Zeszyty Naukowe

Instytutu Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią Polskiej Akademii Nauk

nr 88, rok 2014

Mariusz KRZAK*

Deskrypcja parametrów złoża w modelowaniu rozmytym – zarys problematyki

Streszczenie: W naturalnym języku często funkcjonują nieprecyzyjnie pojęcia próbujące odzwierciedlać otaczającą rzeczywistość. Matematycy od dość dawna wskazywali, że sam rachunek prawdopodobieństwa nie jest w stanie uchwycić całego zakresu możliwych aspektów niepewności, a precyzyjniej ujmując niedoskonałości informacji. Powszechnie używane pojęcia i zwroty w języku naturalnym, np. ludzie wysocy, około 5, bardzo zimno, to wzorcowe terminy nieprecyzyjne (rozmyte). Granica pomiędzy stanem gdzie jest zimno i ciepło, ludzi wysokich i niskich nie jest skokowa, a niektóre z wartości opisujące konkretny wzrost czy temperaturę spełniają daną właściwość w różnym stopniu. Takie stopniowanie pomiędzy pełną przynależnością, częściową przynależnością i brakiem przynależności nie może być ujęte w klasycznej teorii zbiorów. Ograniczenia tradycyjnej teorii mnogości rozwiązuje teoria zbiorów rozmytych.

W zagadnieniach geologiczno-złożowych funkcjonują często kategorie rozmyte. Używanie terminów takich jak: duże/małe złoże, bogata/uboga ruda, duża/mała miąższość serii, wysoka/niska zawartość siarki, dobre/złe właściwości flotacyjne i wiele innych jest naturalną cechą języka, narzędzia ekspresji w dążeniu do wyrażenia i wzajemnego porozumiewania się. Wszelkie cechy złoża wyrażane w sposób ilościowy (parametry złoża) mogą być w taki sposób werbalizowane. Czy złoże gazu ziemnego jest duże, gdy jest w nim co najmniej 100 mln m^3? a może 99 mln m^3 stanowi tę granicę? a może 98 mln m^3, czy jest to jeszcze zupełnie inna wielkość zasobów. Próba ustalenia rozgraniczenia wydaje się zabawna i oczywiste jest, że będzie ona kłopotliwa, gdyż transformacja pojęć jakościowych w kierunku ilościowych nie zawsze jest bezpośrednia i bezproblemowa. W artykule przybliżono podstawową terminologię i generalne zasady modelowania rozmytego. Bazując na przykładzie złoża rud miedzi wskazano i zademonstrowano narzędzia nieprecyzyjnego opisu do pojęć i parametrów stosowanych w geologii złożowej.

Słowa kluczowe: parametry złoża, teoria mnogości, zbiory rozmyte

Description of the Mineral Deposit Parameters in Fuzzy Modelling – Issue Outline

Abstract: There is a lot of imprecise terms in natural language which are trying to reflect the surrounding reality. Mathematicians for a long time pointed out that the probability only is not able to grasp a whole range of

* Dr inż., AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków.

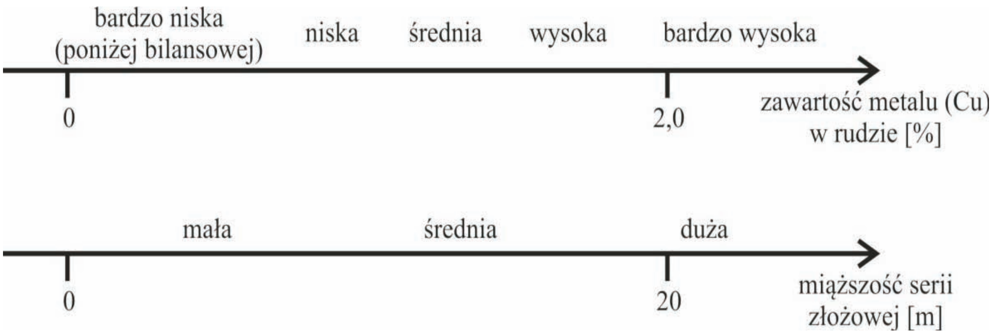
uncertainty aspects and more precisely speaking, imperfect information. Commonly used terms and phrases in natural language such as tall men, about 5, very cold, are standard imprecise (fuzzy) concepts. The boundary between the state where it is cold and heat, high and low humans is not discrete, and some specific values for the temperature or height description match the specified property with varying degrees. Such gradation between the full membership, a partial membership and lack of membership may not be expressed in the classical set theory. Limitations of traditional set theory solve the theory of fuzzy sets.

In the geological and mineral deposits issues fuzzy categories are often met. Using those terms like: large/small deposit, rich/lean ore, large/small deposit thickness, high/low sulfur content, good/bad flotation properties and many others, is a natural-structural feature of the language the tools of expression in the tendency to mutual agreement. Any mineral deposits features expressed in a quantitative way (deposit parameters) may be similar to the mentioned manner verbalized. Is natural gas field is large, when it has at least 100 million cubic meters? Or perhaps 99 million cubic meters is the limit? Or perhaps 98 million cubic meters, and maybe it is still quite different resources volume. Trying to determine distinction seems to be funny and it is obvious that it will be troublesome, since the qualitative concepts transformation into the quantitative direction is not always direct and easy. In the paper the basic terminology and general principles of fuzzy modeling has been approached. Basing on the copper ore example the tools of imprecise description has been indicated and demonstrated.

Key words: mineral deposit parameters, set theory, fuzzy sets

1. Parametry złoża – wzmianki ogólne

Parametry złoża, bądź to w konkretnym punkcie, bądź to propagowane szerzej, wyrażane są zwykle miarami ilościowymi, takimi jak: miąższość złoża (m), zawartość składnika użytecznego (%), wartość opałowa (MJ/kg), zasobność (g/m^2, t/m^2), wytrzymałość na ściskanie (MPa) i in. Ocena parametrów złożowych jest podstawą delimitowania granic złoża i kalkulacji zasobów w nim zawartych. Każdy ze wspomnianych parametrów charakteryzuje kopalinę, definiuje głównie jej parametry jakościowe, jak również określa przydatność gospodarczą. Nie wnikając w sposób pozyskania populacji próbkowej ani metody dalszej oceny dla całego złoża, zachodzi niekiedy konieczność wyrażenia parametrów złoża kategoriami opisowymi, czasami w sposób bardzo zgrubny na podstawie własnych odczuć i obserwacji (rys. 1). Wart zauważenia i podkreślenia jest tu fakt, że opis ten nie jest miarą ilościową, której fundamentalną cechą jest addytywność.



