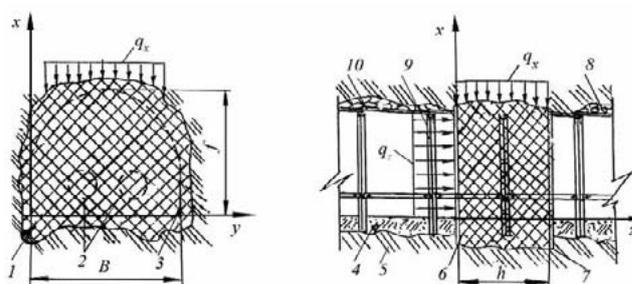
В нормативных документах [1, 2] приведены значения толщины взрывоустойчивой перемычки (далее – перемычки) в зависимости от толщины сечения горной выработки и предельных значений напряжений на сжатие строительного и высокопрочного гипса научно не обоснованы, так как получены на основании данных экспериментальных исследований для перемычки круглой формы и без проемных труб.

В работе [3] приведена математическая модель напряженно-деформированного состояния монолитной перемычки, которая не учитывает влияние проемных труб, а также не приведены результаты исследований.

## 2. Методы

Рассмотрим наиболее обобщенную расчетную схему перемычки с проемными трубами в виде толстой пластины (плиты) с радиусом кривизны, меняющимся по параболической зависимости, с защемленными краями по основному контуру и свободным краем в верхней части под действием нормальной нагрузки  $q_x$  от воздушной ударной волны и сжимающей –  $q_x$  от разрушенных горных пород, а также, в частности, с защемленными краями при  $q_x = 0$ . Начало ко-

ординат расположим в нижнем левом углу перемычки (рис. 1).



**Рис. 1.** Расчетная схема взрывоустойчивой перемычки: 1 – наливная гипсовая перемычка; 2 – проемная труба; 3 – контур крепи в свету; 4 – подсыпка почвы выработки; 5 – монолитная порода; 6 – опалубка; 7 – контур вруба в зоне перемычки; 8 – закладка породой; 9 – металлическая арочная крепь; 10 – затяжка

**Fig. 1.** Design model of the explosion-stable stopping: 1 – bulk gypsum stopping, 2 – embrasure pipe, 3 – clear contour of the stopping, 4 – addition of the soil of the mine working, 5 – monolithic rock, 6 – sheathing, 7 – cut contour in the zone of the stopping, 8 – filling by rock, 9 – metallic arched support, 10 – lacing

Представим полные компоненты напряжений  $\sigma$  и  $\tau$ , МПа, в виде суммы напряжений (без указания нижних индексов)

$$\sigma = \sigma^c + \sigma^o ; \tau = \tau^c + \tau^o \quad (1)$$

где индекс «с» относится к монолитной перемычке, «о» – к перемычке с отверстиями.

Используя прием, состоящий в представлении полного прогиба пластины  $w$  в виде суммы двух составляющих – за счет изгиба  $w_0$  и сдвига  $w_1$  [4], а также основные соотношения для де-

формаций, параметров кривизны, поперечных сил, изгибающих и крутящего момента, вариация полной энергии деформированной пластины примет вид [3]

$$\delta \Delta = \delta \int \left[ \frac{1}{2} L_1(w_0, w_1) + \frac{1}{2} h L_2(w) + \frac{1}{2} L_3(\Phi) + \frac{1}{R} L(w_0, \Phi) + \left( \frac{U^*}{R} - q_z \right) w_0 \right] ds \quad (2)$$

Здесь введены следующие обозначения

$$\left. \begin{aligned} L_1(w_0, w_1) &= D_{11}[(w_0)''_{xx} + (w_1)''_{xx}]^2 + 2D_{12}[(w_0)''_{xx} + (w_1)''_{xx}][(w_0)''_{yy} + (w_1)''_{yy}] + \\ &+ D_{22}[(w_0)''_{yy} + (w_1)''_{yy}]^2 + 4D_{66}[(w_0)''_{xy} + (w_1)''_{xy}]^2; \\ L_2(w) &= G_{12}[(w_1)'_x]^2 + G_{22}[(w_1)'_y]^2; \\ L_3(\Phi) &= A_{11}(\Phi''_{xx} + U^*)^2 + 2A_{12}\Phi''_{yy}(\Phi''_{xx} + U^*) + A_{22}(\Phi''_{yy})^2 + A_{12}^*(\Phi''_{xy})^2; \\ L(w_0, \Phi) &= -(w_0)'_x \Phi'_x, \end{aligned} \right\} (3)$$

где  $D_{11}, \dots, D_{66}$  – жесткости на изгиб и кручение пластины, МПа·м<sup>3</sup>;  $A_{11}, \dots, A_{12}^*$  – упругие параметры пластины, МПа·м;  $\Phi$  – функция усилий;  $U^*$  – потенциал нагрузки  $q_z$ .

