

Adam ŻUCHOWSKI

ZACHODNIOPOMORSKI UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNY, KATEDRA STEROWANIA I POMIARÓW
ul. 26 Kwietnia 10, 71-126 Szczecin

Przyczynek do metod identyfikacji dynamiki liniowych obiektów przy wykorzystaniu specjalnych, nietypowych charakterystyk

Prof. dr hab. inż. Adam ŻUCHOWSKI

Profesor zwyczajny zatrudniony w Katedrze Sterowania i Pomiarów w Zachodniopomorskim Uniwersytecie Technologicznym. Ze szkolnictwem wyższym związany zawodowo od 1955 roku (Politechnika Wrocławska, Politechnika Szczecińska). Jest współtwórcą polskiej szkoły miernictwa dynamicznego, posiada w dorobku około 350 publikacji. W kwietniu 2010 roku upłynęło 55 lat jego działalności naukowej.



e-mail: adam.zuchowski@zut.edu.pl

Streszczenie

Niektóre metody identyfikacji dynamiki liniowych obiektów wykorzystują charakterystyki w dziedzinie czasu, bądź częstotliwości. Do opisu dynamiki można także wykorzystywać tak zwane momenty charakterystyki impulsowej, w szczególności zerowego i pierwszego rzędu, definiowane jako funkcje czasu. Proponuje się wykorzystanie pomiaru tych momentów do tworzenia specjalnych charakterystyk umożliwiających identyfikację.

Słowa kluczowe: identyfikacja dynamiki, momenty charakterystyki impulsowej, charakterystyki specjalne.

A contribution to dynamics identification methods for linear objects when using special, untypical characteristics

Abstract

Characteristics in time or frequency domain obtained from experiments are used in some dynamics identification methods for linear objects. Then identification consists in determining the type and parameters of the transfer function. Measurement of the step response is relatively simple and economical in regard of time, and it is often used. For description of the linear object dynamics one can also use the so-called moments of the impulse characteristic being functions of time and possible to be determined together with the step response in an appropriate system of signal processing during one experiment. The step response is the zero order moment. There is proposed creation of special characteristics using appropriate combinations of zero and first order moments. They have specific features and in some cases make the identification process easier. It widens the abilities of the methods from this group and creates perspectives of practical application.

Keywords: dynamics identification, moments of impulse characteristic, special characteristics.

1. Wstęp

Dynamikę liniowego obiektu charakteryzuje transmitancja $K(s)$, lub odpowiadająca jej charakterystyka impulsowa $k(t)$ będąca odpowiedzią na impuls Diraca. Dla wielu zastosowań wprowadza się pojęcie momentów tej charakterystyki rzędu n definiowanych jako [1, 3]:

$$m_n(t) = \int_0^t t^n \cdot k(t) \cdot dt \quad (1)$$

przy tym obowiązuje zależność:

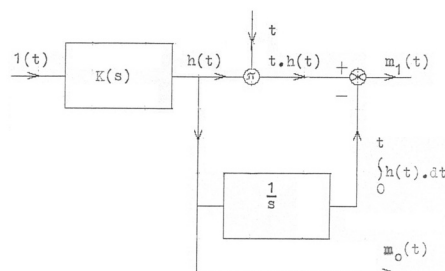
$$m_n(\infty) = m_n = (-1)^n \frac{d^n K(s)}{ds^n} \Big|_{s=0} \quad (2)$$

a moment rzędu zerowego $m_0(t)$ jest tak zwaną, charakterystyką skokową $h(t)$ obiektu, zwykle łatwą do praktycznego wyznaczenia. Dla eksperymentalnego wyznaczenia wartości momentu $m_n(t)$ można wykorzystać tak zwaną „metodę lustrzanego odbicia” [2], a w przypadku wykorzystywanego dalej momentu rzędu pierwszego zależność:

$$m_1(t) = \int_0^t t \cdot k(t) \cdot dt = t \cdot h(t) - \int_0^t h(t) \cdot dt \quad (3)$$

łatwą do praktycznej realizacji z wykorzystaniem przetwarzania sygnałów (komputer) w układzie pokazanym na rys. 1.