Rys. 1. Przykład jakościowej oceny parametrów stratoidalnego złoża rud miedzi w realiach złóż polskich

Fig. 1. An example of a qualitative assessment of sediment hosted copper ore deposit parameters in the realities of Poland

Wszystkie oceniane przy dokumentowaniu złoża parametry są mierzalne za pomocą stosownej aparatury. Jakościowa estymacja pozwala jednakże na odrzucenie informacji zbędnych i ograniczenie się do tych najbardziej istotnych, umożliwiających podejmowanie konkretnej i zoptymalizowanej decyzji. Nie są tu konieczne precyzyjne informacje wejściowe, a ocena jakościowa może być trafnie zrealizowana na podstawie teorii zbiorów rozmytych.

W dziedzinie geologii i górnictwa aplikacje narzędzi zbiorów rozmytych były podejmowane okazjonalnie. Tematykę tę poruszali: Granath (1984), Bandopadhyay (1987), Bárdossy i in. (1988), Bárdossy i in. (1990), Pham (1997), Bárdossy i in (2003), Luo i Dimitrakopoulos (2003), Bárdossy i Fodor (2005), Tutmez i Dag (2007), Tutmez i in. (2007), Tahmasebi i Hezarkhani (2010), Vujić i in. (2011), Elmas i Sahin (2013).

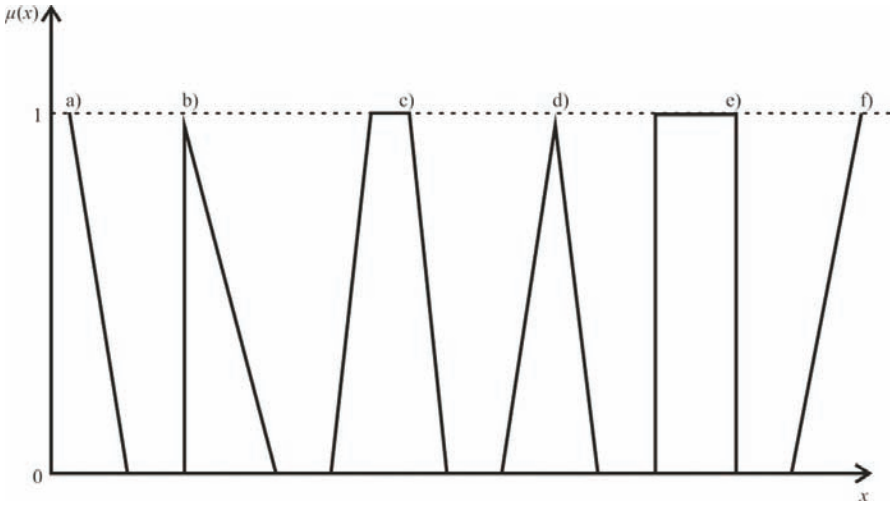
2. Modelowanie rozmyte – zarys zagadnienia

W terminologii zbiorów rozmytych używanych jest kilka elementarnych pojęć: zmiennej lingwistycznej, wartości lingwistycznej, przestrzeni lingwistycznej zmiennej, przestrzeni numerycznej zmiennej, zbioru rozmytego oraz funkcji i stopnia przynależności. Zmienną lingwistyczną jest zmienna (wielkość wejściowa, wyjściowa, stanu), której wartościami są słowa lub zdania w języku naturalnym czy sztucznym. Dla przykładu w odniesieniu do opisu złóż: miąższość, zawartość składnika użytecznego, dowolna cecha fizyczna opisująca kopalinę (skurczliwość wysychania, ogniotrwałość, blocznosć itd.). Wartość lingwistyczna jest słownym oszacowaniem wielkości lingwistycznej: duża, mała, średnia, wysoka, niska, uboga, bogata itp. Obydwa pojęcia – zmienna i wartość lingwistyczna tworzą pary, które są podstawą opisu w modelach rozmytych. Przestrzeń lingwistyczna zmiennej to zbiór wszystkich wartości lingwistycznych służących jej opisowi – na rysunku 1 przestrzenią lingwistyczną dla zmiennej „zawartość metalu w rudzie" jest skończeniewymiarowy zbiór X_L = {bardzo niska, niska, średnia, wysoka, bardzo wysoka}. Przestrzenią numeryczną zmiennej jest zaś zbiór wszystkich wartości numerycznych, jakie można przyjąć stosownie do realiów i specyfiki modelowanego zjawiska. W przytaczanym na rysunku 1 przykładzie możliwe jest arbitralne domniemanie o nieskończeniewymiarowej (ciągłej) przestrzeni $X = \{x \colon x\ R,\ 0 \le x \le 76\}$. Kres górny zbioru wynika ze stechiometrycznej zawartości miedzi w chalkozynie.

W opozycji do klasycznej interpretacji przynależności elementu do zbioru, gdzie przynależność definiowana jest w sposób zero-jedynkowy, pewien zbiór rozmyty A jest obiektem obejmującym elementy w pewnej niepustej przestrzeni X ($A \subseteq X$), przy czym każdy z elementów może do niego w pełni należeć, należeć częściowo lub nie należeć wcale (Zadeh 1965). W zapisie matematycznym zbiór rozmyty A to zbiór uporządkowanych par $A = \{(x, \mu_A(x)); x \in X\}$, gdzie: $\mu_A : X \to [0,1]$ nazywana jest funkcją przynależności (funkcją charakterystyczną) zbioru rozmytego A. Uwzględniając wspomniane trzy przypadki przynależności konkretnego elementu do zbioru, możliwe są następujące sytuacje:

1) $\mu_A(x) = 1$, element w pełni przynależy do zbioru rozmytego *A,*
2) $\mu_A(x) = 0$, element nie przynależy do zbioru rozmytego *A,*
3) $0 < \mu_A(x) < 1$, element częściowo przynależy do zbioru rozmytego *A*.