Неизвестные функции  $w_0(x, y), w_1(x, y), \Phi(x, y)$  представим в виде

$$w_0 = \sum_{j=1}^n a_j f_j(x) g_j(y) \quad (5)$$

$$w_1 = \sum_{j=1}^n c_j u_j(x) v_j(y) \quad (6)$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^m b_i p_i(x) q_i(y) \quad (7)$$

где  $a_j, b_j, c_j$  – неопределенные параметры;  $f_j, \dots, g_j$  – известные координатные функции.

Вводя безразмерные величины и константы по формулам

$$\left. \begin{aligned} x &= f\bar{x}; y = B\bar{y}; z = h\bar{z}; t = \frac{f}{B}; s = \frac{h}{B}; w_0 = f\bar{w}_0; w_1 = f\bar{w}_1; U^* = U_0\bar{U}^*; \\ q_z &= q_0\bar{q}_z; q_x = q_{0x}\bar{q}_x; \Phi = Eh f^2 \bar{\Phi}; d_1 = \frac{D_{12}}{D_{11}}; h_1 = \frac{hf^2 G}{D_{11}}; h_2 = Eh; \\ r_0 &= \frac{q_0 \bar{q}_z \frac{U_0 \bar{U}^*}{R}}{D_{11}} f^3; r_1 = \frac{h_2 t^2 f^2}{R D_{11}}; r_2 = \frac{f}{R}; R = \frac{B}{8t} [1 + 16t^2(1 - \bar{x})]^{\frac{5}{2}}, \end{aligned} \right\} (8)$$

получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_j \iint \sum_{r=1}^{10} F_r G_r ds &= \iint r_0 f_i g_i ds + \sum_{i=1}^m b_i \iint r_1 f_i' g_i p_i' q_i ds; \\ \sum_{j=1}^n (c_j \iint \sum_{r=1}^7 U_r V_r ds + a_j \iint \sum_{r=1}^5 Y_r Z_r ds) &= 0; \\ \sum_{i=1}^m b_i \iint \sum_{r=1}^7 P_r Q_r ds &= \sum_{j=1}^n a_j \iint r_2 p_k q_k f_j' g_j ds, \end{aligned} \right. \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} F_1 &= f_i' f_j''; F_2 = f_i'' u_j'; F_3 = f_i' f_j'; F_4 = f_i' u_j'; F_5 = f_i f_j''; F_6 = f_i u_j'; \\ F_7 &= f_i f_j'; F_8 = f_i u_j'; F_9 = f_i' f_j'; F_{10} = f_i' u_j'; \\ G_1 &= g_i g_j; G_2 = g_i v_j; G_3 = t^2 g_i g_j'; G_4 = t^2 v g_i v_j'; G_5 = t^2 v g_i' g_j; G_6 = t^2 v g_i' v_j; \\ G_7 &= t^4 g_i'' g_j'; G_8 = t^4 g_i' g_j' v_j'; G_9 = 4t^2 d_1 g_i' g_j'; G_{10} = 4t^2 d_1 g_i' v_j'; \\ U_1 &= u_i' u_j'; U_2 = u_i' u_j; U_3 = u_i u_j'; U_4 = u_i u_j; U_5 = u_i' u_j'; U_6 = u_i' u_j; U_7 = u_i u_j; \\ Y_1 &= u_i' f_j''; Y_2 = u_i' f_j'; Y_3 = u_i f_j'; Y_4 = u_i f_j; Y_5 = u_i' f_j'; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_1 &= v_i v_j; V_2 = t^2 v v_i v_j'; V_3 = t^2 v v_i' v_j; V_4 = t^4 v_i' v_j'; V_5 = 4t^2 d_1 v_i' v_j'; \\ V_6 &= h_1 v_i v_j; V_7 = h_1 v_i' v_j'; \\ Z_1 &= v_i g_j; Z_2 = t^2 v v_i g_j'; Z_3 = t^2 v v_i' g_j; Z_4 = t^4 v_i' g_j'; Z_5 = 4t^2 d_1 v_i' g_j'; \\ P_1 &= p_k' p_i'; P_2 = p_k p_i'; P_3 = p_k' p_i; P_4 = p_k p_i; P_5 = p_k' p_i'; P_6 = p_k \bar{U}^*; P_7 = p_k'' \bar{U}^*; \\ Q_1 &= q_k q_i; Q_2 = -t^2 v q_k' q_i; Q_3 = -t^2 v q_k q_i'; Q_4 = t^4 q_k' q_i'; \\ Q_5 &= \frac{1}{2(1+\nu)} t^2 q_k' q_i'; Q_6 = -t^2 v \frac{U_0}{h_2} q_k' q_i'; Q_7 = \frac{U_0}{h_2} q_k. \end{aligned} \quad (10)$$