Występujące tutaj sygnały: t , $h(t) = m_0(t)$, oraz $m_1(t)$ mogą być wykorzystane do tworzenia specjalnych charakterystyk przydatnych do identyfikacji dynamiki.



Rys. 1. Układ pomiarowy z przetwarzaniem sygnałów do wyznaczenia czasowego. Przebiegu momentów $m_0(t)$ i $m_1(t)$

Fig. 1. The measuring system for determination of moments $m_0(t)$ and $m_1(t)$

2. Charakterystyki specjalne

Rozważmy dwa typy charakterystyk. Pierwsza z nich, to zależność $m_1(t) = F_1\{m_0(t)\}$, lub $Y_1 = F_1(X_1)$ gdzie w zapisie parametrycznym $Y_1 = m_1(t)$, $X_1 = m_0(t) = h(t)$. Wykorzystując, zależność (1) łatwo zauważyć, że:

$$\frac{dY_1}{dX_1} = \frac{dY_1}{dt} = t \quad (4)$$

ii w warunkach ciągłości obu funkcji $m_1(t)$ i $m_0(t)$ obie zmienne X_1 i Y_1 przyjmują jednocześnie wartości ekstremalne (minimalne razem, lub maksymalne razem, w tym samym czasie), a wykres $Y_1 = F_1(X_1)$ tworzy w tym punkcie „ostrze”, lub inaczej „dziub”. Pozwala to na łatwe i stosunkowo dokładne odczytanie z wykresu odpowiednich wartości X_1 i Y_1 co w pewnych przypadkach jest przydatne do wyznaczenia parametrów transmitancji. W końcowej części współrzędna X_1 przyjmuje wartość statycznego wzmocnienia badanego obiektu, to jest $K(0)$, a współrzędna Y_1 oczywiście wartość $m_1 = -K^{(1)}(0)$. Nachylenie charakterystyki $\frac{dY_1}{dX_1}$

wyznacza praktycznie czas trwania procesu przejściowego w badanym obiekcie, w warunkach skoku jednostkowego na wejściu.

Jeśli transmitancja badanego obiektu ma postać:

$$K(s) = \frac{k}{1 + a_1 \cdot s + \dots + a_n \cdot s^n} \quad (5)$$

to dla dużych wartości s (co odpowiada krótkiemu czasowi t) po wykonaniu dzielenia licznika przez mianownik poczynając od najwyższych potęg operatora s można zapisać:

$$K(s) = \frac{k}{a_n} \cdot \left(s^{-n} - \frac{a_{n-1}}{a_n} \cdot s^{-(n+1)} + \dots \right) \quad (6)$$

skąd po prostych przekształceniach i wykorzystaniu znanych zależności w rachunku operatorowym

$$\frac{Y_1}{t \cdot X_1} = \frac{n}{n+1} \cdot \left(1 - t \cdot \frac{a_{n-1}}{a_n \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n+2) \dots} \right) \quad (7)$$

i w obrębie krótkich czasów t wykres o współrzędnych

$$Y_2 = \frac{Y_1}{t \cdot X_1} = 1 - \frac{1}{t \cdot h(t)} \cdot \int_0^t h(t) \cdot dt, \quad X_2 = t \quad (8)$$

pozwała wyznaczyć rząd dynamiki obiektu i stosunek parametrów a_{n-1}/a_n . Warto zauważyć, że wszystkie sygnały niezbędne do utworzenia takich charakterystyk występują w układzie pokazanym na rys. 1.