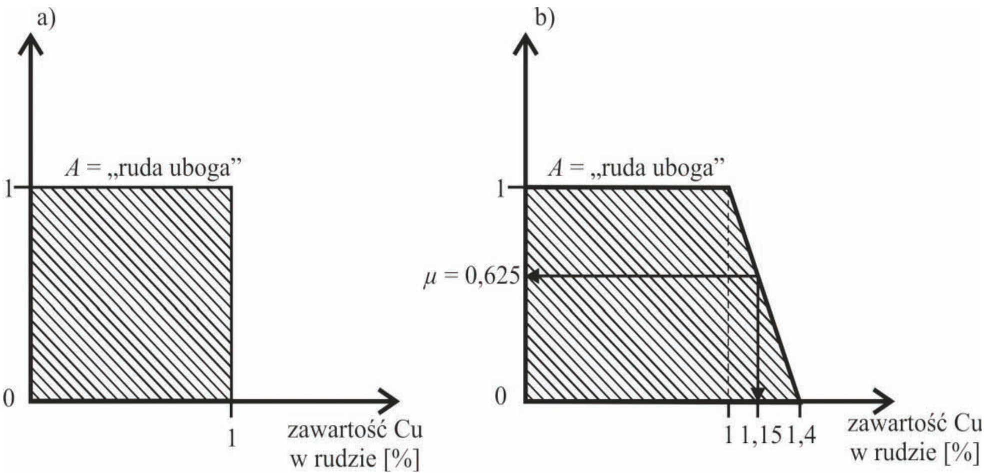
Funkcje przynależności mają różnorodne kształty, od prostych w prezentacji i łatwych do zdefiniowania odcinkowo-liniowych do nieco bardziej skomplikowanych: dzwonowych, sigmoidalnych, harmonicznych, radialnych i innych. Te pierwsze przedstawiono zbiorczo na rysunku 2.



Rys. 2. Kształty najczęściej stosowanych odcinkowo-liniowych funkcji przynależności
a) lewa zewnętrzna, b) trójkątna niesymetryczna, c) trapezowa symetryczna, d) trójkątna symetryczna, e) prostokątna, f) prawa zewnętrzna

Fig. 2. Shapes of the most commonly used segment-linear membership function
a) left outer, b) asymmetrical triangular, c) symmetric trapezoidal, d) triangular symmetrical, e) rectangular, f) right outer

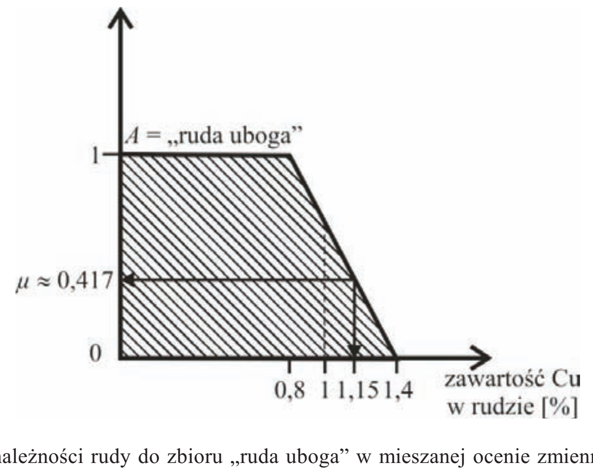
Uzupełniając wywód dotyczący zbiorów rozmytych przykładem z zakresu geologii złożowej odwołano się do stosowanego często opisowego pojęcia „ruda uboga”. Przyjęto, że granice pomiędzy rudą ubogą a bogatą wyznacza graniczna zawartość w wymiarze dokładnie 1% Cu. Wykorzystując klasyczne podejście do rozważanego zagadnienia, zawartości metalu w rudzie mniejsze lub równe 1% delimitują przynależność do zbioru „ruda uboga” (rys. 3). Jak nietrudno wywnioskować tak ostre postawienie granicy nie jest do końca satysfakcjonujące. Czy ruda o zawartości miedzi 1,01% jest już ruda bogatą, a może dopiero zawartość 1,1% definiuje zbiór rudy bogatej. Gdzie leży zatem granica pomiędzy kategoriami rudy ubogiej i bogatej? Poszukiwanie zadowalającego rozwiązania jest dość utrudnione, bowiem następuje tu konwersja z miary opisowej do miary ilościowej. Rozwikłanie tego dylematu proponuje teoria zbiorów rozmytych wykorzystując przybliżenie, iż każda ruda jest uboga, ale w pewnym odmiennym stopniu (rys. 3). Stopień ten koresponduje z omówioną powyżej funkcją charakterystyczną. Ruda jest uboga dla zawartości 1% i poniżej, natomiast zawartości metalu w przedziale od 1 do 1,4% plasują rudę w kategorii rudy ubogiej, ale o różnym stopniu przynależności. I tak ruda o zawartości 1,15% ma przypisany stopień przynależności do zbioru „rudy ubogiej” $\mu = 0{,}625$, natomiast zawartości składnika użytecznego blisko 1,4% mają stopień przynależności niewiele większy od 0. Oczywiste jest, że niższa zawartość miedzi w rudzie powinna mieć co najmniej taki stopień przynależności, co zawartość wyższa. Ruda o zawartości większej niż 1,4% opisana jest funkcją charakterystyczną o wartości 0, stąd nie należy do kategorii rudy ubogiej.



Rys. 3. Funkcja przynależności rudy do zbioru „ruda uboga” w ujęciu teorii mnogości (a) oraz teorii zbiorów rozmytych (b)

Fig. 3. Ore membership function to the set “poor ore” in terms of set theory (a) and fuzzy set theory (b)

Przybliżenie zbiorem rozmytym terminu „ruda uboga” może być zrealizowane także przy nieostrym zdefiniowaniu wartości granicznej. Obecnie założono, że granica kwalifikacji do rudy ubogiej wynosi około 1. Aproksymacja taka dokonywana jest z wykorzystaniem liczby rozmytej (ok. 1) i ten sposób opisu określany jest mianem mieszanej oceny zmiennej lingwistycznej. W rozważanym przypadku ponownie nie jest oczywiste, gdzie nastąpi rozdział klas zbiorów w modelu i ponownie sytuację może tu wyjaśnić zastosowanie teorii zbiorów rozmytych. Rozważania obrazuje rysunek 4. W tym miejscu ruda o zawartości 1,15% opisana jest funkcją przynależności μ = 0,417, a więc niższą, co z resztą jest zgodne z intuicyjnym odbiorem nieprecyzyjnego ustalenia granicy pomiędzy zbiorami.



Rys. 4. Funkcja przynależności rudy do zbioru „ruda uboga” w mieszanej ocenie zmiennej lingwistycznej

Fig. 4. Ore membership function to the set “poor ore” in the mixed linguistic-variable assessment

Na zakończenie tego bardzo powierzchownego zarysu teorii zbiorów rozmytych warto nadmienić charakterystyczne wskaźniki zbiorów rozmytych, takie jak: wysokość zbioru, nośnik zbioru oraz jądro zbioru.