Интегралы в уравнениях (10) вычисляются в пределах  $0 \leq \bar{x} \leq 4\bar{y}(1 - \bar{y})$ ;  $0 \leq \bar{y} \leq 1$ , а штрихами обозначены краткие производные.

Выражения для напряжений имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^z &= E \sum_{i=1}^n b_i p_i' q_i + \frac{1}{h} U_0 \bar{U}^* - \frac{Eh}{12} \bar{z} \sum_{j=1}^n [a_j f_j'' g_j + c_j u_j' v_j + t^2 v (a_j f_j g_j' + c_j u_j v_j')]; \\ \sigma_y^z &= \frac{E}{4} \sum_{i=1}^n b_i p_i q_i' - \frac{Eh}{12} \bar{z} \sum_{j=1}^n [v (a_j f_j' g_j + c_j u_j' v_j) + t^2 (a_j f_j g_j' + c_j u_j v_j')]; \\ \tau_{xy}^z &= -tE \sum_{i=1}^n b_i p_i' q_i' - 2s \bar{z} G \sum_{j=1}^n (a_j f_j' g_j' + c_j u_j' v_j'), \quad \left( -\frac{1}{2} \leq \bar{z} \leq \frac{1}{2} \right); \\ \tau_{xz}^z &= G \sum_{j=1}^n c_j u_j' v_j; \\ \tau_{yz}^z &= tG \sum_{j=1}^n c_j u_j v_j', \end{aligned} \right\} (11)$$

где  $E, \nu$  – модуль упругости, МПа и коэффициент Пуассона материала переемычки.

Напряжениями  $\sigma_z$  пренебрегаем в виду их малости при  $\varepsilon_z = 0$ .

Нагрузку на переемычку от разрушенных горных пород представим в виде:

$$q_{0x} = \frac{2}{3} \gamma \left[ 1 - \frac{\pi}{4} + 5,7 \left( \frac{\gamma H}{\sigma_{сж}} - 0,21 \right) \right]; \bar{q}_x = R_n \quad (12)$$

где  $\gamma$  – удельный вес пород ( $\gamma = 0,025 \frac{MH}{m^3}$ );  $\sigma_{сж}$  – напряжение на сжатие пород ( $\sigma_{сж} = 30$  МПа);  $H$  – глубина расположения выработки, м.

Выражение для потенциала внешней нагрузки имеет вид

$$\begin{aligned} U^* &= \frac{q_{x0} b}{320 t^5} (1 + 16t^2(1 - \bar{x}))^{\frac{5}{2}}; \\ U_0 &= \frac{q_{x0} b}{320 t^5}; \bar{U}^* = (1 + 16t^2(1 - \bar{x}))^{\frac{5}{2}}. \end{aligned} \quad (13)$$

В качестве координатной системы можно выбрать функции, удовлетворяющие геометрическим граничным условиям (относительно функции и ее производной) по методу Ритца или всем условиям – Бубнову-Галеркину [5]. В данном случае примем координатные функции в виде степенных рядов, точно удовлетворяющие условиям на контуре, где в зависимостях (5)-(7)  $j = 1$ .