3. Przykłady zastosowań

Założymy najpierw, że zidentyfikowany obiekt jest elementem oscylacyjnym o transmitancji:

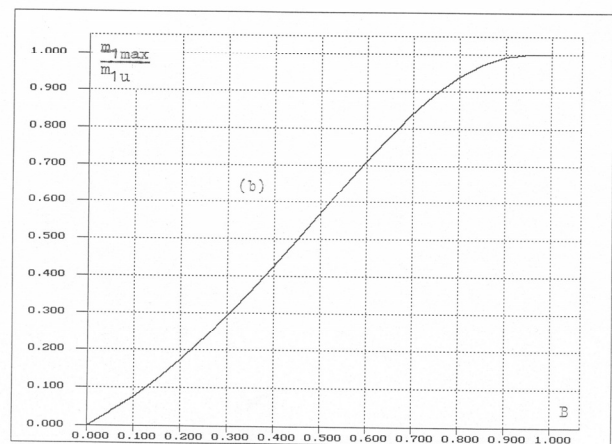
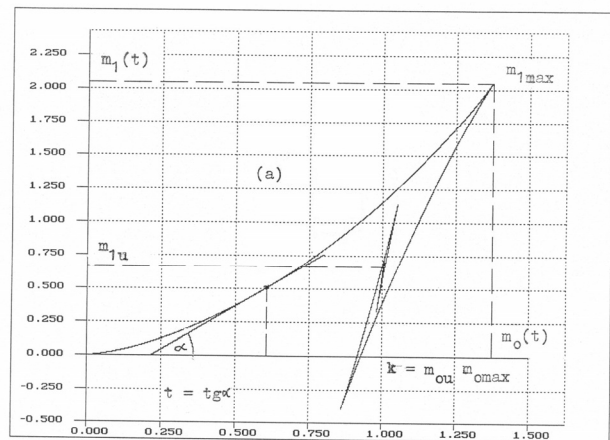
$$K(s) = \frac{k}{1 + 2 \cdot B \cdot \left(\frac{s}{\omega_0} \right) + \left(\frac{s}{\omega_0} \right)^2} \quad (9)$$

gdzie B jest stopniem tłumienia, a ω_0 pulsacją drgań swobodnych. W takim przypadku $m_{1u} = k \cdot \left(\frac{2 \cdot B}{\omega_0} \right)$ i łatwo wykazać, że

stosunek $m_1(t)_{\max} / m_{1u}$ (dwa odcinki na wykresie charakterystyki $Y_1(X_1)$) jest zależny wyłącznie od wartości stopnia tłumienia B i odpowiedni wykres uzyskany metodą symulacji komputerowej, pokazany na rys. 2b pozwala na proste wyznaczenie tego parametru.

Na rys. 2a pokazano przykładowy wykres charakterystyki $Y_1(X_1)$ uzyskany dla $\omega_0 = 1s^{-1}$, $B = 0.3$, $k = 1$ z odpowiednimi oznaczeniami. Po wyznaczeniu parametru B - ponieważ $X_1(\infty) = k$ można wobec $m_{1u} = k \cdot \frac{2 \cdot B}{\omega_0}$ wyznaczyć parametry k

i ω_0 . Warto jeszcze podkreślić, że wszystkie wielkości: $m_1(t)_{\max}$, m_{1u} , oraz $X_1(\infty)$ można uzyskać bezpośrednio z obliczeń wykonanych przez układ na rys. 1. Niezależnie od wartości parametrów k , B i ω_0 zidentyfikowanego obiektu wartość $Y_2(0)$ wyniesie $2/3$.



Rys. 2. Przykładowy wykres charakterystyki $m_1(t)$ w funkcji $m_0(t)$ dla obiektu oscylacyjnego (a), oraz wykres zależności $m_{1\max}/m_{1u}$, jako funkcji stopnia tłumienia B pozwalający wyznaczyć ten parametr (b)

Fig. 2. The exemplary characteristic $m_1(t)$ vs. $m_0(t)$ for the oscillatory object (a) and the graph of the relation $(m_{1\max}(t)/m_{1u}(t))$ as a function of damping factor B allowing determination of B (b)

Na rys. 3 pokazano rodzinę wykresów $Y_1(X_1)$ dla transmitancji (9) przy $k = 1$, $\omega_0 = 1$ i przy różnych wartościach parametru B .