Wysokość zbioru rozmytego A jest maksymalną wartością, jaką funkcja przynależności przyjmuje w całej przestrzeni rozważań X zbioru:

$$h(A) = \sup_{x \in X} (\mu_A(x)) \tag{1}$$

Gdy $h(A) = 1$, zbiór nazywany jest znormalizowanym. Prezentowane dotychczas zbiory, jak i te podczas dalszych dociekań, były i będą zbiorami znormalizowanymi.

Nośnik zbioru rozmytego A to podzbiór nierozmyty zbioru A, którego wszystkie elementy mają niezerowy stopień przynależności do zbioru A:

$$S(A) = \mathrm{supp}\, A = \{x{:}\, \mu_A(x) > 0, x \in X\} \tag{2}$$

W odróżnieniu do przestrzeni numerycznej zmiennej nośnik zbioru jest terminem węższym lub co najwyżej równym.

Jądro zbioru rozmytego to podzbiór nierozmyty zbioru A w przestrzeni rozważań X złożony ze wszystkich elementów o stopniu przynależności wynoszącym 1:

$$C(A) = core\ A = \{x{:}\, \mu_A(x) = 1, x \in X\} \tag{3}$$

Zastosowanie zbiorów rozmytych i ich funkcji przynależności umożliwiają przedstawienie nieprecyzyjnych stwierdzeń i danych. Możliwe jest oczywiście, za pomocą operatorów, przekształcanie danych i wpływanie na ich stan. Najczęściej stosowane operacje mnogościowe to: suma, iloczyn, różnica oraz dopełnienie zbiorów. Sumą mnogościową zbiorów rozmytych A i B jest zbiór rozmyty $A \cup B$, z funkcją przynależności definiowaną jako:

$$\wedge_{x \in X}\ \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \tag{4}$$

Iloczynem mnogościowym zbiorów rozmytych A i B jest zbiór rozmyty $A \cap B$, z funkcją przynależności definiowaną jako:

$$\wedge_{x \in X}\ \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \tag{5}$$

Różnicą mnogościową zbiorów $A \setminus B$ jest zbiór rozmyty C o funkcji przynależności:

$$\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)) \tag{6}$$

Dopełnieniem zbioru rozmytego A jest zbiór rozmyty A' określony funkcją przynależności:

$$\wedge_{x \in X}\ \mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x) \tag{7}$$

Klasyczne operacje mnogościowe nie zawsze dokładnie odzwierciedlają intuicyjne właściwości wykonanych operacji na zbiorach rozmytych. Dla przykładu, jeśli $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$, to iloczyn zbiorów o takich funkcjach przynależności jest równy $\mu_A(x)$, bez względu na to jak duża jest funkcja $\mu_B(x)$. Uzupełniając rozumowanie realną egzemplifikacją można rozważyć następujące wyrażenie „wysoka zawartość metalu i duża miąższość złoża". Gdyby kilka wydobywczych oddziałów kopalnianych opisywanych taką frazą spełniało zawarte w niej kryteria oraz gdyby w każdym oddziale wartość drugiego kryterium było jednakowa i zarazem mniejsza niż pierwszego, pierwsze zaś zróżnicowane, to decydent przypisałby większe znaczenie tym oddziałom, które miałyby wyższe zawartości metalu. Rozumienie tej koniunkcji ma inne znaczenie w języku naturalnym niż te wynikające z iloczynu mnogościowego. Podobny zarzut można wysnuć wobec sumy mnogościowej. Wprowadzone zostały w tym miejscu konkurencyjne dla operatorów mnogościowych działania dla zbiorów rozmytych (poniższe zapisy odnoszą się do operatorów dla dwóch zbiorów rozmytych *A* i *B*):

— algebraiczne:

$$\mu_{A \circ B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$$
$$\mu_{A+B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x),$$

— logiczne (ograniczone):

$$\mu_{A \odot B}(x) = \max(0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1)$$
$$\mu_{A \oplus B}(x) = \min(1, \mu_A(x) + \mu_A(x))$$
$$\mu_{A \ominus B}(\mathrm{x}) = \max(\mu_A(x) - \mu_B(x), 0),$$

— drastyczne:

$$\mu_{A \wedge B}(x) = \begin{cases} 0 \text{ dla } \mu_A(x) < 1, \mu_B(x) < 1 \\ \mu_A(x) \text{ dla } \mu_B(x) = 1 \\ \mu_B(x) \text{ dla } \mu_A(x) = 1 \end{cases}$$

$$\mu_{A \vee B}(x) = \begin{cases} 1 \text{ dla } \mu_A(x) > 0, \mu_B(x) > 0 \\ \mu_A(x) \text{ dla } \mu_B(x) = 0 \\ \mu_B(x) \text{ dla } \mu_A(x) = 0 \end{cases}$$

Najbardziej optymistyczną w przełożeniu na kryteria decyzyjne jest operacja mnogościowa iloczynu, najbardziej pesymistyczną operacja drastyczna iloczynu. W odniesieniu do sumy relacje są odwrotne: najbardziej optymistyczną jest operacja drastyczna, najbardziej pesymistyczna operacja mnogościowa.

3. Ocena jakości złoża rud miedzi z wykorzystaniem podejścia rozmytego

Definicja funkcji przynależności – czyli wyglądu zbioru rozmytego – realizowana jest zwykle na dwa sposoby: w pierwszym kształt zbioru rozmytego ustalony jest przez eksperta, w drugim powstaje na skutek aproksymacji zbioru wartości liczbowych (Łachwa 2001). Pomimo relatywnie prostej i naturalnej struktury systemów rozmytych nie są znane jeszcze metody umożliwiające optymalny dobór kształtu funkcji przynależności oraz bazy reguł. Z tej przyczyny podejście eksperymentalne jest tu powszechnie stosowane i w dalszym wywodzie metoda ekspercka została zastosowana. Przywoływany poniżej przykład odnosi się do oceny wielkości zasobów na bazie złoża rud miedzi. Pokrewne, bardziej złożone podejścia stosowali Luo i Dimitrakopoulos (2003) do oceny złoża rud cyny prowincji Lugu, Bárdossy i in. (2003) dla oceny złoża boksytów Szöc-Szárhegy, Tutmez i Dag (2007) dla złoża węgla brunatnego Afsin-Elbistan.

W trakcie bieżącej eksploatacji w polskich kopalniach rud miedziowo-srebrowych kontroli podlega kilka parametrów złoża. Te podstawowe, weryfikowane przez służbę geologiczną parametry obejmują ocenę:

— zawartości miedzi w serii złożowej i jej bezpośrednim otoczeniu,
— miąższości złoża z rozbiciem na odmiany litologiczne rudy,
— zawartości srebra,
— zasobności.