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= (x^4 - 4x^3 + 6x^2)/24; g_1 = (x^4 - 4x^3 + 6x^2)/24; u_1 = (x^2 - 2x)/2; \\ v_1 &= (y^2 - y)/2; p_1 = (x^4 - 4x + 3)/24; q_1 = (y^2 - y + 1)/2. \end{aligned} \right\} (14)$$

Для определения компонент напряжений с учетом проемных труб используем зависимости [6]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^0 + \sigma_y^0 &= 4\text{Re}\varphi'(z); \\ \sigma_y^0 - \sigma_x^0 + 2i\tau_{xy}^0 &= 2[(\bar{z}_1 - z_1)\varphi''(z_1) - \varphi'(z_1) + \chi'(z_1)], \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где  $z_1 = x_1 + iy_1$  – комплексная переменная, а  $x_1$  и  $y_1$  – координаты срединной поверхности перемычки.

Искомые комплексные потенциалы  $\varphi(z)$  и  $\chi(z)$  представим в виде

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= \sum_{k=1}^m A_k R_k(z); \quad \chi(z) = \sum_{k=1}^{m+2} B_k R_k(z); \\ R_k(z) &= \frac{1}{(z-l)^k} + \frac{(-1)^{(k+1)}}{(z+l)^k} \end{aligned} \quad (16)$$

Коэффициенты  $A_k, B_k$  зависят от граничных условий на контуре правого отверстия:

$$\varphi(t) - (t - \bar{t})\overline{\varphi^1(t)} - \overline{\chi(t)} = f(t, \bar{t}) \quad (17)$$

где  $\varkappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ ;  $t$  – аффикс точки на контуре;

$f(t, \bar{t})$  – известная функция, моделирующая загрузку на контуре, которую представим в виде

$$f(t, \bar{t}) = \frac{p-q}{2}\bar{t} - \frac{p+q}{2}t \quad (18)$$

Здесь величины  $p$  и  $q$  представляют собой осредненные значения напряжений на контуре  $X_n^c$  и  $Y_n^c$ , т.е.

$$p = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X_n^c ds; \quad q = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Y_n^c ds \quad (19)$$

где

$$\left. \begin{aligned} X_n^c &= \sigma_x^c \cos(nx) + \tau_{xy}^c \cos(ny); \\ Y_n^c &= \tau_{xy}^c \cos(nx) + \sigma_y^c \cos(ny); \\ \cos(nx) &= \frac{dy}{ds}; \quad \cos(ny) = \frac{dx}{ds}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Представление комплексных потенциалов в виде (16) позволяет удовлетворить граничному условию на контуре левого отверстия автоматически.

Поставленная задача будет решена, если определены коэффициенты  $A_k$  и  $B_k$ , для чего воспользуемся методом малого параметра [7].

Тогда в первом приближении ( $m = 1$ ) эти коэффициенты определяем из системы алгебраических уравнений

$$\left. \begin{aligned} A_1(1 + 2\varepsilon^2 - 8\varepsilon^4 - 3\varepsilon^8) &= \frac{p-q}{2} - \varepsilon^2 \frac{p+q}{2}; \\ B_1 &= -\frac{p+q}{2} - \alpha_1(1 - 2\varepsilon^2); \quad B_2 = -\alpha_1\varepsilon^2; \quad B_3 = \alpha_1(1 + \varepsilon^4). \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

При  $m = 2$

$$\left. \begin{aligned} A_1(1 + 2\varepsilon^2 - 8\varepsilon^4 - 2\varepsilon^6 - 3\varepsilon^8 - 4\varepsilon^{10}) + A_2(-6\varepsilon^2 + 24\varepsilon^4 + 6\varepsilon^6 + 12\varepsilon^8 + 20\varepsilon^{10}) &= \frac{p-q}{2} - \varepsilon^2 \frac{p+q}{2}; \\ A_1(-3\varepsilon^3 + 12\varepsilon^5 + 3\varepsilon^7 + 6\varepsilon^9 + 10\varepsilon^{11}) + A_2(1 + 12\varepsilon^4 - 44\varepsilon^6 - 9\varepsilon^8 - 24\varepsilon^{10} - 50\varepsilon^{12}) &= \varepsilon^2 \frac{p+q}{2}; \\ B_1 &= \alpha_1(1 - 2\varepsilon^2) - 4\alpha_2\varepsilon^3 - \frac{p+q}{2}; \quad B_2 = -\alpha_1\varepsilon^3 - \alpha_2(2 - 3\varepsilon^4); \\ B_3 &= \alpha_1(1 + \varepsilon^4) - 4\alpha_2\varepsilon^5; \quad B_4 = -\alpha_1\varepsilon^5 - \alpha_2(2 + 5\varepsilon^6). \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

После определения постоянных коэффициентов  $A_k, B_k$  на основании формул (20), (21) известными являются комплексные потенциалы  $\varphi(z), \chi(z)$  (16). Компоненты напряжений, учитывающие влияние проемных труб, определяют из соотношений (15), а полные – из (1).