Jeśli zidentyfikowany obiekt jest elementem wieloinercyjnym o transmitancji:

$$K(s) = \frac{k}{(1 + s \cdot T_1) \cdot (1 + s \cdot T_2) \dots (1 + s \cdot T_n)} \quad (10)$$

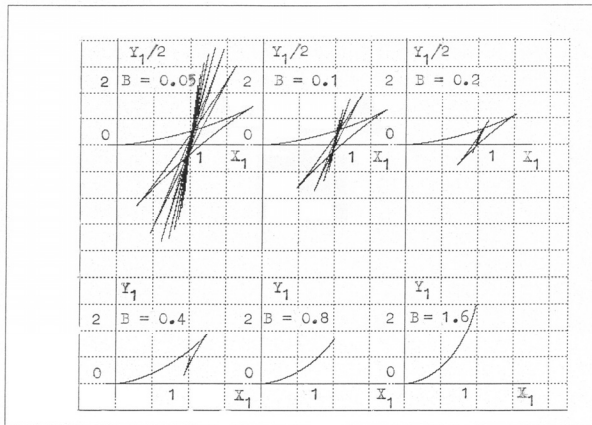
to $X_1(\infty) = k$, $m_{1u} = k \cdot (T_1 + T_2 + \dots + T_n)$, $Y_2(0) = n/(n+1)$,

a nachylenie charakterystyki dY_2/dt w początkowej fazie, dla krótkich t wynosi $\frac{-1}{(n+1)^2(n+2)} \cdot \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \dots + \frac{1}{T_n} \right)$, co może posłużyć do wyznaczenia zastępczych parametrów modelu Strejca:

$$K(s) = \frac{k}{(1 + s \cdot T)^m} \quad (11)$$

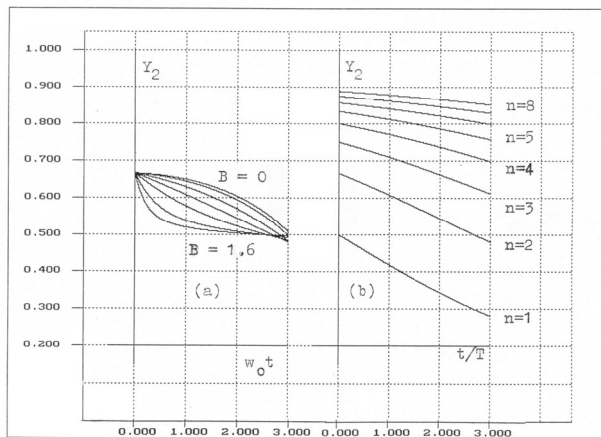
gdź w tym przypadku $X_1(\infty) = k$, $m_{1u} = k \cdot m \cdot T$, $Y_2(0) = m/(m+1)$ oraz nachylenie dY_2/dt w początkowej fazie

wynosi $\frac{-m}{T \cdot (m+1)^2(m+2)}$



Rys. 3. Rodzina wykresów zależności $Y_1(X_1)$ dla obiektów oscylacyjnych, przy $k=1$, $\omega_0=1$ i różnych wartościach B
 Fig. 3. The “family” of curves $Y_1(X_1)$ for oscillatory objects for $k=1$, $\omega_0=1$ and different values of B

Wykresy przebiegów $Y_1(t)/t \cdot X_1(t)$ jako funkcji iloczynu $\omega_0 \cdot t$ dla transmitancji (9) przy różnych B pokazano na rys. 4 a, a jako funkcji stosunku t/T dla transmitancji (11) przy różnych n pokazano na rys. 4 b.