Dwa pierwsze wydają się najistotniejsze i do nich zostanie odniesiona dalsza część rozważań. Zawartość miedzi w rudzie to istotny, z punktu widzenia procesu przeróbki, parametr do oceny wzbogacalności urobku, decydujący o efektywności i ekonomice procesu przeróbki. Dobór zaś właściwego systemu eksploatacji jest efektem rozważenia wielu zagadnień cząstkowych, z których kluczowa jest miąższość złoża. Ma ona bezpośrednie przełożenie na koszty prowadzonej eksploatacji i decyduje o efektywności ekonomicznej procesu wydobycia.

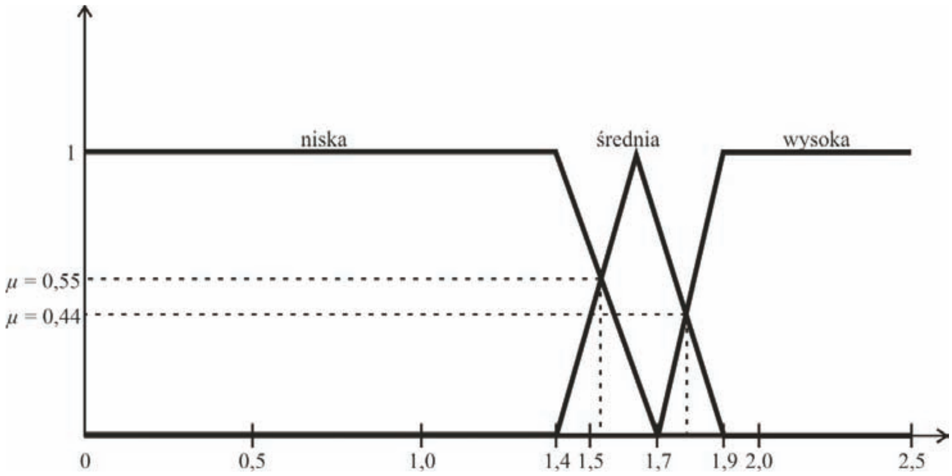
W hipotetycznym, perspektywicznym obszarze wydobycia, korzystając z semantyki zbiorów rozmytych określone zostaną funkcje przynależności parametrów złoża: zawartości miedzi oraz miąższości prowadzące do konstrukcji układu wnioskowania z dwiema zmiennymi wejściowymi i jedną zmienną wyjściową. Wyjściem modelu będzie jakościowa ocena zasobów metalu w złożu (złoże małe, średnie i duże), wskazująca na potencjalną zasadność i opłacalność eksploatacji konkretnych bloków. Geolog kopalniany (ekspert w dziedzinie) za pomocą zbiorów rozmytych zamierza odtworzyć znaczenie określeń: niska, średnia, wysoka zawartość metalu w rudzie oraz sens opisu cienkie, średnie, grube i bardzo grube złoże.

Odnosząc się do pierwszego z parametrów przyjmuje on, że zawartość miedzi wynosząca około 1,4% uchodzi za niską, mniej więcej 1,6–1,7% za średnią, a w przybliżeniu 1,9% za wysoką. Uznaje ponadto, że ruda w perspektywicznych do wydobycia blokach nie przekracza zawartości 2,5%. Wykorzystując funkcje odcinkowo-liniowe (klasy L, Λ i Γ) zrealizowano pierwsze przybliżenie (rys. 5).

Z rysunku 5 wynika, że zawartość miedzi 1,79% ($\mu = 0,44$) jest w jednakowym, dość znacznym stopniu średnia i duża. Także zawartość miedzi 1,54% ($\mu = 0,55$) jest kwalifikowana w istotnym stopniu jako niska i średnia. Także przyjęcie trójkątnej funkcji przynależności dla zawartości średnich nie wydaje się trafione. Usuwając te niejasności przybliżono ponownie pojęcia za pomocą funkcji klasy z, Π (trapezowej) oraz s (rys. 6).

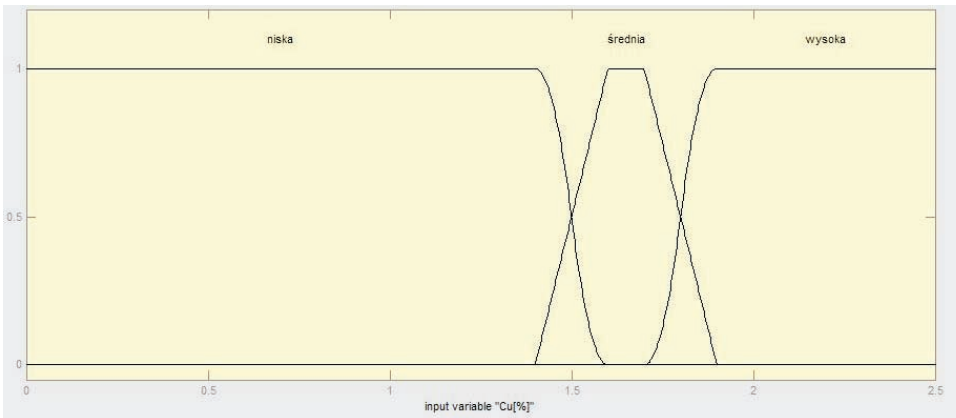
Zawartość 1,5% jest w jednakowym stopniu średnia co i niska, jak również zawartość 1,8% jest w identycznym odniesieniu średnia i wysoka. Zawartości pomiędzy 1,6–1,7% są niewątpliwie średnie i w znikomym stopniu niskie czy wysokie. Obecne odtworzenie wydaje się zgodne z sugestiami geologa-eksperta.

Postępując analogicznie wobec parametru miąższościowego, geolog zaproponował następujące stwierdzenia: miąższość około 2 m to złoże cienkie, złoże średnie opisuje przedział mniej więcej od 3 do 5 m, złoże grube rzędu 5–10 m, zaś złoże bardzo grube to z grubsza 10 m i więcej. Wykorzystując funkcje z, Gaussa, Π oraz s uzyskano prezentacje miąższości jak na rysunku 7.