В качестве максимальной нагрузки  $q_z$  принимаем ее значение, равное 2,8 МПа [8].

Программа позволяет выносить на печать распределение напряжений в относительных координатах (0, 1) в плоском и двухмерном изображениях.

В качестве условия прочности используем первую и вторую теории [9], согласно которым максимальные нормальные и касательные напряжения не должны превышать соответствующие предельные их значения для материала перемычки, выполненной из различных марок гипсов.

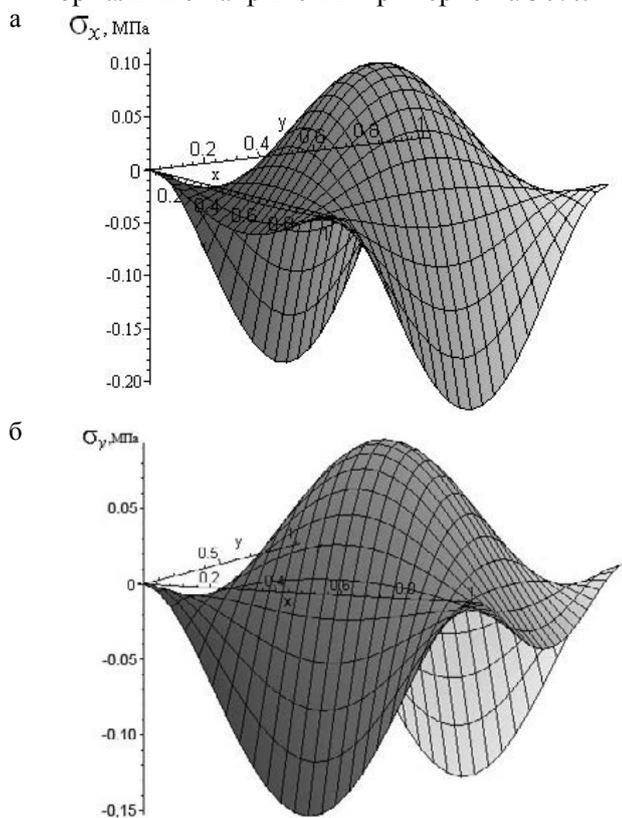
В конечном счете, определим основную техническую характеристику перемычки – толщину в зависимости от диапазона изменения механических характеристик гипса, сечения выработки с учетом ее максимальной глубины расположения в виде аналогичной таблицы, которая приведена в нормативных документах.

### 3. Результаты

На основании разработанных алгоритма и составленной программы сначала провели исследования напряженного состояния перемычки, которая прошла испытания в штольне Карагайлы (Казахстан) со следующими данными:  $S = 4 \text{ м}^2$ ;  $q_z = 1,36 \text{ МПа}$ ;  $h = 0,55 \text{ м}$ ;  $R_0 = 0,6 \text{ м}$ ;  $E = 2,77 \cdot 10^3 \text{ МПа}$ ;  $\nu = 0,22$ ;  $\sigma_{\text{ПСЖ}} = 3,0 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_{\text{ПР}} = 1,5 \text{ МПа}$ ;  $\tau_{\text{П}} = 0,72 \text{ МПа}$ , т.е. для наихудших условий испытаний по нагрузке и толщине перемычки, а также

механическим характеристикам (минимальным) для строительного гипса.

Распределения максимальных нормальных напряжений  $\sigma_x$  в этой перемычке в относительных координатах при вышеуказанных исходных данных, а также радиусе проемных труб 0,8 м и нагрузке 2,8 МПа приведены на рис. 2 и 3, откуда следует, что максимальными являются напряжения на растяжение и на сжатие, возникающие на наружной и внутренней поверхностях, которые равны и отличаются знаками, не достигая своих предельных значений, так как в данном случае  $\sigma_{\max} = 0,20 \text{ МПа} < \sigma_{\text{пр}} = 1,5 \text{ МПа}$ . Прочность перемычки не будет обеспечена при ее толщине 0,35 м. При этом результаты исследований показали, что, несмотря на относительно малые значения касательных напряжений, учет поперечного сдвига (перемещения  $w_1$ ) увеличивает нормальные напряжения примерно на 30%.