Rys. 4. Wykresy przebiegów $Y_1(t)/t \cdot X_1(t)$ jako funkcji B i iloczynu $\omega_0 \cdot t$ dla obiektów oscylacyjnych (a) przy różnych wartościach B , oraz jako funkcji rzędu dynamiki n dla modelu Strejca (b)
 Fig. 4. The curves $Y_1(t)/t \cdot X_1(t)$ as functions of: B and product $\omega_0 t$ for oscillatory objects and several values of B (a) and order of dynamics n for the Streje’s model (b)

Jak stąd wynika istnieje w przypadku transmitancji (1) możliwość wyznaczenia parametru k , oraz sumy stałych czasowych, sumy ich odwrotności i rzędu dynamiki n . Dane te dla wyznaczenia parametrów zastępczego modelu Strejca (11) nie są wystarczające, można natomiast wyznaczyć parametry zastępczego modelu dynamiki o rzędzie n , w którym stałe czasowe tworzą postęp geometryczny: $T_{zi} = T \cdot q^i$ dla $i=0, 1, \dots, n-1$.

W tych warunkach z równości sum stałych czasowych modelu (10) i modelu zastępczego wynika równanie:

$$\sum_{i=1}^n T_i = \sum_{i=0}^{n-1} T_{zi} = T \cdot \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) \quad (12)$$

a z równości sum ich odwrotności zależność

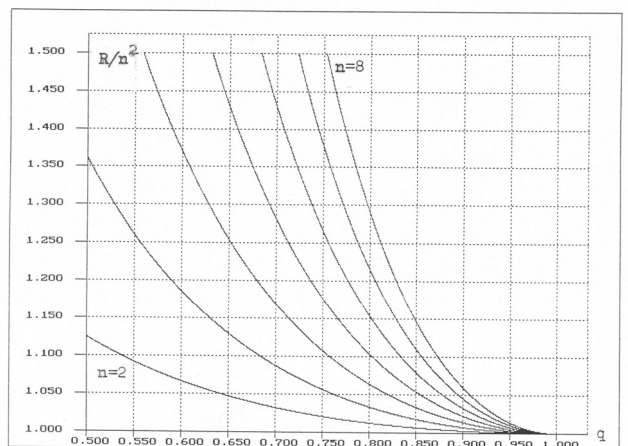
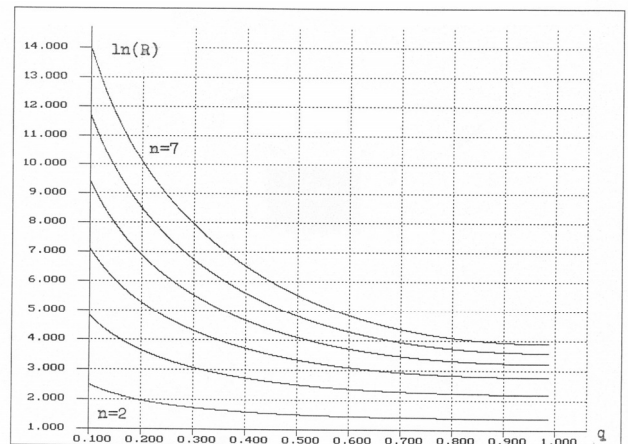
$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{T_i} = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{T_{zi}} = \frac{1}{T \cdot q^{n-1}} \cdot \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) \quad (13)$$

skąd ostatecznie:

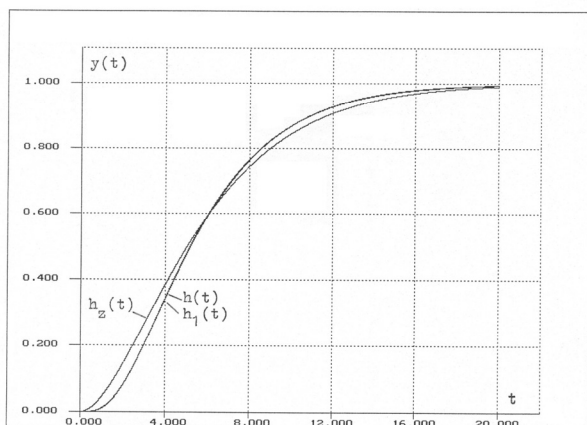
$$R = \left(\sum_{i=1}^n T_i \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{T_i} \right) = q^{1-n} \cdot \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)^2 \quad (14)$$