Rys. 5. Znaczenie terminów zawartość miedzi: niska, średnia i wysoka przybliżona funkcjami odcinkowo-liniowymi

Fig. 5. The meaning of the terms copper content: low, medium and high approximated with segment-linear membership function



Rys. 6. Znaczenie terminów zawartość miedzi: niska, średnia i wysoka przybliżona funkcjami z, Π oraz s (*wydruk z programu Matlab*)

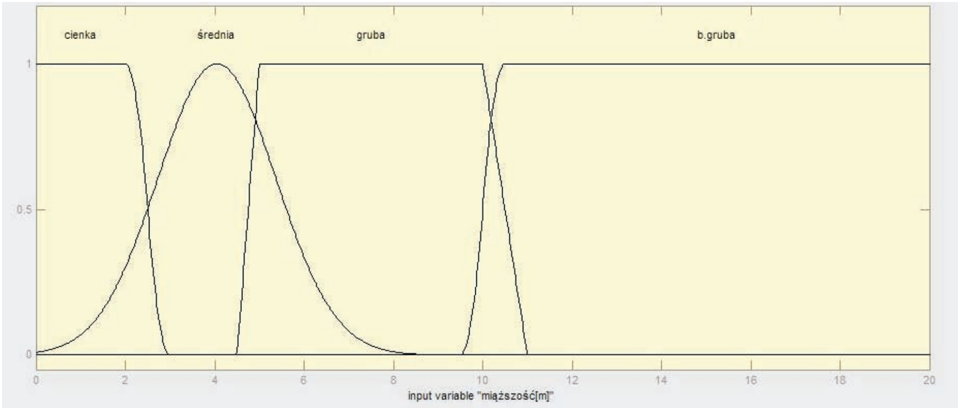
Fig. 6. The meaning of the terms copper content: low, medium and high approximated with z-shape, Π and s-shape membership functions (*Matlab software plot*)

Zdefiniowane funkcje przynależności parametrów złoża pozwalają na konstrukcję rozmytego modelu wspomagającego opisową ocenę złoża. Upraszczając, zaproponowano trzy klasy zasobowe złoża pod względem zawartego w nim metalu: małe, średnie oraz duże przypisując zmiennej wyjściowej rozkłady Π (rys. 8).

Dla układu wnioskowania zdefiniowano poniższą bazę reguł:

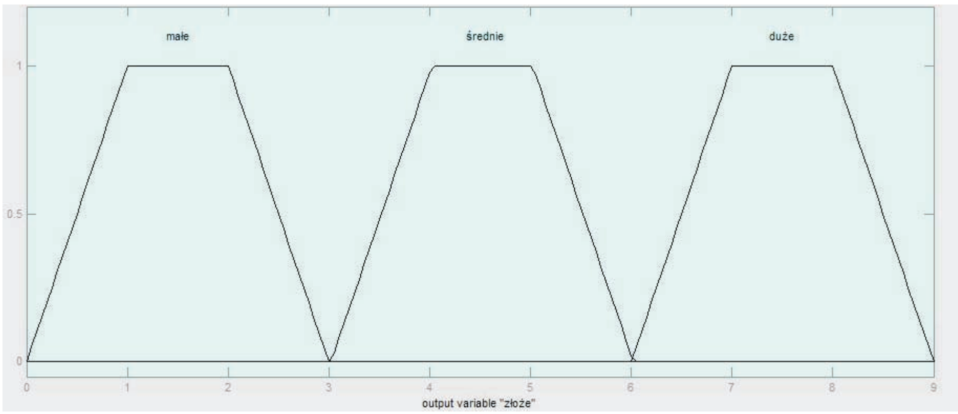
1) jeśli miąższość jest cienka oraz zawartość Cu jest niska, to złoże jest małe,

2) jeśli miąższość jest cienka oraz zawartość Cu jest średnia, to złoże jest małe,



Rys. 7. Znaczenie terminów miąższość złoża: cienka, średnia, gruba i bardzo gruba przybliżona funkcjami *z*, Gaussa, Π oraz *s* (*wydruk z programu Matlab*)

Fig. 7. The meaning of the terms ore deposit thickness: thin, medium, thick and very thick approximated with *z*-shape, Gauss, Π and *s*-shape membership functions (*Matlab software plot*)

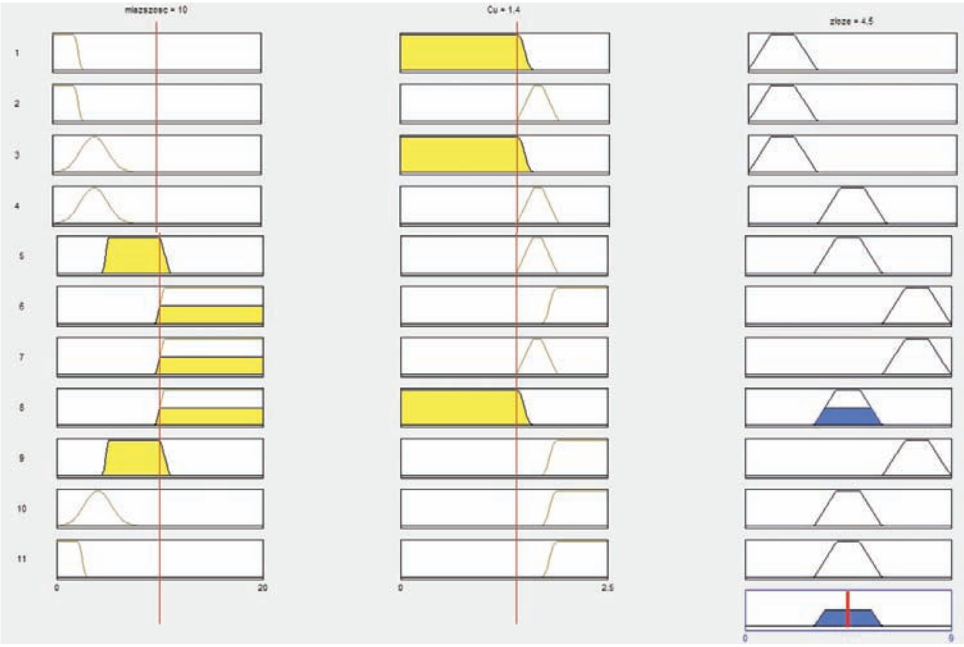


Rys. 8. Znaczenie terminów oceniających klasę zasobową złoża: małe, średnie i duże przybliżone funkcjami Π (*wydruk z programu Matlab*)

Fig. 8. The meaning of the terms defining metal resources ore class: small, medium, large approximated Π-shape membership functions (*Matlab software plot*)

3) jeśli miąższość jest średnia oraz zawartość Cu jest niska, to złoże jest małe,
4) jeśli miąższość jest średnia oraz zawartość Cu jest średnia, to złoże jest średnie,
5) jeśli miąższość jest gruba oraz zawartość Cu jest średnia, to złoże jest średnie,
6) jeśli miąższość jest bardzo gruba oraz zawartość Cu jest wysoka, to złoże jest duże,
7) jeśli miąższość jest bardzo gruba oraz zawartość Cu jest średnia, to złoże jest duże,
8) jeśli miąższość jest bardzo gruba oraz zawartość Cu jest niska, to złoże jest średnie,
9) jeśli miąższość jest gruba oraz zawartość Cu jest wysoka, to złoże jest duże,
10) jeśli miąższość jest średnia oraz zawartość Cu jest wysoka, to złoże jest średnie,
11) jeśli miąższość jest cienka oraz zawartość Cu jest wysoka, to złoże jest średnie.