**Рис. 2.** Распределение нормальных напряжений в перемычке с защемленными краями (штольня Карагайлы, Казахстан)

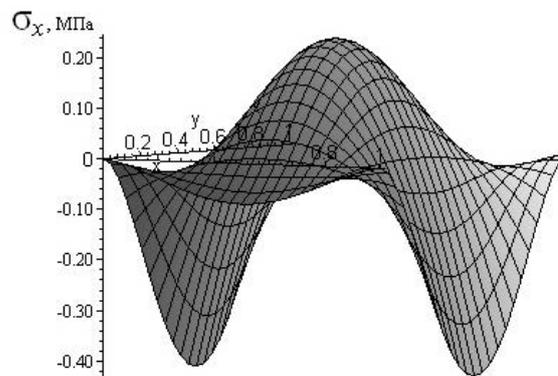
по безразмерным координатам: а –  $\sigma_x$ ; б –  $\sigma_y$ ;  $S = 4 \text{ м}^2$ ;  $q_z = 1,36 \text{ МПа}$ ;  $h = 0,55 \text{ м}$ ;  $R_0 = 0,6 \text{ м}$ ;  $E = 2,77 \cdot 10^3 \text{ МПа}$ ;  $\nu = 0,22$ ;  $\sigma_{\text{ПСЖ}} = 3,0 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_{\text{пр}} = 1,5 \text{ МПа}$ ;  $\tau_{\text{II}} = 0,72$

**Fig. 2.** Distribution of the normal tensions in the stopping with the fixed edges (Karagayly gallery, Kazakhstan) according to non-dimensional coordinates:

а –  $\sigma_x$ ; б –  $\sigma_y$ ;  $S = 4 \text{ м}^2$ ;  $q_z = 1,36 \text{ МПа}$ ;  $h = 0,55 \text{ м}$ ;  $R_0 = 0,6 \text{ м}$ ;  $E = 2,77 \cdot 10^3 \text{ МПа}$ ;  $\nu = 0,22$ ;  $\sigma_{\text{ПСЖ}} = 3,0 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_{\text{пр}} = 1,5 \text{ МПа}$ ;  $\tau_{\text{II}} = 0,72$

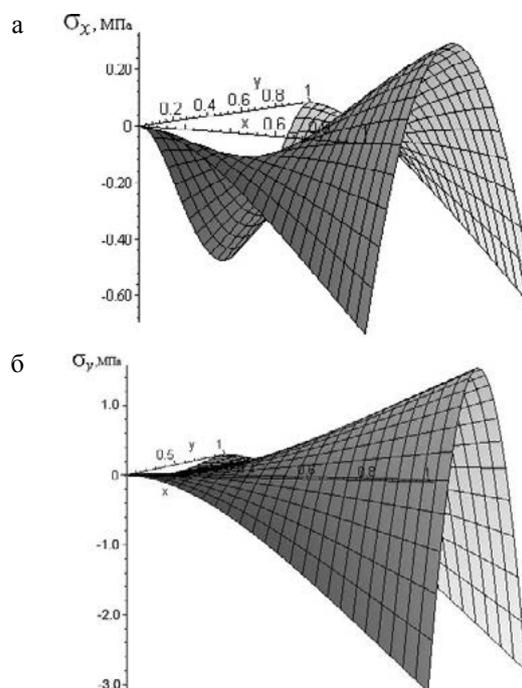
В дальнейшем толщину перемычки и площадь сечения выработки, как и на рис.3, использовали согласно нормативным документам.

Результаты исследований максимальных напряжений  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  в перемычке с вышеприведенными параметрами, но с защемленными краями по основному контуру и свободному в верхней части приведены на рис. 4.



**Рис. 3.** Распределение максимальных напряжений  $\sigma_x$  в перемычке с защемленными краями:  $S = 4 \text{ м}^2$ ;  $q_z = 2,8 \text{ МПа}$ ;  $h = 1,6 \text{ м}$ ;  $R_0 = 0,8 \text{ м}$ ; механические характеристики для строительного гипса

**Fig. 3.** Distribution of the maximum tensions  $\sigma_x$  in the stopping with the fixed edges:  $S = 4 \text{ м}^2$ ;  $q_z = 2,8 \text{ МПа}$ ;  $h = 1,6 \text{ м}$ ;  $R_0 = 0,8 \text{ м}$ ; with the mechanical characteristics for hemihydrate plaster