pozwalająca wyznaczyć parametr q . Odpowiednią rodzinę wykresów przedstawia rys. 5. Dla przykładu - w przypadku obiektu o stałych czasowych $T_1=3$, $T_2=2$, $T_3=T_4=0.5$ a więc nie tworzących postępu geometrycznego otrzymuje się: $n=4$, $R=77,333$ i na podstawie wykresów $q=0.49$ i $T=3.25$. Charakterystyki skokowe obiektu $h(t)$ i uzyskanego w ten sposób modelu $h_1(t)$ pokazane na rys. 6 różnią się w minimalny sposób.

Wykorzystując ten model wobec znanych już wartości wszystkich stałych czasowych można - stosując metodę [4] wyznaczyć uproszczony, zastępczy model Strejca. Po odpowiednich obliczeniach otrzymuje się zastępczy rząd dynamiki $n_z=2$ i stałą czasową $T_z=3$, oraz wykres charakterystyki skokowej $h_z(t)$ jak na tym rysunku.



Rys. 5. Wykresy rodzin charakterystyk dla wyznaczenia parametrów zastępczego modelu wieloinercyjnego o stałych czasowych tworzących postęp geometryczny
 Fig. 5. The characteristics for determining parameters of the multi-inertia model with time constants belonging to geometric series



Rys. 6. Porównanie charakterystyk skokowych modelu wieloinercyjnego $h(t)$, modelu zastępczego o stałych czasowych tworzących postęp geometryczny $h_1(t)$ i zastępczego modelu Strejca $h_2(t)$ w omawianym przykładzie

Fig. 6. Comparison of the step responses of: multi-inertia model $h(t)$, model with time-constants creating geometrical series $h_1(t)$ and Strejca's model $h_2(t)$ – see the described example

4. Podsumowanie

Zastosowanie proponowanej metody identyfikacji w niektórych przypadkach wydaje się korzystne, ale próby weryfikacji, w warunkach zakłóceń, mogą przynieść niespodzianki. Wadą metody jest stosunkowo wąski zakres zastosowań objętych możliwością posłużenia się prostymi wzorami matematycznymi, a za to pewne nadzieje stwarza możliwość operowania także specjalnymi charakterystykami tworzonymi w oparciu o pomiary momentów wyższych rzędów, co wiąże się jednak z komplikacjami struktury układów pomiarowych.

5. Literatura

- [1] Kulikowski R.: Wstęp do syntezy liniowych układów elektrycznych. PWN, Warszawa - Wrocław 1957.
- [2] Zielonko R.: Ogólne zasady projektowania kształtu sygnałów pomiarowych. Metrologia i Systemy Pomiarowe. Vol. 1/1 988.
- [3] Żuchowski A.: O przechodzeniu wolnozmiennych sygnałów przez układy liniowe. PAK 2/1982.
- [4] Żuchowski A.: O pewnej metodzie wyznaczania parametrów modelu Strejca. PAK 2/1993.

otrzymano / received: 24.01.2013

przyjęto do druku / accepted: 03.06.2013

artykuł recenzowany / revised paper

INFORMACJE

www.energoelektronika.pl
WORTAL BRANŻOWY

Regionalne Seminarium / Szkolenia dla Służb Utrzymania Ruchu



20.06.2013 - Trójmiasto
10.10.2013 - Bydgoszcz
04.12.2013 - Warszawa



Jeżeli jesteś zainteresowany uczestnictwem w Seminarium, zaprezentowaniem produktu lub nowego rozwiązania napisz do nas: marketing@energoelektronika.pl
Energoelektronika.pl tel. (+48) 22 70 35 291

Partnerzy:



Ilość miejsc
ograniczona