Stworzony układ wnioskowania rozmytego funkcjonuje i działa interpretując reguły rozmyte z bazy postaci „jeśli…, to …”. Implementację reguł rozmytych poprzedza procedura fuzyfikacji, czyli transformacji wartości z dziedziny liczb rzeczywistych na wartości z dziedziny zbiorów rozmytych. Wyznaczone zostają wartości funkcji przynależności dla kolejnych zmiennych lingwistycznych i dla danej rzeczywistej wartości wejściowej. W procedurze interpretacji reguł wyznaczane są dla każdej zmiennej stopnie przynależności do odpowiedniego zbioru rozmytego oraz następuje agregacja reguł aktywnych. Etapem końcowym jest defuzyfikacja, będąca działaniem odwrotnym do fuzyfikacji i mająca na celu przekształcenie odwrotne do rozmywania. Dla prezentowanego przykładu okno testowania działania modelu obrazuje rysunek 9.



Rys. 9. Widok okna testowego działania modelu oceny bloków złoża (*wydruk z programu Matlab*)

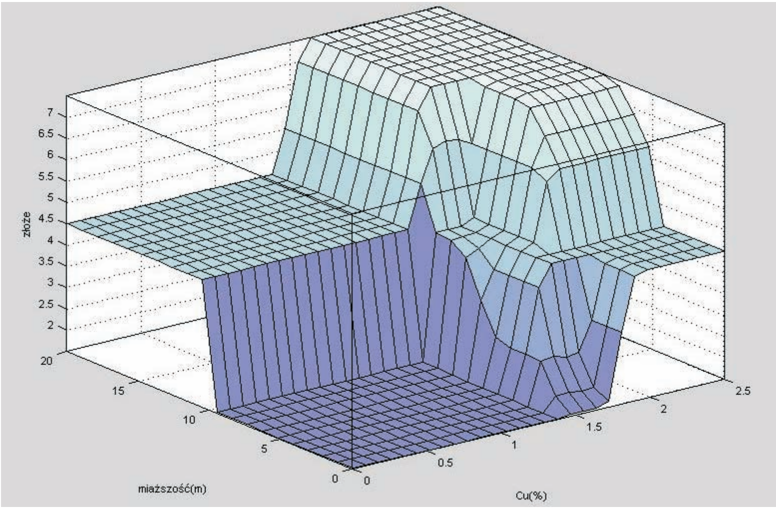
Fig. 9. View of the window test of the model functioning for deposit blocks evaluation (*Matlab software plot*)

Wynikowa powierzchnia sterowania modelu, pozwalająca kwalifikować blok do danej kategorii zasobowej złoża, została przedstawiona na rysunku 10.

Na podstawie uzyskanej powierzchni sterowania można łatwo kategoryzować blok do danej klasy zasobowej. W przykładzie, dla redukcji wydzieleń, zaproponowano trzy klasy, jakkolwiek uzupełnienie o kolejne jest możliwe i nieskomplikowane w realizacji. Przykładowe wielkości parametrów złoża determinujące przynależność do klasy zasobowej złoża dużego są następujące:

— dla zawartości Cu wynoszącej 1,5% złoże musi mieć miąższość co najmniej 10 m,

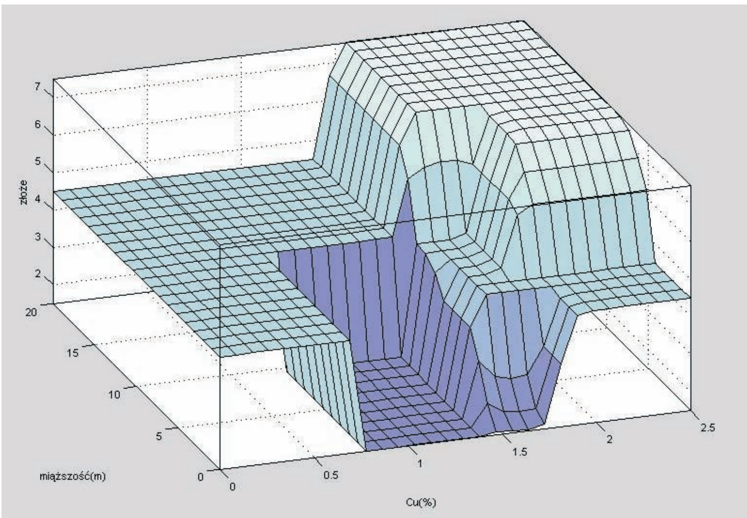
— dla zawartości Cu wynoszącej 1,8% musi mieć miąższość powyżej 4,7 m.



Rys. 10. Powierzchnia sterowania rozmytego dla opisowej oceny bloków eksploatacyjnych (*wydruk z programu Matlab*)

Fig. 10. Surface fuzzy control for a descriptive assessment of exploitation blocks (*Matlab software plot*)

Pewnym uproszczeniem zaburzającym rzeczywistość jest zakres dziedziny zmiennych miąższości i – co ważniejsze – zawartości Cu, definiowany od zera. Przyjęcie granicznej wielkości zawartości Cu delimitującej złoże zmienia wynikową powierzchnię sterowania rozmytego (rys. 11).