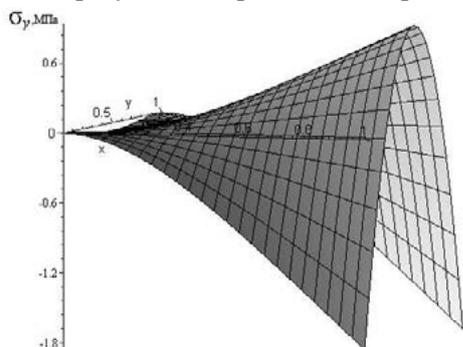


**Рис. 4.** Распределение нормальных напряжений в перемычке с защемленными краями по основному контуру, свободному краю в верхней ее части с нагрузкой  $q_z$  и механическими характеристиками для строительного гипса: а –  $\sigma_x$ ; б –  $\sigma_y$ ;  $S = 4 \text{ м}^2$ ;  $q_z = 2,8 \text{ МПа}$ ;  $h = 1,6 \text{ м}$ ; две проемные трубы с  $R_0 = 0,8 \text{ м}$ ;  $H = 1500 \text{ м}$

**Fig. 4.** Distribution of the normal tensions in the stopping with the fixed edges along the main contour and the free edge in its upper part with the load  $q_z$  and mechanical characteristics for hemihydrate plaster:  $a - \sigma_x$ ;  $b - \sigma_y$ ;  $S = 4 \text{ m}^2$ ;  $q_z = 2,8 \text{ МПа}$ ;  $h = 1,6 \text{ м}$ ; two embrasure pipes with  $R_0 = 0,8 \text{ м}$ ;  $H = 1500 \text{ м}$

В данном случае максимальными напряжениями являются сжимающие  $\sigma_y$ , возникающие в защемленных угловых точках верхней части перемычки, причем условие ее прочности не выполняется, так как  $\sigma_{\text{ПСЖ}} = 3,0 \text{ МПа}$ . Выполняется это условие для перемычки при сечении выработки  $8 \text{ м}^2$  и больше, расположенной на максимальной глубине  $1500 \text{ м}$  (рис. 5), на которой нагрузка  $q_z$  принимает значение  $1,12 \text{ МПа}$ .

Для перемычки с предельными значениями на сжатие гипса свыше  $3,0 \text{ МПа}$  и  $9,0 \text{ МПа}$  [1], его значений для модулей упругости и коэффициентов Пуассона [2] максимальные напряжения также не превышают своих значений. В частности, для перемычки, выполненной из высокопрочного пластифицированного гипса со следующими механическими характеристиками: модуль упругости  $E = 6,77 \cdot 10^3 \text{ МПа}$ , коэффициент Пуассона  $\nu = 0,28$ , предельное напряжение на сжатие  $\sigma_{\text{ПСЖ}} = 12,2 \text{ МПа}$ , – расположенной на глубине выработки  $1500 \text{ м}$ , результаты приведены на рис. 6.



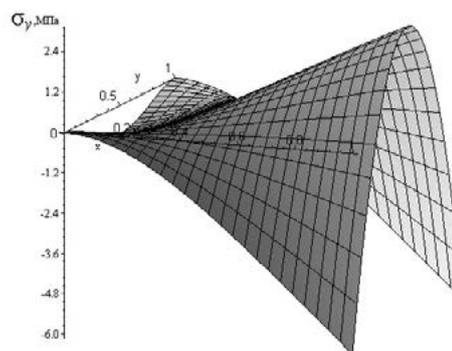
**Рис. 5.** Распределение максимальных напряжений  $\sigma_y$  в перемычке с защемленными краями по основному контуру, свободному краю в верхней ее части с нагрузкой  $q_z$ :  $S = 8 \text{ м}^2$ ;  $q_z = 2,8 \text{ МПа}$ ;  $h = 2,2 \text{ м}$ ; две проемные трубы с  $R_0 = 0,8 \text{ м}$ ;  $H = 1500 \text{ м}$ ; механическими характеристиками для строительного гипса

**Fig. 5.** Distribution of the maximum tensions  $\sigma_y$  in the stopping with the fixed edges along the main contour and the free edge in its upper part with the load  $q_z$ :  $S = 8 \text{ м}^2$ ;  $q_z = 2,8 \text{ МПа}$ ;  $h = 2,2 \text{ м}$ ; two embrasure pipes with  $R_0 = 0,8 \text{ м}$ ;  $H = 1500 \text{ м}$ ; and mechanical characteristics for hemihydrate plaster

Вышеприведенные результаты исследований показывают, что при возведении перемычек в выработках с площадью сечением от  $4...7 \text{ м}^2$  можно использовать одну проемную трубу

диаметром  $0,8 \text{ м}$ , а с большим ее сечением – две, причем запас прочности составляет от  $1,7$  до  $2,0$ .

На основании полученных результатов расчета на прочность перемычки определена ее толщина, значения которой сравнивали с аналогичными значениями, приведенными в таблице нормативных документах, откуда следует, что они уменьшены от  $7$  до  $21\%$ , т.е. в среднем на  $14\%$ , что позволит снизить затраты на возведение перемычек.



**Рис. 6.** Распределение максимальных напряжений  $\sigma_y$  в перемычке с защемленными краями по основному контуру, свободному краю в верхней ее части с нагрузкой  $q_z$ :  $S = 30 \text{ м}^2$ ;  $q_z = 2,8 \text{ МПа}$ ;  $h = 4,5 \text{ м}$ ; две проемные трубы с  $R_0 = 0,8 \text{ м}$ ;  $H = 1500 \text{ м}$ ; механическими характеристиками для высокопрочного пластифицированного гипса

**Fig. 6.** Distribution of the maximum tensions  $\sigma_y$  in the stopping with the fixed edges along the main contour and the free edge in its upper part with the load  $q_z$ :  $S = 30 \text{ м}^2$ ;  $q_z = 2,8 \text{ МПа}$ ;  $h = 4,5 \text{ м}$ ; two embrasure pipes with  $R_0 = 0,8 \text{ м}$ ;  $H = 1500 \text{ м}$ ; with the mechanical characteristics for the high-strength plasticized gypsum

#### 4. Дискуссия по поводу методов и результатов

Результаты разработанного метода исследований напряженного состояния перемычки с проемной трубой подтверждены данными экспериментов, полученными в штольне Карагайлы (Казахстан), что говорит о его достоверности. Полученные ранее значения толщины гипсовой перемычки являются завышенными в связи с тем, что они получены для ее круглой формы и без учета проемных труб. Данный метод позволяет определять перемещения, деформации, внутренние силы и моменты, все компоненты напряжений, возникающие в перемычке с различными механическими характеристиками ее материала и формы, условиями нагружения и граничными условиями.

#### 5. Подведение итогов. Выводы

Разработанная математическая модель напряженно-деформированного состояния взрывоустойчивой перемычки позволила научно

обосновано определить основную ее техническую характеристику – толщину в зависимости от механических характеристик, условий нагружения, сечения и глубины расположения выработки, которая позволяет обеспечить безопасную работу горноспасателей и снизить затраты при возведении перемычек в результате ликвидации аварий при взрывах в угольных шахтах.

### Список литературы

1. Статут ДВГРС по організації і веденню гірничорятувальних робіт: НПАОП 1.1.30-4.01-97: Затв. Мінвуглепромом України 06.06.97 № 232, Київ, 1997, 454 с.
2. СОУ 10.1-00174102-016:2011. *Вентиляційні, ізолюючі та вибухостійкі перемички при ліквідації аварій у вугільних шахтах. Конструкція, матеріали та технологія зведення*, Київ, 2012, 55 с.
3. Ageev V.G. *Математическая модель напряженно-деформированного состояния шахтной взрывоустойчивой монолитной перемычки*, Науковий вісник УкрНДШПБ, 2012, № 2, С. 165-172.
4. Timoshenko S.P., *Сопrotивление материалов*. Т. 1, М.: Физматгиз, 1965, 343 с.
5. Mikhlіn S.G. *Вариационные методы в математической физике*, М.: Гостехиздат, 1957, 422 с.
6. Sherman D.I. *О напряжениях в плоской весо-мой среде с двумя одинаковыми симметрично расположенными круговыми отверстиями*, Прикладная математика и механика, 1951, Т. 1, вып. 3., С. 94–99.
7. Kosmodamianskii A.S., *Распределение напряжений в изотропных многосвязных средах*, Сб. науч. тр. ДонГУ.– Донецк, 1972, № 2, С. 103–110.
8. Sobolev G.G., *Горноспасательное дело* / G.G. Sobolev., М.: Недра, 1979, 432 с.
9. Beliaev N.M., *Сопrotивление материалов* / N.M. Beliaev, М.: Наука, 1976, 608 с.