Rys. 11. Powierzchnia sterowania rozmytego dla opisowej oceny bloków eksploatacyjnych dla minimalnej zawartości Cu w wymiarze 0,7% (*wydruk z Matlaba*)

Fig. 11. Surface fuzzy control for a descriptive assessment of exploitation blocks for 0.7% cut-off grade (*Matlab software plot*)

Podsumowanie

Dążenie do trafnego i precyzyjnego opisu niepewnej rzeczywistości jest przedmiotem dociekań wielu specjalistów, zarówno od strony teoretycznej jak i praktycznej. Niepewność, termin z teorii decyzji opisuje sytuację, w której określone decyzje powodują różne skutki w zależności od zaistniałych stanów, przy czym nie są znane prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych z nich. Niepewność jest także parametrem łączonym z rezultatem pomiaru (oszacowania) charakteryzującym dyspersję wartości, które mogłyby być rozsądnie przypisane do pomiaru (oceny). To drugie ujęcie było myślą wiodącą artykułu i wykorzystano w tym celu przybliżenie rozmyte. Rozumowanie rozmyte adaptowane jest na bardzo wielu polach aktywności; wydaje się, że liczne możliwości różnorodnych zastosowań wykonalne są w dziedzinie geologii czy górnictwa. Wszędzie tam, gdzie zachodzi potrzeba opisowej deskrypcji, w sytuacji wieloznaczności, niejasności czy niejednoznaczności zastosowanie wyrażeń teorii zbiorów rozmytych ułatwia charakterystykę zjawiska i przekłada się na ulepszenie i budowę bardziej kompletnego modelu informacji. Nie jest odkrywczym stwierdzenie, że tego typu sytuacje mają często miejsce w działalności geologiczno-górniczej. Prezentowany w artykule przykład dotykał tylko wybranego zagadnienia z szerokiego spektrum teorii zbiorów rozmytych. Pokazano sposób przełożenia słownego opisu parametrów złoża na bardziej precyzyjny język matematyczny, nieodzowny w konstrukcji stosownych układów modelowania i sterowania i przekładający się np. na usprawnienie procesu podejmowania decyzji. Proponowane w tekście niektóre przybliżenia (np. funkcje przynależności dla parametrów złoża) mogą być dyskusyjne, a ich ewentualna zmiana przełoży się niewątpliwie na wynik modelowania, wszak to od jakości i poprawności określenia danych wejściowych zależy końcowy rezultat procedury. Ważne jest zatem dokładne i zgodne odwzorowanie eksperckiego opisu, tudzież budowa modelu (co trudniejsze) na podstawie aproksymacji danych z obserwacji. Kwestią dalszą wymagającą urealnienia jest wprowadzenie kolejnych zmiennych wejściowych (np. zawartości metali towarzyszących, zasobności itp.). Rzeczą sporną może być nadanie różnych wag poszczególnym parametrom złoża i takie samo podejście wobec reguł bazy wnioskowania rozmytego. Zaprezentowane zadanie programowania rozmytego to jedno z bardzo wielu możliwych i można tu sformułować – bazując na zdefiniowanych zmiennych wejściowych modelu – dodatkowe, zupełnie inne zagadnienia.

Artykuł przygotowany w ramach badań statutowych AGH nr 11.11.140.175.

Nader przyjemnym obowiązkiem autora jest złożenie podziękowań Recenzentom, których wysiłek i dociekliwość, skutkujące rzeczowymi i cennymi uwagami, przełożyły się na ulepszenie pierwotnej wersji artykułu. Autor pragnie również nadzwyczaj serdecznie podziękować mgr. inż. Pawłowi Panajewowi, geologowi O/ZG Polkowice-Sieroszowice KGHM Polska Miedź S.A., który wnikliwie i konstruktywnie wczuł się w rolę eksperta w dziedzinie.

Literatura

Bandopadhyay, S. 1987. Fuzzy Algorithm for Decision Making in Mining Engineering. *International Journal of Mining and Geological Engineering* vol. 5, s. 149–154.

Bárdossy i in. 1988 – Bárdossy, A., Bogardi, I. i Kelly, W.E. 1988. Imprecise (Fuzzy) Information in Geostatistics. *Mathematical Geology* vol. 20, no. 4, s. 287–311.

Bárdossy i in. 1990 – Bárdossy, A., Bogardi, I. i Kelly, W.E. 1990. Kriging with Imprecise (Fuzzy) Variograms. I: Theory. *Mathematical Geology* vol. 22, no. 1, s. 63–79.

Bárdossy i in. 2003 – Bárdossy, Gy., Szabó, I.R. i Varga, G. 2003. A New Method of Resource Estimation for Bauxite and other Solid Mineral Deposits. *Journal Of Hungarian Geomathematics* vol. 1, s. 14–26.

Bárdossy, Gy. i Fodor, J. 2005. Assessment of the Completeness of Mineral Exploration by the Application of Fuzzy Arithmetic and Prior Information. *Acta Potytechnica Hungarica* vol. 2, no. 1, s. 15–31.

Elmas, N. i Sahin, U. 2013. Computation Of Grade Values Of Sediment-Hosted Barite Deposits In Northeastern Isparta (Western Turkey). *Turkish Journal of Earth Sciences* vol. 22, s. 1–13.

Granath, G. 1984. Application of Fuzzy Clustering and Fuzzy Classification to Evaluate the Provenance of Glacial Till. *Mathematical Geology* vol. 16, no. 3, s. 283–301.

Luo, X. i Dimitrakopoulos, R. 2003. Data-driven Fuzzy Analysis in Quantitative Mineral Resource Assessment. *Computers & Geosciences* vol. 29, s. 3–13.

Łachwa, A. 2001. *Rozmyty świat zbiorów, liczb, relacji, faktów, reguł i decyzji.* Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa.

Pham, T.D. 1997. Grade Estimation Using Fuzzy-Set Algorithms. *Mathematical Geology* vol. 29, no. 2, s. 291–305.

Tahmasebi, P. i Hezarkhani, A. 2010. Application of Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System for Grade Estimation; Case Study, Sarcheshmeh Porphyry Copper Deposit, Kerman, Iran. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences* vol. 4, no. 3, s. 408–420.

Tutmez, B. i Dag, A. 2007. Use of Fuzzy Logic in Lignite Inventory Estimation. Energy Sources, Part B: *Economics, Planning, and Policy* vol. 2, 1, s. 93–103.

Tutmez i in. 2007 – Tutmez, B., Erhan Tercan, A. i Kaymak, U. 2007. Fuzzy Modelling for Reserve Estimation Based on Spatial Variability. *Mathematical Geology* vol. 39, no. 1, s. 87-111.

Vujić i in. 2011 – Vujić, S., Miljanović, I., Kuzmanović, M., Bartulović, Z., Gajić, G. i Lazić, P. 2011. The Deterministic Fuzzy Linear Approach in Planning the Production of Mine System with Several Open Pits. *Archives of Mining Sciences* vol. 56, no. 3, s. 489–497.

Zadeh, L.A. 1965. Fuzzy Sets. *Information and Control* vol. 8, s. 338–353.